

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ФИЗИКИ КОНДЕНСИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА
МОДЕЛИРОВАНИЕ БИСТАБИЛЬНОГО ОПТИЧЕСКОГО
ОТКЛИКА ПЛАНАРНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО
МИКРОРЕЗОНАТОРА

Выполнил
студент 4 курса 421 группы
Смагин Илья Александрович

Научный руководитель:
проф. Тиходеев Сергей Григорьевич

Допущен к защите _____

Зав. кафедрой _____

Москва

2022

Содержание

1	Введение	3
2	Обзор литературы	4
2.1	Эффект бистабильности	4
2.2	Экситон-поляритоны	4
2.3	Формализм Хопфилда	6
2.4	Формализм матрицы рассеяния	7
3	Объект исследования	9
4	Микроскопический формализм матрицы рассеяния	11
5	Макроскопические уравнения Максвелла и Шрёдингера с нелинейной связью поля и поляризации	14
6	Результаты численного моделирования	19
6.1	Построение спектра пропускания	19
6.2	Поиск полюса матрицы рассеяния	20
6.3	Распределение поля	20
6.4	S-контур	22
7	Выводы	25
8	Заключение	26
	Список используемой литературы	27

1 Введение

Одним из современных и интенсивно развивающихся направлений в физике является нелинейная оптика, в особенности применительно к полупроводниковым и/или диэлектрическим фотонным структурам, например, микрорезонаторам или фотонным кристаллам. В начале этого века было обнаружено, что в подобных системах с нелинейной связью между электромагнитным полем и поляризацией среды наблюдаются эффекты гистерезиса и мультистабильности отклика. Дальнейшее изучение мультистабильности в подобных структурах привело к разработке новых методов управления светом в фотонных структурах.

В работе моделируется бистабильный оптический отклик планарного полупроводникового микрорезонатора, представляющего собой систему брэгговских зеркал с плоской квантовой ямой в активной области, содержащей экситон. Задача представляет собой решение системы уравнений Максвелла и Шрёдингера в среде с определённой симметрией и, возможно, периодичностью. Изучается бистабильный отклик системы и моделируется поле внутри микрорезонатора. Описывается два подхода: система макроскопических уравнений Максвелла и Шрёдингера с нелинейной связью поля и поляризации для модельной системы в резонансном приближении и микроскопический формализм матрицы рассеяния для решения уравнений Максвелла для брэгговского микрорезонатора с квантовой ямой.

Существует по крайней мере два механизма экситонной нелинейности. Первый связан с экранированием экситонов при увеличении их концентрации (то есть интенсивности накачки). При этом уменьшается энергия связи экситона, и в результате резонансная энергия экситона сдвигается в сторону больших энергий (синий сдвиг), ближе к ширине запрещенной зоны полупроводника. Второй связан с уменьшением силы осциллятора экситона с ростом интенсивности экситонной поляризации. Первый механизм является ведущим для экситонов Ванье-Мотта большого радиуса, тогда как второй становится важным для экситонов Френкеля малого радиуса. Поскольку исследования экситон-поляритонной бистабильности в основном проводились для экситонов Ванье-Мотта, второй механизм менее исследован и является центральным в настоящей работе.

2 Обзор литературы

2.1 Эффект бистабильности

Хорошо известно, что материальные уравнения линейной электродинамики, где имеет место принцип суперпозиции, являются приближенными. Так, линейное соотношение между поляризацией и напряженностью электрического поля $\mathcal{P} = \chi\mathcal{E}$ получается при простейшем классическом расчете на основе идеализированной модели гармонического осциллятора; при более общем квантовом рассмотрении линейная связь между поляризацией и полем соответствует первому приближению теории возмущений[1].

Иной раз, когда электромагнитная волна взаимодействует с нелинейной резонансной средой, могут возникнуть два устойчивых (стабильных) состояния системы и наблюдаться эффекты гистерезиса[2]. Подобные явления принято называть бистабильными.

Оптическая бистабильность – это самовоздействие света в нелинейных системах с обратной связью. Она является тем удивительным явлением, которое основано как на кооперативной природе взаимодействия между группой атомов и полем, так и на сильной нелинейности взаимодействия[3]. Первое наблюдение оптической бистабильности в пассивном устройстве, то есть не содержащем среды усиления, было проведено Макколлом, Гиббсом, Черчиллем и Венкатесаном в 1975 году[4].

Данный эффект особенно ярко проявляет себя в диэлектрических фотонных структурах: фотонных кристаллах или микрорезонаторах.

2.2 Экситон-поляритоны

Представление об экситоне впервые было введено Я.И. Френкелем в 1931 г. для объяснения поглощения света в некоторых кристаллах без генерации носителей тока. Позднее Дж. Ванье и Н. Мотт ввели представление об экситоне как о связанном состоянии электрона и дырки, перемещающемся по кристаллу[5]. Существует два типа экситонов: Френкеля и Ванье-Мотта или малого и большого радиуса соответственно. Мы будем рассматривать экситоны Ванье-Мотта и по определению экситоном будем называть электрически нейтральную ква-

зичастицу, представляющую собой связанное состояние пары электрон-дырка.

Чтобы локализовать экситоны, в активный слой микрорезонатора помещают квантовые ямы, ширина которых сравнима с боровским радиусом экситона[6].

Так как показатель преломления среды связан с её диэлектрической проницаемостью простым соотношением

$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}, \quad (1)$$

то для задания характеристик микрорезонатора (геометрические размеры, показатели преломления) необходимо понимать поведение диэлектрической проницаемости экситонного слоя.

В данной работе для расчета диэлектрической проницаемости нелинейного слоя используется формула[7]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{2\Omega_x \omega_{LT}}{\Omega_x^2 - i\gamma\omega - \omega^2} \right). \quad (2)$$

Здесь Ω_x - частота экситона, ω - частота внешней накачки, $\omega_{LT} = \Omega_x - \omega$ - т.н. частота продольно-поперечного расщепления, γ - затухания, ε_0 - диэлектрическая проницаемость вдали от нелинейного слоя. В рамках модели оптической нелинейности за счет синего сдвига предполагается, что частота экситона зависит от локальной интенсивности электрического поля линейным образом

$$\Omega_x = \Omega_x|_{I=0} + \zeta I. \quad (3)$$

Выбранную линейную зависимость можно объяснить следующим образом. При увеличении интенсивности накачки увеличивается плотность возбужденных экситонов N , которые имеют достаточно большой радиус (экситоны Ванье-Мотта). Экситоны начинают экранировать друг друга. Если экситоны находятся в когерентном состоянии (например, создаются когерентной резонансной накачкой), то $N \propto |\mathcal{P}|^2$. Последнее происходит из-за того, что волновая функция когерентного состояния в представлении вторичного квантования, как известно, $\phi \propto \sqrt{N}$, а поляризация экситонной когерентной волны, в свою очередь, пропорциональная волновой функции, $|P| \propto \phi$ [28].

Однако для описания оптической нелинейности за счет ослабления силы осциллятора, как можно заметить, нужно предположить, например, линейную зависимость частоты продольно-поперечного расщепления от локальной интенсивности

$$\omega_{LT} = \omega_{LT}|_{I=0} + \zeta I.$$

2.3 Формализм Хопфилда

Впервые экситон-поляритонную задачу на квантовом языке решил Дж. Хопфилд в 1958 г. Упрощенный гамильтониан экситон-фотонной системы в пределе малой плотности экситонов, когда экситон можно считать бозоном[8], имеет вид

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{ex} + \hat{\mathcal{H}}_{ph} + \hat{\mathcal{H}}_{int} = \sum_k \mathcal{E}_{ex}(k) \hat{b}_k^+ \hat{b}_k + \sum_k \mathcal{E}_{ph}(k) \hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \sum_k g_0 \left(\hat{a}_k^+ \hat{b}_k - \hat{b}_k^+ \hat{a}_k \right). \quad (4)$$

Гамильтониан включает в себя экситонную $\hat{\mathcal{H}}_{ex}$ и фотонную $\hat{\mathcal{H}}_{ph}$ части, а также часть, ответственную за их взаимодействие $\hat{\mathcal{H}}_{int}$.

