# ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

## КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ФИЗИКИ КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

# МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ «ОПТИЧЕСКИЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ХИРАЛЬНЫХ ФОТОННЫХ СТРУКТУРАХ»

Выполнила

студентка 2 курса магистратуры группы 221М Ольга Алексеевна Дмитриева

Научный руководитель: проф. Сергей Григорьевич Тиходеев

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой\_\_\_\_\_

Москва 2022

# Содержание

Введение			3
1.	Обзо	ор литературы	5
2.	Расчёт поля в структуре в линейном случае		10
	2.1.	Метод Фурье-модального разложения	10
	2.2.	Метод матрицы рассеяния	13
3.	Эксі	итон-поляритоны и сдвиг резонансной частоты	16
	3.1.	Экситон-поляритоны в линейном случае	16
	3.2.	Введение нелинейности	18
	3.3.	Феноменологическое описание явления	19
	3.4.	Нахождение точной зависимости через расчёт распределе-	
		ния поля для линейного случая	21
4.	Результаты численного расчёта		24
	4.1.	Объект исследования	24
	4.2.	Зеркально-симметричная система	25
	4.3.	Хиральная система	29
	4.4.	Расчёт точной зависимости через распределение поля	35
Вь	Выводы		
3a	Заключение		
Сп	Список использованных источников		

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Пространственно-модулированные структуры находят широкий круг применений благодаря предоставляемым ими возможностям по управлению световыми потоками. Один из перспективных классов подобных структур — это резонатор, в котором осуществляется связывание фотонной и экситонной моды. В случае сильной связи говорят о возникновении связанных состояний фотона и экситона — экситон-поляритонов. Такие структуры находят широкое применение в качестве лазеров, фильтров и элементов спиновой памяти. Одним из их важных свойств является наличие нелинейности, возникающей из-за взаимодействия экситонполяритонов при их высокой концентрации и приводящей к наличию бистабильного или мультистабильного отклика.

Наличие хиральной модуляции в фотоннокристаллической структуре может приводить к появлению ненулевой степени циркулярной поляризации её отклика на линейно поляризованный сигнал. При этом параметры структуры обычно необходимо точно подобрать, чтобы максимизировать её селективность по знаку циркулярной поляризациии сигнала.

В этой работе проанализирована возможность качественного увеличения степени циркулярной поляризации отклика фотоннокристаллического хирального резонатора за счёт явлений мультистабильности даже при неудачном выборе его параметров, то есть в случае, когда при слабой интенсивности накачки (при отсутствии нелинейного эффекта) наблюдается слабая степень циркулярной поляризации.

В рамках выполнения работы написана программа, позволяющая на основании разработанных ранее способов расчёта распределения поля с заданной частотой в структуре рассчитывать зависимость её отклика на внешний сигнал известной интенсивности и частоты. С её помощью про-

ведён анализ нелинейных свойств зеркально-симметричной структуры, а также двух хиральных, с хорошо подобранными параметрами (высокой циркулярной поляризацией отклика при слабом сигнале) и плохо подобранными параметрами. Показано, что даже исходно неудачная система с учётом явления мультистабильности может демонстрировать высокую степень циркулярной поляризации отклика.

## 1. Обзор литературы

С развитием нанотехнологий большое внимание стали привлекать наноразмерные оптические структуры — фотонные кристаллы и метаматериалы [1–3].

Фотонными кристаллами называются материалы, обладающие периодически изменяющейся в пространстве диэлектрической проницаемостью, причём период её изменения сопоставим с длиной волны излучения, для взаимодействия с которым предназначен образец. Например, простейший одномерный фотонный кристалл представляет собой чередование слоёв двух материалов с различными показателями преломления (рис. 1, а).



Рисунок 1 - а) Простейший пример фотонного кристалла — брэгговское зеркало; б) образование зонной структуры одномерного фотонного кристалла: пунктирные линии закон дисперсии фотона в вакууме, сплошные — в фотонном кристалле с периодом D; в) спектр пропускания брэгговского зеркала из 100 пар слоёв, рассчитанный для значений параметров  $d_1 = 1031$  nm,  $d_2 = 893$  nm,  $\varepsilon_1 = 9$ ,  $\varepsilon_2 = 12$ 

Наличие пространственной периодичности приводит к образованию фотонных запрещённых зон, то есть областей энергий, в пределах которых фотоны не могут распространяться в структуре (рис. 1, б). С этим свойством фотонных кристаллов связаны уникальные возможности по управлению светом. В частности, возможно построение периодических структур с идеальным отражением или, наоборот, пропусканием в определённом диапазоне частот [4,5] (например, см. рис. 1, в). С другой стороны, дефекты (нарушения периодичности) в фотонных кристаллах могут служить волноводами [6–8] или микрорезонаторами [9, 10].