Здесь $\hat{a}_k^+ \hat{a}_k$ и $\hat{b}_k^+ \hat{b}_k$ – операторы рождения и уничтожения фотонов и экситонов, $\mathcal{E}_{ex}(k)$ и $\mathcal{E}_{ph}(k)$ – дисперсионные кривые, g_0 – константа взаимодействия.

После унитарного преобразования операторов и диагонализации гамильтониана

$$|polariton\rangle = X|exciton\rangle + C|photon\rangle. \quad (5)$$

система переходит к новым собственным состояниям – поляритонам с нижней $E_{LP}(k)$ и верхней $E_{UP}(k)$ дисперсионным ветвями

$$E_{LP,UP} = \frac{1}{2} (\Omega_x(k) + i\Gamma_x + \Omega_c(k) + i\Gamma_c) \pm \sqrt{4g_0^2 + (\Omega_x(k) + i\Gamma_x - \Omega_c(k) - i\Gamma_c)^2}. \quad (6)$$

Здесь $E_c = \Omega_c - i\Gamma_c$ и $E_x = \Omega_x - i\Gamma_x$ – собственные резонансные частоты фотона и экситона в квантовой яме.

По определению экситон-поляритонами называются составные квазичастицы, возникающие при взаимодействии фотонов и экситонов с близкими значениями энергии. Они обуславливают особенности оптических спектров полупроводни-

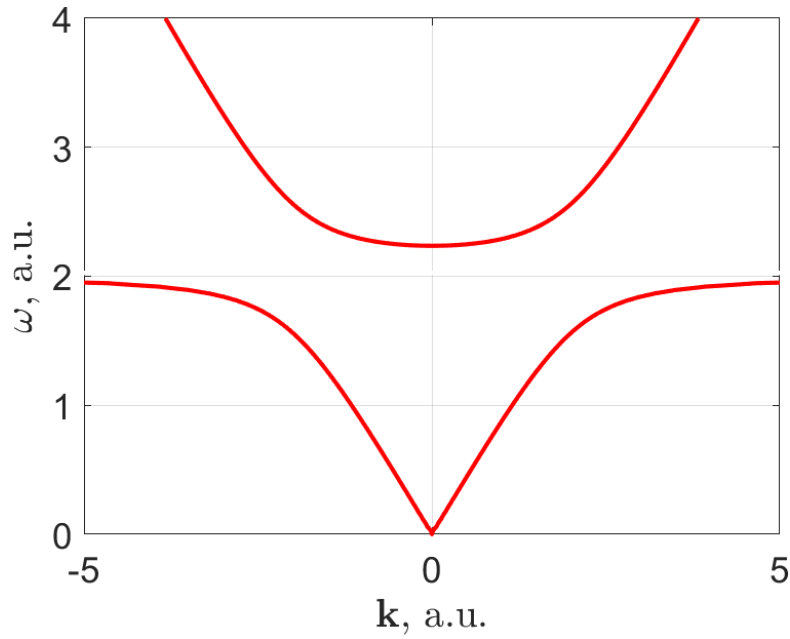


Рис. 1: Типичный закон дисперсии для экситон-поляритона.

ков в области экситонной полосы поглощения электромагнитной волны[5].

Величина взаимодействия в условиях точного резонанса дисперсионных кривых фотона и экситона получила названия Раби-расщепления

$$\mathcal{E}_R = \hbar\Omega_R = 2g_0. \quad (7)$$

Типичный вид закона дисперсии для экситон-поляритона представлен на рис.1. Как видно, дисперсионные кривые для фотона и экситона вместо пересечения расщепляются, образуя верхнюю и нижнюю поляритонные ветви.

2.4 Формализм матрицы рассеяния

Плоская волна, нормально падающая на слоистую среду, частично отражается на каждой границе, а частично проходит через неё. Получающиеся при этом волны испытывают бесконечную последовательность отражений и пропусканий через границы. Комплексные амплитуды прошедшей и отраженной волн можно найти по формулам Френеля на каждой границе. Полный коэффициент отражения и пропускания среды можно вычислить путём суперпозиции этих отдельных волн.

Альтернативный подход основан на том, что в каждом слое существует всего

два типа волн, направленных вперед и назад. Суммируясь, эти волны в каждой точке образуют одну волну, бегущую вперед, и одну волну, бегущую назад. Таким образом, описание распространения волны в слоистой среде эквивалентно определению амплитуд этой пары волн во всех ее точках[9].

Способом связать четыре комплексные амплитуды на двух границах слоистой среды служит матрица рассеяния, или S-матрица

$$|out\rangle = S|in\rangle, \quad (8)$$

$$S = \begin{pmatrix} t_{LL} & r_{RL} \\ r_{LR} & t_{RR} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Здесь $|out\rangle$, $|in\rangle$ – столбцы входных и выходных амплитуд, элементы t_{LL} и r_{RL} – амплитудные коэффициенты пропускания и отражения для волны, падающей слева, t_{RR} и r_{LR} – падающей справа.

Например, для однородного слоя толщины d с показателем преломления n комплексные амплитуды суммарных волн связаны соотношениями

$$A_R^+ = e^{-ink_0d} A_L^+, \quad A_L^- = e^{-ink_0d} A_R^-. \quad (10)$$

В этом случае матрица рассеяния имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} e^{-ink_0d} & 0 \\ 0 & e^{-ink_0d} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

3 Объект исследования

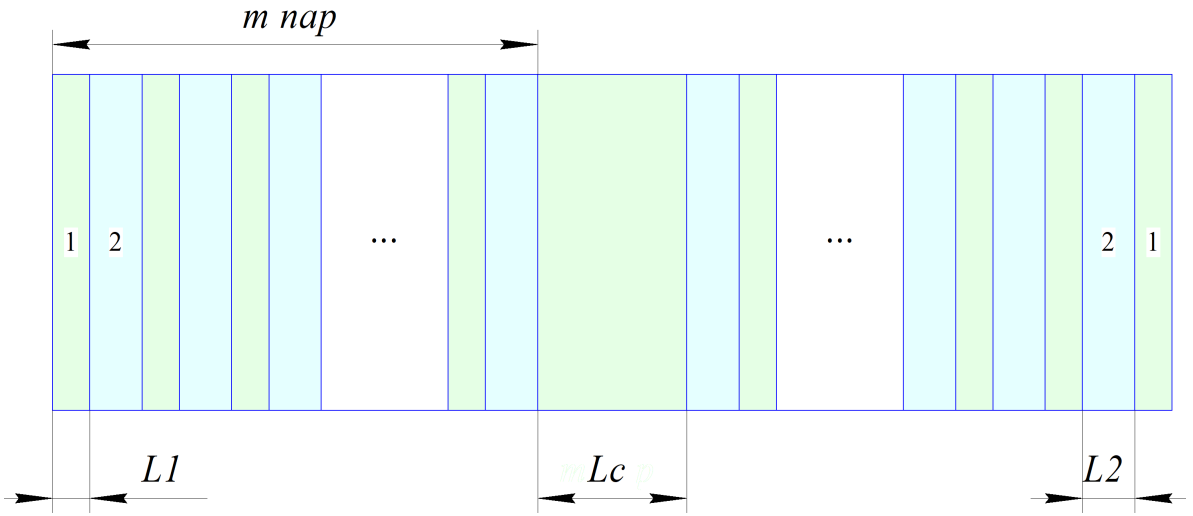


Рис. 2: Схема планарного зеркально-симметричного микрорезонатора с m парами однородных слоёв длиной L_1 , L_2 и $L_c = 4L_1$ с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 соответственно.

Планарный оптический микрорезонатор, по сути своей, это ловушка для света. Его схема представлена на рис. 2. Он представляет собой два брэгговских зеркала, разделенных активной средой. Толщина слоёв с различными значениями показателя преломления среды n подбирается таким образом, чтобы

$$n_i L_i = \lambda/4, \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

для каждого i -го слоя. В этом случае отраженные от поверхности слоев волны становятся синфазны и за счет интерференции происходит увеличение коэффициента отражения для волн [6].

В данной работе моделируется бистабильный оптический отклик планарного полупроводникового микрорезонатора, состоящего из системы брэгговских зеркал с m парами слоёв пластинок $\lambda/4$ из однородного недисперсионного материала с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 и длинами L_1 и L_2 соответственно. В центре структуры расположена резонаторная полость длиной $L_c = \lambda/4$ с диэлектрической проницаемостью ε_1 . Считаем, что резонатор окружен вакуумом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = 1$.

В данной работе в качестве резонансной для микрорезонатора выбрана частота $\Omega_c = 1$ эВ; взяты $m = 4$ пар однородных слоёв. Для выполнения соотношения

(12) взяты следующие длины и диэлектрические проницаемости слоёв

$$L_1 = 98 \text{ нм}, \quad L_2 = 155 \text{ нм}, \quad L_c = 4 \cdot L_1 = 392 \text{ нм}, \quad \varepsilon_1 = 10, \quad \varepsilon_2 = 4.$$

4 Микроскопический формализм матрицы рассеяния

Пусть на микрорезонатор вдоль оси Z по нормали к слоям падает плоская монохроматическая волна. При нормальном падении решения уравнений Максвелла для электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей в каждом слое имеют вид

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (E_x, 0, 0), & \mathbf{H} &= (0, H_y, 0), \\ E_x &= A^+ \exp(-i\omega t + ik_l z) + A^- \exp(-i\omega t - ik_l z), \\ H_y &= n_l A^+ \exp(-i\omega t + ik_l z) - n_l A^- \exp(-i\omega t - ik_l z),\end{aligned}\quad (13)$$

где $n_l = \sqrt{\varepsilon_l}$, $l = 0, 1, 2$, $\varepsilon_0 = 1$ и $k_l = n_l \omega / c$. Определим амплитудный вектор

$$|A\rangle = \begin{pmatrix} A^+ \\ A^- \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Определим матрицу переноса в однородном слое длиной d

$$\tilde{T}_{l,d} = \begin{pmatrix} e^{ik_l d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_l d} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

то есть $|A(z+d)\rangle = \tilde{T}_{l,d} |A(z)\rangle$. Матрица переноса через границу от среды l к среде l'

$$T_{l',l} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+K & 1-K \\ 1-K & 1+K \end{pmatrix}, \quad K = \frac{n_l}{n_{l'}}. \quad (16)$$

Тогда матрица переноса через микрорезонатор имеет вид

$$T(\omega) = T_{0,1} (T_{BP}^{-1})^m \tilde{T}_{1,L_c} (T_{BP})^m T_{1,0}, \quad T_{BP} = T_{1,2} \tilde{T}_{2,L_2} T_{2,1} \tilde{T}_{1,L_1}. \quad (17)$$

Амплитудные вектора с левой и правой стороны микрорезонатора связаны между собой соотношением

$$|A_L\rangle = \begin{pmatrix} A_L^+ \\ A_L^- \end{pmatrix}, \quad |A_R\rangle = \begin{pmatrix} A_R^+ \\ A_R^- \end{pmatrix}, \quad |A_R\rangle = T(\omega) |A_L\rangle. \quad (18)$$

Введём входные и выходные амплитудные векторы

$$|in\rangle = \begin{pmatrix} A_L^+ \\ A_R^- \end{pmatrix}, \quad |out\rangle = \begin{pmatrix} A_L^- \\ A_R^+ \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Они связаны между собой через матрицу рассеяния

$$|out\rangle = S(\omega) |in\rangle. \quad (20)$$

Элементы матрицы $S(\omega)$ имеют простой физический смысл – это коэффициенты отражения и прохождения. Матрица рассеяния может быть записана через элементы матрицы переноса

$$S = \begin{pmatrix} -T_{22}^{-1}T_{21} & T_{22}^{-1} \\ T_{11} - T_{12}T_{22}^{-1}T_{21} & T_{12}T_{22}^{-1} \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Собственные значения матрицы рассеяния могут быть найдены как $|out\rangle \equiv |o_n\rangle \neq 0$ при $|in\rangle = 0$. Таким образом, уравнение для резонансных собственных частот и собственных векторов имеет вид

$$S^{-1}(\omega_n) |o_n\rangle \equiv R(\omega_n) |o_n\rangle = 0. \quad (22)$$

Данное уравнение может быть решено итерационно[10]. Если положить, что ω_n – точное решение уравнения (22), то $\omega_n = \omega + \Delta$. В линейном приближении

$$R(\omega_n) |o_n\rangle = R(\omega) |o_n\rangle + \Delta \frac{dR(\omega)}{d\omega} |o_n\rangle = 0, \quad (23)$$

$$R(\omega) |o_n\rangle = -\Delta \frac{dR(\omega)}{d\omega} |o_n\rangle.$$

Получили задачу Штурма-Лиувилля в матричном виде

$$W |o_n\rangle = \Delta |o_n\rangle, \quad (24)$$

$$W(\omega) = - \left[\frac{dR(\omega)}{d\omega} \right]^{-1} R(\omega) = S(\omega) \left[\frac{dS(\omega)}{d\omega} \right]^{-1}.$$

Меньшее по модулю Δ даст добавку к частоте $\omega' = \omega + \Delta$, где ω' ближе к правильному решению ω_n . Процедура может быть продолжена итерационно, пока Δ не станет меньше требуемой точности. В качестве начальной для итерацион-

ного поиска частоты можно выбрать ту, для которой коэффициент прохождения имеет максимальное значение.

Резонансное распределение электрического поля может быть легко рассчитано как

$$E_n(z) = A_n^+(z) + A_n^-(z), \quad \begin{pmatrix} A_n^+(z) \\ A_n^-(z) \end{pmatrix} = T_z(\omega) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где $T_z(\omega)$ – матрица переноса от левого края микрорезонатора до точки z внутри него, в которой считается поле $E_n(z)$.

5 Макроскопические уравнения Максвелла и Шрёдингера с нелинейной связью поля и поляризации

Система связанных уравнений для электрического поля и экситонной поляризации при учете механизма нелинейности типа синего сдвига[11] имеет вид

$$\begin{cases} (i\frac{d}{dt} - E_c) \mathcal{E}(t) = \alpha \mathcal{E}_{ext}(t) + \beta \mathcal{P}(t) \\ (i\frac{d}{dt} - E_x) \mathcal{P}(t) = F|\mathcal{P}|^2 \mathcal{P}(t) + A\mathcal{E}(t) \end{cases}, \quad (26)$$

где \mathcal{E} и \mathcal{P} – электрическое поле на квантовой яме и поляризация соответственно, \mathcal{E}_{ext} – электрическое поле падающей электромагнитной волны накачки вдали от микрорезонатора, $E_c = \Omega_c - i\Gamma_c$ и $E_x = \Omega_x - i\Gamma_x$ – резонансные частоты пустого микрорезонатора и экситона в квантовой яме соответственно, F – константа экситон-экситонного взаимодействия, A – экситонная поляризуемость.