С фотоннокристаллическими устройствами связывают возможность конструирования логических интегральных схем, сигнал в которых может передаваться при помощи света и преобразовываться различными оптическими устройствами [11, 12]. Такие схемы, полностью основанные на оптических сигналах, могут работать на частотах, существенно превышающих достижимые для электронной техники. Для этого необходимо наличие оптических нелинейных элементов с достаточно большой величиной нелинейного эффекта, не требующей слишком высокой рабочей мощности или значительного рабочего объёма. На основе фотонных кристаллов могут быть сконструированы эффективные оптические переключатели [13] и фильтры [14, 15].

Подобные устройства могут иметь различные применения, связанные не только с оптическими интегральными схемами. Например, устройства, проявляющие селективность по знаку циркулярной поляризации, могут найти применение в молекулярной химии и разработке фармацевтических препаратов [16].

Один из перспективных типов структуры представляет собой двумерно-периодический фотоннокристаллический слой. Для численного анализа линейных свойств подобной структуры может быть использован метод оптической матрицы рассеяния [17–20]. Он позволяет рассчитывать оптические свойства структуры, состоящей из

нескольких двумерно-периодических слоёв с общим периодом, решая уравнения Максвелла в каждом из слоёв с помощью разложения поля в бесконечную сумму по Брэгговским гармоникам и затем объединяя результат по всем слоям методом матрицы рассеяния. При реальном расчёте производится суммирование только по некоторому конечному числу гармоник, необходимому для достижения заданной точности. В случае структуры, границы которой не лежат на линиях прямоугольной сетки производится переход к криволинейным координатам, для которых границы оказываются лежащими на линиях координатной сетки [19].

Один из вариантов системы подобного типа, проявляющей нелинейные оптические свойства, является мокрорезонатор с квантовой ямой. Такие микрорезонаторы вследствие явления связывания между фотонами и экситонами в яме проявляют ряд интересных оптических свойств [21–23]. На их основании изготавливают поляритонные лазеры [24, 25], оптические переключатели [26, 27] и элементы спиновой памяти [28].

При рассмотрении резонатора, параметры которого соответствуют режиму сильного связывания, можно говорить о появлении новой квазичастицы, являющейся связанным состоянием экситона и фотона — экситон-поляритона. При значительной концентрации экситон-поляритонов вследствие взаимодействия между экситонами ними происходит синий сдвиг резонансной частоты экситона (например, для квантовой ямы из GaAs величина сдвига по отношению к концентрации частиц составляет примерно 1,5 мэВ / мкм<sup>2</sup> [29]). Сдвиг резонансной частоты приводит к ряду явлений, связанных с бистабильностью и мультистабильностью отклика системы [30, 31]. В статье [32] приводятся пороговые значения интенсивности внешнего поля, начиная с которого



Рисунок 2 - Зависимость пороговой интенсивности накачки, при которой наблюдается бистабильность, от разности между резонансными частотами пустого резонатора и экситона, для резонатора из GaAlAs/AlAs с квантовой ямой из InGaAs в активном слое из GaAs [32].

можно наблюдать бистабильность, для резонатора, состоящего из двух зеркал из GaAlAs/AlAs и активного слоя из GaAs с квантовой ямой из InGaAs (рис. 2).

Полупроводниковые брэгговские микрорезонаторы с активной квантовой ямой и хирально-модулированным верхним зеркалом (то есть с нарушенной зеркальной симметрией) могут переходить в режим лазерной генерации с циркулярно-поляризованным излучением как при оптической [33,34], так и электрической накачке [35]. При этом при низких температурах они работают в режиме сильной экситон-поляритонной связи [34], являясь, таким образом, примером так называемых поляритонных лазеров [36]. По сравнению с нехиральными поляритонными лазерами, они не требуют использования статического магнитного поля для создания циркулярно-поляризованного излучения. Однако в литературе

до сих пор отсутствуют исследования нелинейно-оптических эффектов мультистабильности в таких хиральных микрорезонаторах.

Целью данной работы является теоретическое исследование мультистабильности экситон-поляритонов в планарном полупроводниковом микрорезонаторе пониженной симметрии  $C_4$  при резонансной накачке по нормали к структуре. Показано, что нарушение зеркальной симметрии такого резонатора приводит к резким мультистабильным переходам когерентной экситон-поляритонной моды (поляритонного конденсата) из линейно-поляризованного в циркулярно-поляризованное состояние и обратно даже при линейно-поляризованной резонансной накачке.

## 2. Расчёт поля в структуре в линейном случае

Для расчёта распространения электромагнитного поля в слоистых системах в линейном случае применяется метод Фурье-модального разложения и формализм матрицы рассеяния [17, 18]. Как будет показано далее, этот подход может быть использован с введением определённых дополнений и для расчёта нелинейных эффектов, связанных с взаимодействием экситон-поляритонов в резонаторе.

#### 2.1. Метод Фурье-модального разложения

Для нахождения решений уравнения Максвелла в структуре используется метод Фурье-модального разложения. Пусть исследуемая структура представляет собой один или несколько слоёв, каждый из которых периодичен по двум направлениям x и y и однороден вдоль оси z (пример подобной структуры, а также геометрия падения электромагнитной волны изображены на рис. 3).



Рисунок 3 - Пример двумерно-периодического слоя. Светло-серым цветом изображён материал подложки, тёмно-серым — вещество с большей диэлектрической проницае-мостью [18].

Пусть на структуру падает волна с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z),$  где

$$k_{x} = \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \varphi,$$
  

$$k_{y} = \frac{\omega}{c} \sin \theta \sin \varphi,$$
  

$$k_{z} = \frac{\omega}{c} \cos \theta$$
(1)

Учитывая, что все поля гармонические и для каждого из них взятие производной по времени сводится к домножению на  $-i\omega$ , для комплексных векторных амплитуд полей из уравнений Максвелла получим:

$$\begin{cases} [\nabla \times \mathbf{E}] = i\frac{\omega}{c}\mathbf{B} \\ [\nabla \times \mathbf{H}] = -i\frac{\omega}{c}\mathbf{D} \end{cases}$$
(2)

Добавив материальные уравнения

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \ \varepsilon = \varepsilon_{\omega} \\ \mathbf{B} = \mathbf{H} \end{cases}$$
(3)

и выражая магнитное поле из первого уравнения системы (2), получаем для электрического поля:

$$\begin{cases} -\Delta \mathbf{E} + \text{grad div } \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{D} \\ \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \end{cases}$$
(4)

Для решения уравнений (4) применим к ним Фурье-разложение.

Вследствие периодичности структуры в плоскости слоя и однородности вдоль оси z внутри каждого слоя, решение для электрического поля внутри слоя, в соответствии с теоремой Блоха [?, гл. 8], представляет собой произведение плоской волны на периодическую функцию u(x, y) с периодом, равным периоду структуры:

$$\mathbf{E} = \exp(ik_x x + ik_y y + iKz)u(x, y), \tag{5}$$

В таком случае представим это решение в виде суммы плоских волн, разлагая u(x, y) в ряд Фурье:

$$\mathbf{E} = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}_{\mathbf{G}} \exp(ik_{x,\mathbf{G}}x + ik_{y,\mathbf{G}}y + iKz),$$
(6)

где  $k_{x,G} = k_x + G_x$ ,  $k_{y,G} = k_y + G_y$ , G — вектор обратной решётки:

$$\mathbf{G} = \frac{2\pi}{d}(g_x, g_y, 0), \ g_x, g_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$
(7)

Тот же вид будут иметь вектора электрической индукции D и напряжённости H магнитного поля.

Заметим, что точное решение выражается через бесконечное число гармоник, но для практического расчёта необходимо ограничиться конечным числом слагаемых, т. е.  $g_x, g_y = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm g_{max}$ , тогда полное количество гармоник равно  $N_g = (2g_{max} + 1)^2$ .

Материальное уравнение для векторов D и E после Фурьепреобразования примет вид:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{G}} = \sum_{\mathbf{G}'} \varepsilon_{\mathbf{G},\mathbf{G}'} \mathbf{E}_{\mathbf{G}'},$$

$$\varepsilon_{\mathbf{G},\mathbf{G}'} = \frac{1}{S} \int_{(S)} \varepsilon(\mathbf{r}) \exp\left[i(\mathbf{G}' - \mathbf{G})\mathbf{r}\right] d^{3}r,$$
(8)

G, G' — вектора обратной решётки, интегрирование производится по площади элементарной ячейки *S*.

После Фурье-преобразования с учётом (8) из первого уравнения системы (4), исключая  $E_{z,G}$ , можно получить систему линейных уравнений на поиск собственных векторов и собственных значений:

$$\mathcal{M}\vec{\mathcal{E}}_{||} = \mathcal{K}^2 \mathcal{N}\vec{\mathcal{E}}_{||},\tag{9}$$

где  $\vec{\mathcal{E}}_{||}$  — вектор Фурье-амплитуд электрического поля:

$$\vec{\mathcal{E}}_{||} = \left(E_{x,\mathbf{G}_1},\ldots,E_{x,\mathbf{G}_{N_g}},E_{y,\mathbf{G}_1},\ldots,E_{y,\mathbf{G}_{N_g}}\right)^{\mathrm{T}},\tag{10}$$

 $\mathcal{K}^2$  — диагональная матрица собственных значений  $K^2$  размерности  $2N_g \times 2N_g$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{N}$  — заданные матрицы размерности  $2N_g \times 2N_g$ , зависящие от частоты  $\omega$ , компонент волнового вектора  $k_x$ ,  $k_y$  и периода структуры d, задающего период обратной решётки. Фурье-амплитуды компоненты электрического поля, параллельной оси z, известным образом [18] выражаются через Фурье-амплитуды компонент, перпендикулярных z.

Таким образом, решение уравнений Максвелла сводится к задаче (9) для собственных значений и собственных векторов  $\mathcal{E}_{||} = \left(\vec{\mathcal{E}}_{||}^{(1)}, \vec{\mathcal{E}}_{||}^{(2)}, \dots, \vec{\mathcal{E}}_{||}^{(2N_g)}\right).$ 

#### 2.2. Метод матрицы рассеяния

Для объединения решений в разных слоях и расчёта комплексных векторных амплитуд электрического поля в зависимости от координат может быть использован формализм матрицы рассеяния.