Первое уравнение представляет собой уравнение Максвелла, для экситонной поляризации и записанное в резонансном скалярном приближении. Второе – неоднородное нелинейное уравнение Шрёдингера для экситонной поляризации также в резонансном приближении[11].

После Фурье-преобразования

$$\begin{cases} (\omega - E_c) \mathcal{E}(\omega) = \alpha \mathcal{E}_{ext}(\omega) + \beta \mathcal{P}(\omega) \\ (\omega - E_x) \mathcal{P}(\omega) = F|\mathcal{P}|^2 \mathcal{P}(\omega) + A\mathcal{E}(\omega) \end{cases}. \quad (27)$$

Стационарное решение системы

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \alpha \frac{\omega - \tilde{E}_x}{(\omega - E_c) (\omega - \tilde{E}_x) - \Omega_R^2} \mathcal{E}_{ext}, \\ \mathcal{P} &= \alpha \frac{A}{(\omega - E_c) (\omega - \tilde{E}_x) - \Omega_R^2} \mathcal{E}_{ext}. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь $\Omega_R^2 = A\beta$ – частота Раби, $\tilde{E}_x = E_x + F|\mathcal{P}|^2$ – энергия экситона с учётом нелинейного синего сдвига. Знаменатель выражений (28) определяет верхнюю

(E_{UP}) и нижнюю (E_{LP}) поляритонные ветви

$$(\omega - E_{LP})(\omega - E_{UP}) = (\omega - E_c) (\omega - \tilde{E}_x) - \Omega_R^2, \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} E_{UP} &= \frac{1}{2} \left(E_c + \tilde{E}_x + \sqrt{(E_c - \tilde{E}_x)^2 + 4\Omega_R^2} \right), \\ E_{LP} &= \frac{1}{2} \left(E_c + \tilde{E}_x - \sqrt{(E_c - \tilde{E}_x)^2 + 4\Omega_R^2} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

Получить зависимость $\mathcal{P}(\mathcal{E}_{ext})$ можно в явном виде, если переписать второе уравнение в (28) в виде обратной функции $\mathcal{E}_{ext}(\mathcal{P})$:

$$\mathcal{E}_{ext} = \frac{\mathcal{P} \left((\omega - E_c) (\omega - E_x - F|\mathcal{P}|^2) - \Omega_R^2 \right)}{A\alpha}. \quad (31)$$

Чтобы понять модификацию резонансного отклика в соответствии с уравнением (28), имеет смысл переписать его в форме

$$\mathcal{P} \left[(\omega - \Omega_c + i\Gamma_c) (\omega - \Omega_x + i\Gamma_x - F|\mathcal{P}|^2) - \Omega_R^2 \right] = A\alpha\mathcal{E}_{ext}. \quad (32)$$

Комплексно сопрягая это уравнение, получим

$$\mathcal{P}^* \left[(\omega - \Omega_c - i\Gamma_c) (\omega - \Omega_x - i\Gamma_x - F|\mathcal{P}|^2) - \Omega_R^2 \right] = A\alpha\mathcal{E}_{ext}. \quad (33)$$

Перемножая уравнения (32) и (33), получим кубическое уравнение, схожее с уравнением Дуффинга[12]

$$aZ^3 + bZ^2 + cZ + d = 0, \quad (34)$$

где

$$Z = \frac{|\mathcal{P}|^2}{(A\alpha\mathcal{E}_{ext})^2}, \quad \beta = F(A\alpha\mathcal{E}_{ext})^2,$$

$$a = \left((\omega - \Omega_c)^2 + \Gamma_c^2 \right) \beta^2, \quad d = -1,$$

$$b = -2\beta \left[(\omega - \Omega_x) \left((\omega - \Omega_c)^2 + \Gamma_c^2 \right) - \Omega_R^2 (\omega - \Omega_c) \right],$$

$$c = \left[(\omega - \Omega_c) (\omega - \Omega_x) - \Omega_R^2 \right]^2 + \Gamma_c^2 (\omega - \Omega_x)^2 + \Gamma_x^2 (\omega - \Omega_c)^2 + \Gamma_c^2 \Gamma_x^2 + 2\Gamma_c \Gamma_x \Omega_R^2.$$

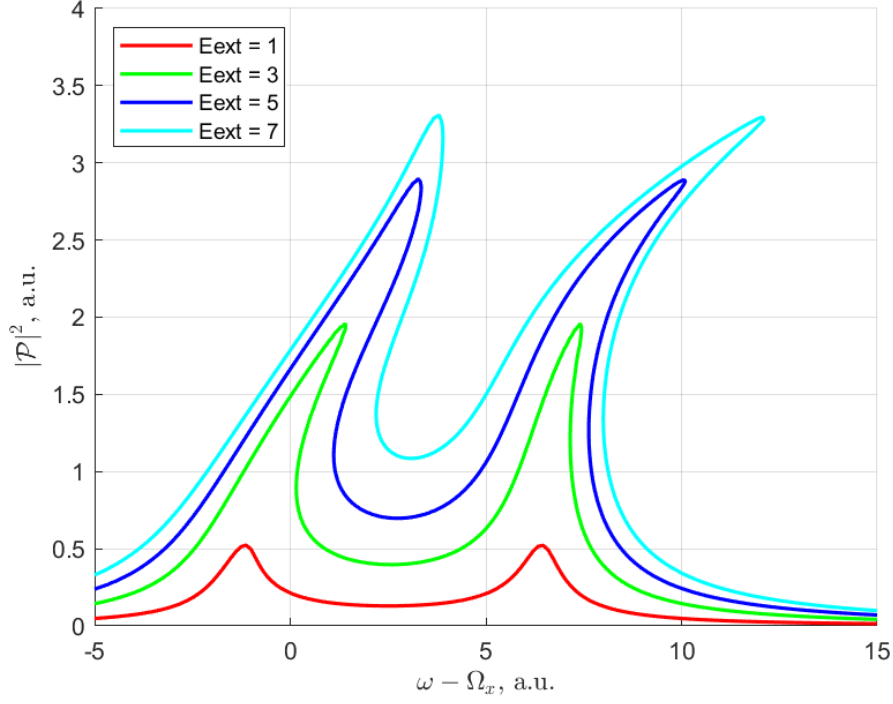


Рис. 3: Типичная зависимость $|\mathcal{P}|^2(\omega)$ при фиксированных значениях поля накачки \mathcal{E}_{ext} .

Однако для описания нелинейности в рамках механизма уменьшения экситонной силы осциллятора уравнения (26) надо модифицировать:

$$\begin{cases} (i\frac{d}{dt} - E_c) \mathcal{E}(t) = \alpha \mathcal{E}_{ext}(t) + \beta \mathcal{P}(t) \\ (i\frac{d}{dt} - E_x) \mathcal{P}(t) = (A_0 - F|\mathcal{P}|^2) \mathcal{E}(t) \end{cases} . \quad (35)$$

Легко заметить, что эта модификация может быть учтена *во всех* уравнениях (31 – 34) переносом члена $F|\mathcal{P}|^2$ из части, отвечающей синему сдвигу перенормированной частоты экситона, в часть, отвечающую уменьшению частоты Раби.

Зависимость (31) при фиксированной частоте представляет собой S-образную кривую, представленную на рис. 4 (расчет был проведен для механизма уменьшения силы экситонного осциллятора, использованные в модели параметры приведены ниже). При изменении интенсивности, падающей на микрорезонатор, в некотором интервале $I_1 < |\mathcal{E}_{ext}|^2 < I_2$ одному и тому же значению \mathcal{E}_{ext} могут соответствовать низкий, средний или высокий уровни отклика среды, то есть возможны три различных состояния системы[2].