Решение уравнений Максвелла в слое раскладывается в сумму  $2N_g$  собственных векторов, распространяющихся вдоль направления оси z и противоположно ему. Введём вектор размерности  $4N_g$ , состоящий из амплитуд этих собственных векторов в данной плоскости постоянного значения координаты z:

$$\vec{\mathbb{A}}(z) = \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^+(z) \\ \vec{\mathcal{A}}^-(z) \end{pmatrix},$$
(11)

где  $\vec{\mathcal{A}}^+(z)$ ,  $\vec{\mathcal{A}}^-(z) - 2N_g$ -мерные вектора амплитуд волн, распространяющихся по и противоположно оси *z*. Вектор компонент электрического поля в плоскости для данного *z* выражаются через матрицу собственных векторов и матрицу амплитуд как

$$\vec{\mathcal{E}}_{||}(z) = \left(\mathcal{E}_{||}, \mathcal{E}_{||}\right) \vec{\mathbb{A}}(z) \tag{12}$$

Таким образом, чтобы найти распределение поля в данном перпендикулярном оси *z* «срезе» структуры, зная собственные значения  $\mathcal{E}_{||}$ , нужно узнать вектор амплитуд собственных волн  $\vec{\mathbb{A}}(z)$  для соответствующего значения *z*.

Введём матрицу рассеяния, связывающую вектор амплитуд волн, входящих в участок структуры  $(z_1, z_2)$ 

$$\vec{\mathbb{B}}_{in}(z_1, z_2) = \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^+(z_1) \\ \vec{\mathcal{A}}^-(z_2) \end{pmatrix}$$
(13)

с вектором амплитуд исходящих из него волн

$$\vec{\mathbb{B}}_{out}(z_1, z_2) = \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^+(z_2) \\ \vec{\mathcal{A}}^-(z_1) \end{pmatrix}$$
(14)

с помощью соотношения

$$\vec{\mathbb{B}}_{out}(z_1, z_2) = \mathbb{S}(z_1, z_2) \vec{\mathbb{B}}_{in}(z_1, z_2)$$
(15)

Введённая таким образом матрица рассеяния может быть рассчитана итерационным образом. Например, если уже рассчитана матрица рассеяния  $\mathbb{S}(z_1, z' + 0)$  и участок структуры (z', z'') однороден вдоль оси z, то новая матрица рассеяния  $\mathbb{S}(z_1, z'' - 0)$  может быть получена из старой известным преобразованием [18]. Далее, если на уровне z = z'' в структуре происходит переход между различными слоями, то зная матрицу рассеяния  $\mathbb{S}(z_1, z'' - 0)$ , с помощью известного преобразования [18], полученного с учётом материальных уравнений, можно найти матрицу рассеяния  $\mathbb{S}(z_1, z'' - 0)$ . Таким образом, приняв исходно  $\mathbb{S}(z_1, z_1) = \mathbb{I}$  (где  $\mathbb{I}$  — единичная матрица соответствующей размерности), можно, добавляя по очереди слои однородного материала и интерфейсы между различными материалами, рассчитать результирующую матрицу рассеяния  $\mathbb{S}(z_1, z_2)$ .

Для того, чтобы с помощью матрицы рассеяния найти вектор амплитуд собственных волн для выбранного значения  $z = z_0$ , нужно учесть вид

векторов, падающих на структуру в целом:

$$\vec{\mathcal{A}}_{\mathbf{v},\alpha}^{+} \equiv \vec{\mathcal{A}}_{\alpha}^{+}(-0) = \left(e_{x}^{(\alpha)}, 0, \dots, 0, e_{y}^{(\alpha)}, 0, \dots, 0\right)^{\mathrm{T}}, \vec{\mathcal{A}}_{\mathbf{s},\alpha}^{-} \equiv \vec{\mathcal{A}}_{\alpha}^{-}(z_{\max}+0) = (0, \dots, 0)^{\mathrm{T}},$$
(16)

где  $\alpha$  обозначает поляризацию падающей волны, а ненулевые компоненты  $e_x$  и  $e_y$  заданы для S поляризации как  $e_x^{(S)} = \sin(\varphi), e_x^{(S)} = -\cos(\varphi),$  для P поляризации как  $e_x^{(P)} = \cos(\theta)\cos(\varphi), e_x^{(P)} = \cos(\theta)\sin(\varphi).$ 

Для нахождения векторов амплитуд  $\vec{\mathcal{A}}^{-}(z_0)$ ,  $\vec{\mathcal{A}}^{+}(z_0)$  запишем два уравнения, связывающих их с векторами амплитуд на границах структуры:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^{+}(z_{0}) \\ \vec{\mathcal{A}}^{-}(-0) \end{pmatrix} = \mathbb{S}(-0, z_{0}) \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}_{v}^{+} \\ \vec{\mathcal{A}}^{-}(z_{0}) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^{+}(z_{\max}+0) \\ \vec{\mathcal{A}}^{-}(z_{0}) \end{pmatrix} = \mathbb{S}(z_{0}, z_{\max}+0) \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^{+}(z_{0}) \\ \vec{\mathcal{A}}_{s}^{-} \end{pmatrix}$$
(17)

Система (17) состоит из  $8N_g$  уравнений, которые определяют  $8N_g$  переменных  $\vec{\mathcal{A}}^+(z_0), \vec{\mathcal{A}}^-(z_0), \vec{\mathcal{A}}^-(-0), \vec{\mathcal{A}}^+(z_{max}+0).$ 

Таким образом, рассчитывая матрицы рассеяния  $\mathbb{S}(-0, z_0)$  и  $\mathbb{S}(z_0, z_{max}+0)$  и решая уравнения (17), можно найти вектор амплитуд собственных волн  $\vec{\mathbb{A}}(z_0)$  для любого «среза»  $z_0$  структуры, через него с помощью соотношения (11) вычислить вектор Фурье-амплитуд электрического поля  $\vec{\mathcal{E}}(z_0)$  для этого «среза», и, наконец, суммируя ряд (6), найти значения комплексных векторных амплитуд электрического поля  $\mathbf{E}(x, y, z_0)$  в выбранном «срезе».

## 3. Экситон-поляритоны и сдвиг резонансной частоты

#### 3.1. Экситон-поляритоны в линейном случае

Представим себе систему, состоящую из двух брэгговских зеркал и заключённого между ними резонаторного слоя. В ней возникает резонансная мода с фиксированным значением компоненты волнового вектора  $k_z$ , перпендикулярной к слоям. В этом случае закон дисперсии фотона становится параболическим:

$$\omega_{C} = \frac{c}{n} \sqrt{k_{z}^{2} + k_{\parallel}^{2}} \approx \frac{ck_{z}}{n} \left( 1 + \frac{k_{\parallel}^{2}}{2k_{z}^{2}} \right) = \omega_{C0} + \frac{k_{\parallel}^{2}}{2m_{C}}, \quad (18)$$

причём соответствующая эффективная масса  $m_C$  может составлять  $10^{-4} - 10^{-5}$  массы свободного электрона [23].

Пусть резонаторный слой содержит одну или несколько квантовых ям. Электроны и дырки, заключённые в квантовой яме, могут образовывать связанное состояние — экситон, эффективная масса которого составляет порядка 0.1 от массы свободного электрона [23]. В случае, если резонансная частота экситона оказывается близка к частоте моды пустого резонатора, может произойти связывание между экситонной и фотонной модой.

Пусть на микрорезонатор с квантовой ямой падает по нормали плоская электромагнитная волна частоты вида  $\mathcal{E}_{ext} \exp(-i\omega t + ik_z z)$ . Вследствие этого в квантовой яме устанавливается электрическое поле с амплитудой  $\mathcal{E}$  и соответствующей амплитудой экситонной поляризации  $\mathcal{P}_{\pm}$ . Будем описывать взаимодействие электромагнитной волны с веществом следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} (\omega - \omega_C)\mathcal{E} = \alpha \mathcal{E}_{\text{ext}} + \beta \mathcal{P}, \\ (\omega - \omega_X)\mathcal{P} = A\mathcal{E}, \end{cases}$$
(19)

где  $\omega_C$  — резонансная частота пустого микрорезонатора,  $\omega_X$  — резонансная частота экситона.

Решая эту систему, для электрического поля в квантовой яме и экситонной поляризации получим следующие выражения:

$$\mathcal{P} = \alpha \mathcal{E}_{\text{ext}} \frac{A}{(\omega - \omega_X)(\omega - \omega_C) - \Omega_R^2},$$

$$\mathcal{E} = \alpha \mathcal{E}_{\text{ext}} \frac{\omega - \omega_X}{(\omega - \omega_X)(\omega - \omega_C) - \Omega_R^2},$$
(20)

где  $\Omega_R = A\beta$  — частота Раби.

Приравнивая к нулю знаменатель выражений (20), получаем выражения для собственных частот системы:

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2}(\omega_C + \omega_X) \pm \sqrt{\frac{(\omega_C - \omega_X)^2}{4} + \Omega_R^2}.$$
 (21)

В зависимости от соотношения между разностью мнимых частей резонансных частот пустого резонатора  $\omega_C$  и экситонов  $\omega_X$  возможны случаи слабого или сильного связывания (см. рис. 4, а, б) [21]. Во втором случае возникают две ветви с непересекающимися действительными частями: нижняя поляритонная ветвь  $\omega_{LP} = \omega_1$  и верхняя поляритонная ветвь  $\omega_{UP} = \omega_2$ . При этом можно говорить о появлении экситон-поляритона — связанного состояния экситона и фотона. Иманно этот случай мы и будем рассматривать далее.