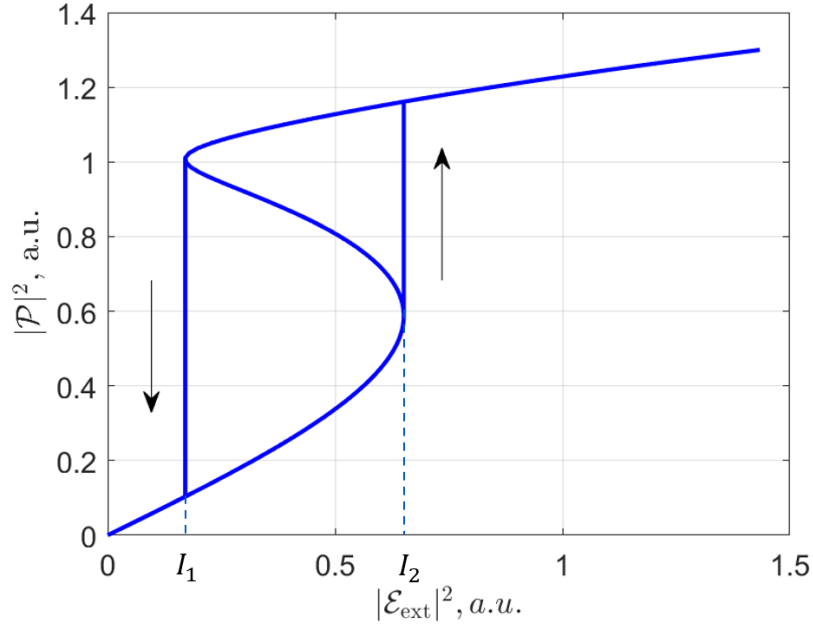


Рис. 4: Типичный вид S-образной зависимости $|\mathcal{P}^2| (|\mathcal{E}_{ext}|^2)$

В действительности средний уровень является неустойчивым[2]. Поэтому при увеличении поля накачки от 0 до I_2 отклик растёт по нижней ветви, и при $|\mathcal{E}_{ext}|^2 = I_2$ система скачком переходит из нижнего состояния в верхнее, после чего отклик монотонно растёт по верхней ветви.

На обратном пути скачок происходит с верхней устойчивой ветви на нижнюю при $|\mathcal{E}_{ext}|^2 = I_1$. Таким образом, при циклическом изменении падающего на микрорезонатор поля накачки формируется петля бистабильности гистерезисного типа.

На рис. 5 представлен набор S-кривых при разных значениях частоты ω (расстройки). В отсутствии затуханий ($\Gamma_c = \Gamma_x = 0$) S-кривая касается оси $(0, |\mathcal{P}|^2)$. При увеличении частоты S-кривая отклоняется вправо при некотором значении вырождается – функция $|\mathcal{P}|^2 (|\mathcal{E}_{ext}|^2)$ становится однозначной и бистабильность пропадает. При дальнейшем увеличении частоты бистабильность вновь проявляет себя в окрестности верхней поляритонной ветви.

Типичный вид решения уравнения (34) при фиксированном поле накачки представлен на рис. 3 и имеет форму двух склоняющихся в синюю сторону с ростом интенсивности накачки пиков. Многозначность функции $|\mathcal{P}|^2(\omega)$, т.е. область бистабильности, имеет место при $\omega \in (E_{LP}, E_c)$ и $\omega > E_{UP}$. Это объ-

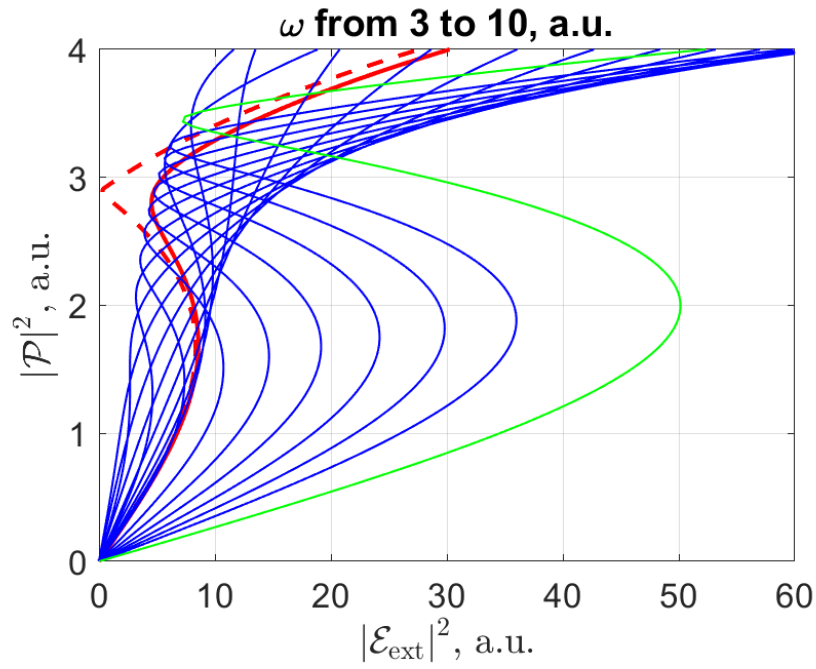


Рис. 5: Набор S-кривых при разных значениях частоты ω (расстройки). Красная кривая – $\omega = 3$, зелёная – $\omega = 12$; красная пунктирная кривая – затухания отсутствуют.

ясняет тот факт, что первый пик упирается в граничную частоту E_c , а второй неограниченно возрастает вправо по мере увеличения поля накачки \mathcal{E}_{ext} .

6 Результаты численного моделирования

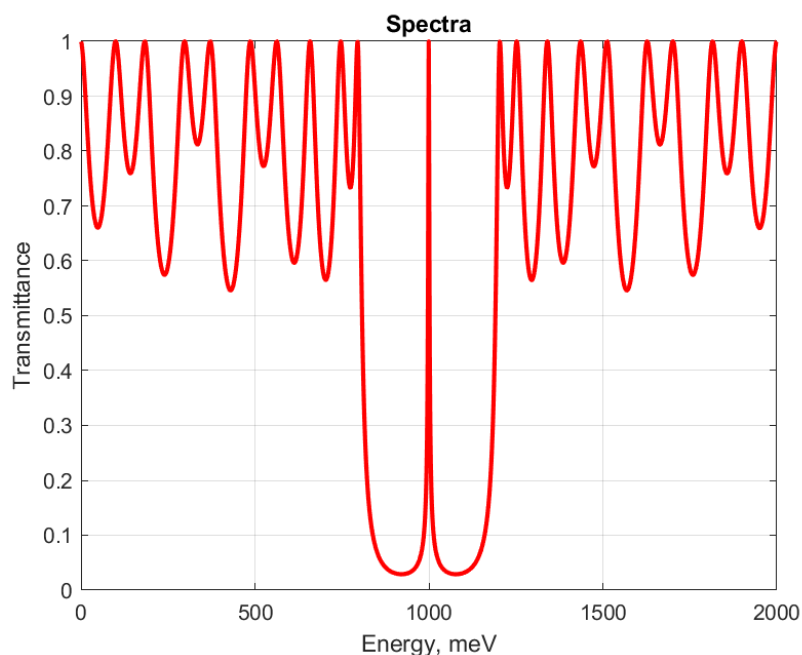


Рис. 6: Спектр пропускания.