Полученные результаты легко обобщить на ситуацию, когда падающая волна направлена под некоторым углом к нормали. Достаточно учесть



Рисунок 4 - а, б) Действительные и мнимые части собственных частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в зависимости от собственной частоты резонатора  $\omega_C$  в случае слабой (а) и сильной (б) связи (экситонная и резонаторная частоты отмечены пунктирными линиями), в) закон дисперсии поляритонных ветвей в случае сильной связи.

зависимость резонансных частот пустого резонатора и экситона от волнового вектора в плоскости слоя  $k_{\parallel}$ . При этом необходимо отметить, что, поскольку эффективная масса резонаторной моды много меньше эффективной массы экситона, можно считать закон дисперсии экситона горизонтальным, его частоту — не зависящей от  $k_{\parallel}$ . В таком случае можно принять  $\omega_X(k_{\parallel}) = \text{const}, \, \omega_C(k_{\parallel}) = \omega_C + \frac{k_{\parallel}^2}{2m_C}$ . Отсюда получается закон дисперсии, изображённый на рис. 4, в.

#### 3.2. Введение нелинейности

В случае, когда поверхностная плотность экситон-поляритонов в резонаторе мала, они не взаимодействуют между собой, и система является линейной. Этот случай описан выше. Если же плотность экситонполяритонов возрастает, то вследствие того, что взаимодействие между электроном и дыркой в одном экситоне начинает экранироваться другими экситонами, происходит сдвиг энергии связи и, как следствие, резонансной частоты экситонов  $E_X$ . Этот сдвиг частоты пропорционален плотности  $|\psi_X|^2$  экситон-поляритонов:  $\Delta \omega = \alpha |\psi_X|^2$ .

Такое взаимодействие между экситон-поляритонами зависит от их спина. При взаимодействии экситон-поляритонов в триплетной конфигурации коэффициент  $\alpha_1 > 0$ , увеличение плотности приводит к увеличению резонансной частоты. При взаимодействии в синглетной конфигурации коэффициент  $\alpha_2 < 0$ . Взаимодействие в синглетной конфигурации слабее, чем в синглетной,  $|\alpha_2| \ll \alpha_1$  [30], поэтому при дальнейшем рассмотрении положим  $\alpha_2 = 0$ . При этом уравнения, описывающие взаимодействие падающего право- и левополяризованного света с экситонполяритонами в резонаторе будут независимы.

#### 3.3. Феноменологическое описание явления

Пусть на микрорезонатор с квантовой ямой падает по нормали плоская электромагнитная волна частоты  $\omega$  с амплитудами  $\mathcal{E}_{ext,\pm}$  правой и левой циркулярной поляризаций. Вследствие этого в квантовой яме устанавливается электрическое поле, описывающееся амплитудами  $\mathcal{E}_{\pm}$  в базисе циркулярных поляризаций и соответствующая экситонполяритонная поляризация  $\mathcal{P}_{\pm}$ . Пренебрегая взаимодействием между экситон-поляритонами в синглетной конфигурации, мы можем описывать взаимодействие системы с право- и левополяризованным полем независимо.

Следуя подходу, предложенному в работе [31], будем использовать систему (19) для каждой из двух циркулярных поляризаций, добавив к правой части второго уравнения нелинейное слагаемое вида  $F|\mathcal{P}_{\pm}|^2\mathcal{P}_{\pm}$ :

$$\begin{cases} (\omega - \omega_C)\mathcal{E}_{\pm} = \alpha_{\pm}\mathcal{E}_{\text{ext},\pm} + \beta \mathcal{P}_{\pm}, \\ (\omega - \omega_X)\mathcal{P}_{\pm} = F|\mathcal{P}_{\pm}|^2 \mathcal{P}_{\pm} + A\mathcal{E}_{\pm}. \end{cases}$$
(22)

Если резонатор является зеркально симметричным, то правая и левая циркулярные поляризации равноправны, и  $\alpha_+ = \alpha_-$ . Если, напротив, резонатор является хиральным, то и соответствующие коэффициенты  $\alpha_+$  и  $\alpha_-$  различаются. При этом это единственный параметр в уравнениях (22), который зависит от знака циркулярной поляризации: неперенормированные собственные частоты и коэффициенты связи не могут от неё зависеть из-за электродинамической взаимности [16]. Далее при рассмотрении решения этой системы будем писать  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{P}$ ,  $\alpha$ , подразумевая одну из поляризаций.