В рамках выполнения работы была написана программа, основанная на микроскопическом формализме матрицы рассеяния. Она позволяет, зная геометрические параметры микрорезонатора и диэлектрические проницаемости его однородных слоёв, рассчитывать спектры прохождения, находить полюсы матрицы рассеяния и строить распределение электрического поля внутри микрорезонатора.

Как уже было сказано выше, выбраны следующие параметры микрорезонатора: $L_1 = 98$ нм, $L_2 = 155$ нм, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 4$, $m = 4$.

6.1 Построение спектра пропускания

Для разных значений энергии ищется матрица рассеяния, строится спектр пропускания. На этом этапе полагается, что диэлектрическая проницаемость резонансной полости постоянна (экситоны отсутствуют: ищется резонансная частота пустого микрорезонатора).

На рис. 6 представлен спектр пропускания микрорезонатора. В качестве резонансной для пустого микрорезонатора взята частота $\Omega_c = 1$ эВ - как видно, главный пик пропускания приходится на 1000 мэВ. Остальные пики (значе-

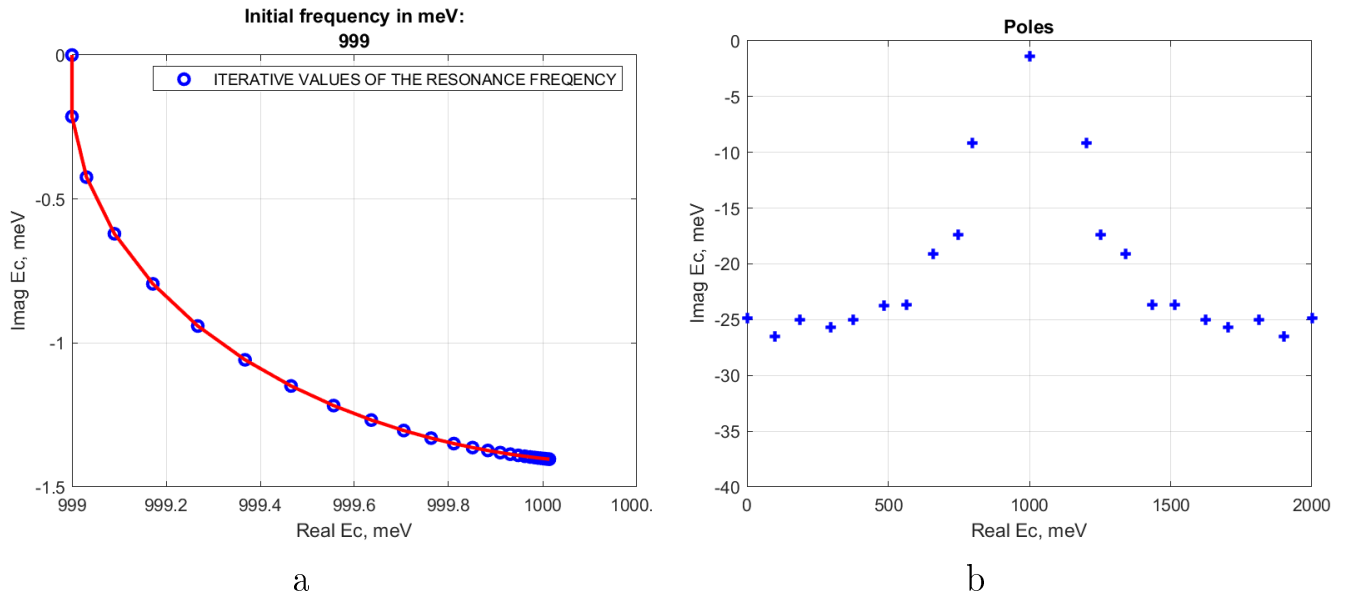


Рис. 7: а) Итерационный процесс поиска полюса матрицы рассеяния с заданной точностью на комплексной плоскости частоты (энергии); б) Резонансные состояния микрорезонатора на комплексной плоскости энергии.

ние коэффициента пропускания, в случае зеркально-симметричной системы и отсутствия поглощения, равное единице) определяют другие Фабри-Перо резонансы микрорезонатора, обладающие меньшей добротностью.

6.2 Поиск полюса матрицы рассеяния

После нахождения частоты, соответствующей пику в спектре пропускания, она задаётся в виде начальной для итерационного процесса поиска ближайшего к ней полюса матрицы рассеяния.

На рис. 7а представлен процесс поиска полюса матрицы рассеяния на комплексной плоскости, где в качестве начальной для итерационного процесса взята частота 999 мэВ. С точностью до $\epsilon = 10^{-4}$ мэВ полюс имеет значение $E_c = \Omega_c + i\Gamma_c = 1000 - 1.4035i$ мэВ. На рис. 7б на комплексной плоскости энергии показаны найденные полюса матрицы рассеяния.

6.3 Распределение поля

После нахождения резонансной частоты (полюса матрицы рассеяния) микрорезонатора можно построить резонансное распределение поля. Для этого в качестве входного столбца комплексных амплитуд слева от структуры выбирается

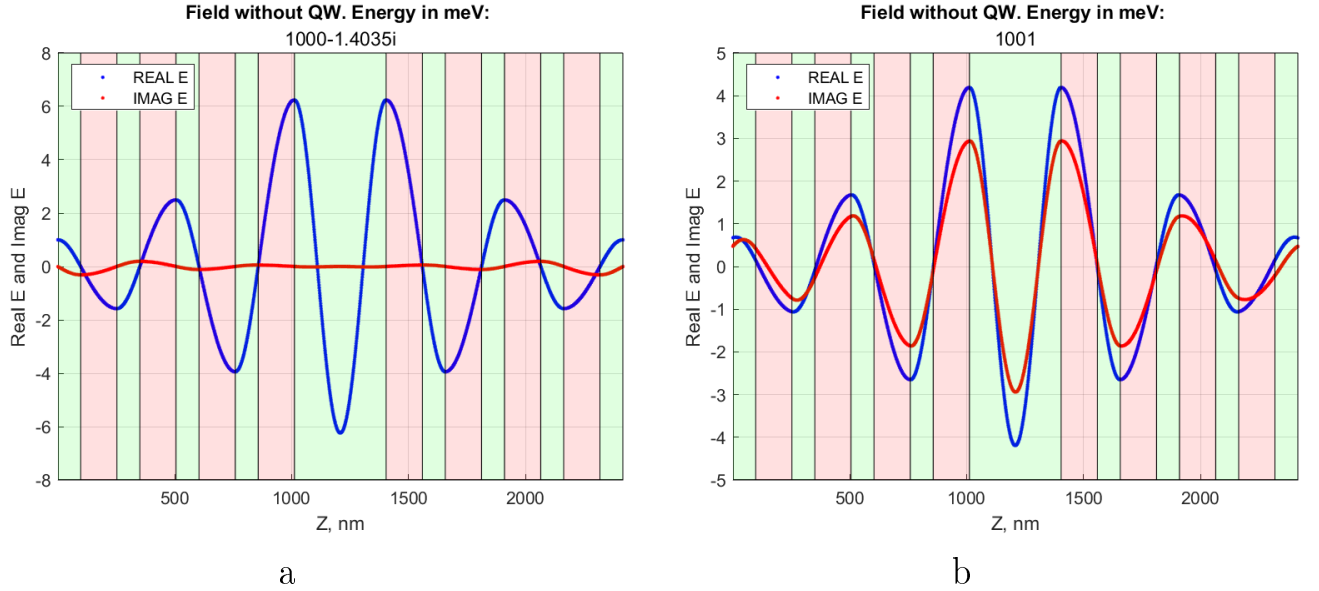


Рис. 8: а) Распределение электрического поля при резонансной частоте; б) Распределение электрического поля при нормальном падении на микрорезонатор плоской электромагнитной волны с частотой 1001 мэВ и единичной амплитудой. Оба распределения рассчитаны для случая отсутствия квантовой ямы (пустой микрорезонатор).

столбец $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Здесь ноль отвечает отсутствию входной волны ($A_L^+ = 0$)

На рис. 8а представлено резонансное распределение электрического поля. По-прежнему полагается, что нелинейные экситоны отсутствуют - микрорезонатор пуст.

Для построения распределения электрического поля с единичной входной амплитудой в отсутствии КЯ в качестве столбца комплексных амплитуд выбирается столбец $\begin{pmatrix} 1 \\ r_{LL} \end{pmatrix}$, где r_{LL} - коэффициент отражения падающей волны от микрорезонатора (предполагается, что волна падает слева направо). Распределение поля при частоте близкой к резонансной показано на рис. 8б.

На рис. 9 представлено распределение поля в микрорезонаторе при наличии квантовой ямы с нелинейным экситоном. В качестве входной взята волна единичной амплитуды. Ввиду того, что ширина квантовой ямы мала (~ 10 нм), электрическое поле в ней при расчётах считается однородным. На рис. 10 взята частота резонанса нижнего экситона.

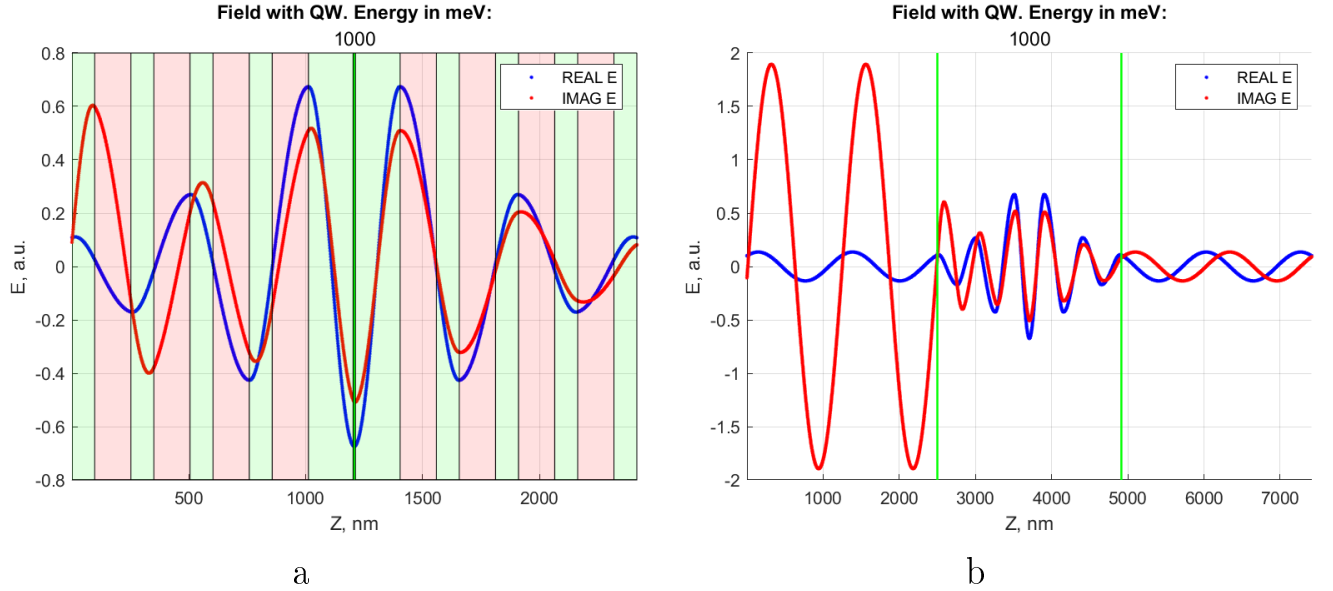


Рис. 9: а) Распределение электрического поля в микрорезонаторе с нелинейным экситоном. б) Распределение электрического поля в микрорезонаторе с нелинейным экситоном до и после прохождения через микрорезонатор. Предполагается, что микрорезонатор окружён вакуумом. Зелеными вертикальными чертами обозначено положение микрорезонатора

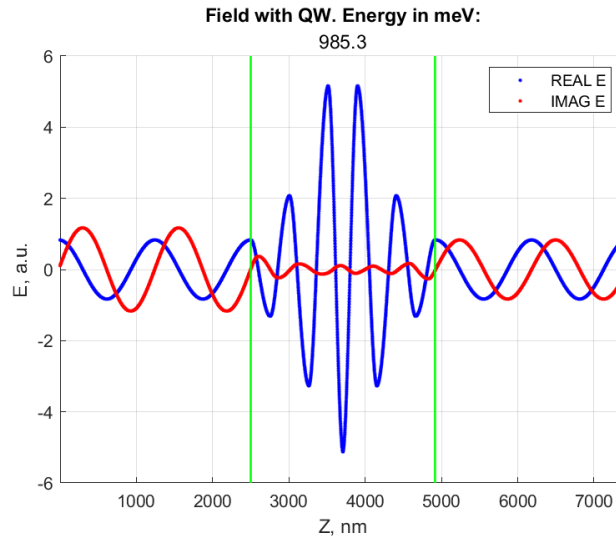


Рис. 10: Распределение электрического поля в микрорезонаторе с нелинейным экситоном на резонансной частоте нижнего экситона.

6.4 S-контур

С помощью формализма матрицы рассеяния была построена S-образная кривая бистабильности. В формуле (2) для диэлектрической проницаемости слоя с нелинейным экситоном использовались следующие значения

$$\varepsilon_0 = 10, \quad \Omega_x(I = 0) = 999 \text{ мэВ}, \quad \omega = 1000 \text{ мэВ}, \quad \gamma = 0.8 \text{ мэВ}.$$

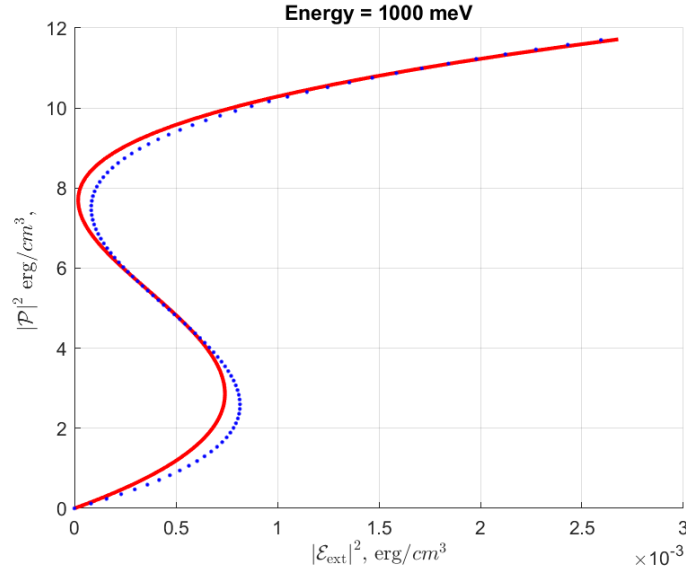


Рис. 11: Рассчитанная через матрицу рассеяния (красная сплошная) и через систему связанных макроуравнений (синяя точечная) S-образная зависимость $|\mathcal{P}|^2 (|\mathcal{E}_{ext}|^2)$

$$\tilde{\zeta} = 2.2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \cdot \text{с} \frac{\text{мэВ}}{\text{эрг}}, \quad 0 < I_{ext} < 2.7 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}, \quad 0 < I < 388.4 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}.$$