Если ввести сдвинутую вследствие нелинейного эффекта резонансную частоту экситона  $\tilde{\omega}_X = \omega_X - F |\mathcal{P}|^2$ , то система (22) для каждой поляризации приобретает вид, полностью аналогичный системе (19). Преобразуя систему, получим:

$$\mathcal{P}\left[(\omega - \omega_C)(\omega - \omega_X - F|\mathcal{P}|^2) - \Omega_R^2\right] = A\alpha \mathcal{E}_{ext}$$
(23)

Домножая равенство (23) на комплексно сопряжённое, получим кубическое уравнение относительно переменной  $Y = |\mathcal{P}/\mathcal{E}_{ext}|^2$ :

$$Y^{3} \cdot |\Delta_{C}|^{2} \left(\frac{I}{I_{0}}\right)^{2} - Y^{2} \cdot 2\frac{I}{I_{0}}Re(\delta\Delta_{C}) + Y \cdot |\delta|^{2} - 1 = 0,$$
(24)

где *I* — интенсивность накачки,

$$I_{0} = \frac{c}{8\pi} \cdot \left| \frac{A}{F} \right|,$$
  

$$\Delta_{C} = \frac{\omega - \omega_{C}}{\alpha},$$
  

$$\delta = \frac{(\omega - \omega_{C}) (\omega - \omega_{X}) - \Omega_{R}^{2}}{A\alpha}.$$

Для того, чтобы найти решение уравнения (24), необходимо знать значения параметров в исходной системе (22). Зададим собственную частоту экситона  $\omega_X$  и определим диэлектрическую проницаемость вещества квантовой ямы, исходя из экспериментальных результатов для подобных квантовых ям. Далее, используя метод Фурье-модального разложения и формализм матрицы рассеяния, получим распределение поля в структуре в линейном случае в зависимости от частоты накачки. На основании информации о полях и известной диэлектрической проницаемости мы можем найти зависимость поляризации  $\mathcal{P}$  от частоты накачки в линейном случае. Поскольку известен характер этой зависимости (см. соотношение 20), мы можем найти её параметры, аппроксимируя кривую, полученную в результате численного моделирования. Параметр нелинейности *F*, как и экситонную частоту, необходимо задать на основании экспериментальных данных.

# 3.4. Нахождение точной зависимости через расчёт распределения поля для линейного случая

Рассмотрим, каким образом возможно, зная распределение поля внутри структуры при определённой резонансной частоте экситона в линейном случае, найти зависимость плотности экситон-поляритонов в резонаторе от интенсивности внешнего поля заданной частоты с учётом нелинейного эффекта сдвига резонансной частоты при увеличении плотности экситон-поляритонов.

Метод Фурье-модального разложения и формализм матрицы рассеяния позволяют, как было показано в главе 2, найти в линейном приближении распределение поля  $E_{\omega}(x, y, z)$  внутри системы при заданной комплексной векторной амплитуде  $E_{ext}$  падающего на систему монохро-

матического внешнего электромагнитного поля с частотой ω. В таком случае, приняв модуль амплитуды внешнего поля равным единице, мы получим распределение в системе коэффициента усиления поля

$$\epsilon_{\omega,\sigma}(x, y, z) = \frac{\mathbf{E}(x, y, z)}{|\mathbf{E}_{\text{ext}}|}$$
(25)

при заданной частоте  $\omega$  и поляризации  $\sigma$  падающей волны. Для применения упомянутого метода необходимо предварительно задать диэлектрическую проницаемость на данной частоте  $\varepsilon_{\omega}(x, y)$  в каждом слое системы.

Перейдём к рассмотрению применения метода для расчёта в нелинейном случае. Покажем, как с его помощью можно установить зависимость плотности экситон-поляритонов от интенсивности внешнего поля. Отметим вначале, что эта зависимость является неоднозначной. Поэтому будет удобнее найти, наоборот, зависимость интенсивности внешнего поля от плотности экситон-поляритонов, то есть для любого заданного значения плотности экситон-поляритонов определить, при каком значении интенсивности внешнего поля оно установится в системе.

Предположим, что под действием внешнего поля неизвестной амплитуды  $\mathcal{E}_{ext}$  и заданной циркулярной поляризации  $\sigma$  в системе установилось некоторое значение резонансной частоты экситон-поляритонов  $\tilde{\omega}_X$ . В таком случае диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_{\omega}(x, y)$  в каждом слое структуры определена. Применяя метод Фурье-модального разложения и формализм матрицы рассеяния, мы можем найти при данной экситонной частоте коэффициент усиления поля  $\epsilon_{\omega,\sigma}(x, y, z)$  в каждой точке структуры. Тогда комплексная амплитуда поля в каждой точке структуры может быть выражена через коэффициент усиления и неизвестную амплитуду внешнего поля как  $\epsilon_{\omega,\sigma}(x, y, z) \cdot \mathcal{E}_{ext}$ .