При нужном подборе значений частот и коэффициентов в макроуравнениях можно добиться наложения S-контуров, полученных из микро- и макроподходов. После аппроксимации кубическим полиномом S-образной зависимости из микроподхода, были получены коэффициенты a , b и c для уравнения (34) типа Дуффинга

$$a = 1.23 \cdot 10^{-5} \text{ см}^6/\text{эрг}^2, \quad b = -1.860 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3/\text{эрг}, \quad c = 7.147 \cdot 10^{-4}.$$

Зная a , b и c , можно подобрать частоты и коэффициенты в макроуравнениях. Подобранные частоты в мэВ

$$\omega = 1000, \quad \Omega_c = 1000, \quad \Omega_x = 999, \quad \Gamma_c = 1.591042, \quad \Gamma_x = 0.1, \quad \Omega_R = 0.19957.$$

Подобранные коэффициенты

$$A = 10 \text{ мэВ}, \quad \alpha = 6 \text{ мэВ}, \quad F = 0.13226 \text{ см}^3 \frac{\text{мэВ}}{\text{эрг}}.$$

На рис. 10 представлены наложенные S-образные кривые, полученные из микро- и макроподходов. Таким образом, с подобранными частотами и коэффициентами система макроскопических уравнений (27) описывает микрорезонатор с

заданными ранее параметрами.

Можно оценить по порядку величины плотность экситонов в квантовой яме на единицу поверхности для интенсивности накачки, соответствующей началу верхней ветви S-контура

$$(|\mathcal{E}|^2 - |\mathcal{E}_{ext}|^2) c\tau = N_x, \quad \tau = \frac{1}{\Gamma}.$$

Здесь τ - время жизни экситонов, Γ находится из ширины пика в спектре пропускания, c - скорость света, \mathcal{E} - локальное поле, \mathcal{E}_{ext} - поле падающей волны. Т.к. $\Gamma \sim 1$ мэВ, $|\mathcal{E}|^2 \sim 0.1 \frac{\text{эВ}\Gamma}{\text{см}^3}$, $|\mathcal{E}_{ext}|^2 \sim 10^{-3} \frac{\text{эВ}\Gamma}{\text{см}^3}$, получаем

$$\tau \sim 5 \cdot 10^{-11} \text{ с}, \quad N_x \sim 10^{11} \frac{1}{\text{см}^2}.$$

7 Выводы

1. При нелинейной зависимости экситонной поляризации квантовой ямы в брэгговском резонаторе от внешнего поля по механизму уменьшения силы осциллятора при определённых условиях может наблюдаться эффект оптической бистабильности экситон-поляритонов.
2. Получены оптические спектры и резонансные распределения полей.
3. С помощью формализма матрицы рассеяния построено распределение полей в структуре при нелинейной экситонной поляризации.
4. С помощью микро- и макроскопического подходов была построена S-образная кривая, демонстрирующая эффект бистабильности.
5. Из сравнения S-образных зависимостей, получены коэффициенты в резонансных макроскопических уравнениях, описывающих бистабильность и характерные плотности экситонов.

8 Заключение

В результате выполнения работы был исследован и смоделирован оптический бистабильный отклик планарного полупроводникового микрорезонатора с нелинейной экситонной поляризацией квантовой ямы от внешнего поля по механизму уменьшения силы осциллятора. Построены S-образные зависимости $|\mathcal{P}|^2 (|\mathcal{E}_{ext}|^2)$ из двух подходов: микроскопического формализма матрицы рассеяния для решения уравнений Максвелла для брэгговского микрорезонатора с квантовой ямой и системы макроскопических уравнений Максвелла и Шрёдингера с нелинейной связью поля и поляризации для модельной системы в резонансном приближении. При наложении двух S-кривых были подобраны частоты и коэффициенты для макроуравнений, и, таким образом, последние описывают заданный микрорезонатор.

Были получены спектры пропускания микрорезонатора, найдены полюсы матрицы рассеяния, соответствующей микрорезонатору, смоделированы распределения электрических полей в микрорезонаторе с/без квантовой ямы с нелинейным экситоном.

В заключении мне хочется выразить благодарность моему научному руководителю, Сергею Григорьевичу Тиходееву, за постановку столь интересной задачи и неоценимую помощь в моей работе и Дмитрию Громыко за обсуждение нелинейных эффектов и помощь в написании программы.

Список используемой литературы

- [1] N.Bloembergen Nonlinear optics, a lecture note (1965)
- [2] Ю.К. Фетисов Бистабильность в нелинейных резонансных системах (2001)
- [3] Мандель Л., Вольф Э. Оптическая когерентность и квантовая оптика (Москва, Физмалит, 2000)
- [4] Hyatt M. Gibbs Optical Bistability: Controlling Light with Light (1985)
- [5] Н.Б. Брандт, В.А. Кульбачинский Квазичастицы в физике конденсированного состояния (Москва, Физмалит, 2016)
- [6] Д.Р. Домарецкий Исследование конденсата микрорезонаторных экситонных поляритонов с ненулевым угловым моментом (2015)
- [7] R. Shimada, et al. IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS 38, p. 874 (2002)
- [8] А.А. Демен Кинетика стимулированного поляритон-поляритонного рассеивания в планарных полупроводниковых микрорезонаторах (2012)
- [9] Б.Салем, М. Тейх - Оптика и фотоника. Принципы и применения. Том 1 (Долгопрудный, Интеллект, 2012)
- [10] Gippius N.A. et al. Hard excitation of stimulated polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities 48, pp. 306–312 (2005)
- [11] Gippius N.A. et al., Europhys. Lett., 67 (6), pp. 997–1003 (2004)
- [12] Duffing, G. (1918), Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz ..., vol. Heft 41/42, Braunschweig: Vieweg, vi+134 pp
- [13] T.Weiss, Advanced numerical and semi-analytical scattering matrix calculations for modern nano-optics. Diss. Dr. rer. nat. (Physikalisches Institut der Universität Stuttgart, 2011)
- [14] Gippius N.A. et al. Polarization Multistability of Cavity Polaritons, 98 (2007)
- [15] Gippius N.A., Tikhodeev S.G., Multiple-polariton scattering in a semiconductor microcavity, J. Phys.: Condens. Matter 16 (2004)

- [16] A.L. Yablonskii et al. Optical Properties of Polaritonic Crystal Slab, 190, pp. 413–419 (2002)
- [17] A.L. Yablonskii et al. Polariton Effect in Distributed Feedback Microcavities, 70 pp. 1137–1144 (2001)
- [18] T. Fujita, T. Ishihara, Directionaly Enhanced Photoluminescence from Distributed Feedback Cavity Polaritons, 68 pp. 2918-2921 (1999)
- [19] E.Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. 58, 2059 (1987)
- [20] Н. Ашкрофт, Н. Мермин. Физика твёрдого тела. Том 1. (Москва, Мир, 1979)
- [21] С. Kittel Introduction to solid state physics, second edition (New York, 1956)
- [22] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, том 8. Электродинамика сплошных сред (Москва, Физматлит, 2005)
- [23] S.G. Tikhodeev et al. Quasiguided modes and optical properties of photonic crystal slabs, 66 (2002)
- [24] A. Christ et al. Waveguide-Plasmon Polaritons: Strong Coupling of Photonic and Electronic Resonances in a Metallic Photonic Crystal Slab, 91 (2003)
- [25] N.A. Gippius Optical properties of photonic crystal slabs with an asymmetrical unit cell, 72 (2005)
- [26] S.V. Lobanov et al. Controlling circular polarization of light emitted by quantum dots using chiral photonic crystal slabs, 92 (2015)
- [27] S.G. Tikhodeev et al. Influence of disorder on a Bragg microcavity (2020)
- [28] Л.В. Келдыш Когерентные состояния экситонов, Проблемы теоретической физики (1972)