Поскольку диэлектрическая проницаемость вещества каждого слоя, в том числе квантовой ямы, при заданном значении  $\tilde{\omega}_X$  определена, можно

найти локальный коэффициент усиления поляризации, заданный как отношение

$$\boldsymbol{\pi}_{\omega,\sigma}(x, y, z) = \frac{\mathbf{P}_{\omega,\sigma}(x, y, z)}{|\mathbf{E}_{\text{ext}}|}$$
(26)

поляризации в каждой точке структуры к амплитуде внешнего поля. В самом деле,

$$\pi_{\omega,\sigma}(x,y,z) = \frac{\varepsilon(x,y) - 1}{4\pi} \frac{\mathbf{E}_{\omega,\sigma}(x,y,z)}{|\mathbf{E}_{\text{ext}}|} = \frac{\varepsilon(x,y) - 1}{4\pi} \cdot \epsilon_{\omega,\sigma}(x,y,z). \quad (27)$$

В таком случае, сводя задачу к линейной, можно рассчитать при заданной резонансной частоте  $\tilde{\omega}_X$  локальный коэффициент усиления поляризации в квантовой яме  $\pi_{\omega,\sigma}$ . С другой стороны, сдвиг резонансной частоты связан с абсолютным значением поляризации соотношением

$$\tilde{\omega}_X - \omega_X = F |\mathbf{P}_{\omega,\sigma}|^2.$$
(28)

Таким образом, мы знаем как модуль  $|\mathbf{P}_{\omega,\sigma}|$  абсолютного значения поляризации, так и модуль  $|\pi_{\omega,\sigma}|$  локального коэффициента усиления поляризации вещества квантовой ямы. Их отношение равно искомому модулю амплитуды внешнего поля  $|\mathcal{E}_{ext}|$ .

Итак, выбрав заданное значение модуля поляризации  $|\mathbf{P}_{\omega,\sigma}|$  внутри квантовой ямы и соответствующее ему значение резонансной частоты  $\tilde{\omega}_X$ , можно свести задачу к линейной и найти с помощью метода Фурьемодального разложения и формализма матрицы рассеяния распределение локального коэффициента усиления поляризации  $\pi_{\omega,\sigma}$  в структуре и определить соответствующую амплитуду внешнего поля

$$\mathcal{E}_{\text{ext}} = \frac{|\mathbf{P}_{\omega,\sigma}|}{|\boldsymbol{\pi}_{\omega,\sigma}|} \tag{29}$$

## 4. Результаты численного расчёта

#### 4.1. Объект исследования



Рисунок 5 - а) Зеркально-симметричный резонатор (жёлтым цветом показаны слои из AlGaAs, синим — AlAs, красным — GaAs, малиновым — квантовые ямы из InGaA), б) элементарная ячейка хирального резонатора, в) элементарная ячейка оптимизированного (сверху) и неоптимизированного (снизу) хирального резонатора.

Резонатор, на примере которого были рассмотрены описанные эффекты [37, 38], представляет собой заключённый между двумя Брэгговскими зеркалами из GaAs, AlGaAs и AlAs активный слой, содержащий 12 квантовых ям из InGaAs (рис. 5, а). При расчёте линейных свойств резонатора диэлектрическая проницаемость материала квантовой ямы была взята в виде

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\inf} \cdot \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} \right)$$
(30)

Был рассмотрен случай зеркально-симметричного резонатора, состоящего из однородных слоёв, а также случай хирального резонатора. Последний представляет собой зеркально-симметричный резонатор, в верхнем зеркале которого вытравлена квадратная решётка микропилларов (рис. 5, б). Был проведён расчёт для двух вариантов хирального резонатора: с высокой селективностью по знаку циркулярной поляризации («оптимизированный», геометрия микропилларов — рис. 5, в, сверху) и с низкой селективностью по знаку циркулярной поляризации («неоптимизированный», геометрия микропилларов — рис. 5, в, сверху). Для оптимизированный», геометрия микропилларов — рис. 5, в, сверху). Для оптимизированный и левой циркулярной поляризации накачки в линейном приближении составляет около 4 (степень циркулярной поляризации при линейной накачке 60%), для неоптимизированного это отношение равно 1.08 (степень циркулярной поляризации при линейной накачке 4%).

#### 4.2. Зеркально-симметричная система

Как было описано ранее, применяя метод Фурье-модального разложения и формализм матрицы рассеяния, можно рассчитать распределение поля внутри системы. Зная это распределение, можно определить среднее значение квадрата модуля поляризации вещества квантовой ямы. Таким способом была получена его зависимость от частоты падающей волны  $\mathcal{P}(\omega)$ , изображённая на рис. 6. На графике видно два пика, соответствующих нижней и верхней поляритонным ветвям. Полученная



Рисунок 6 - Зависимость среднего квадрата модуля поляризации в квантовых ямах от частоты внешнего поля в линейном приближении: а) расчёт б) расчёт и аппроксимация для нижней поляритонной ветви.



Рисунок 7 - Зависимость среднего а) квадрата модуля поляризации б) локального коэффициента усиления поляризации в квантовых ямах от частоты внешнего поля в нелинейном случае для разных значений интенсивности внешнего поля.

зависимость была аппроксимирована в окрестности нижней поляритонной частоты в соответствии с соотношением (20), результат аппроксимации отображён на графике. Таким образом найдены параметры, описывающие эту зависимость. Для анализа нелинейного случая в дальнейшем использовались эти значения параметров.

Введение нелинейности приводит к сдвигу резонансной частоты экситона, пропорциональному квадрату модуля поляризации вещества кван-



Рисунок 8 - Зависимость среднего квадрата модуля поляризации в квантовых ямах от интенсивности внешнего поля в нелинейном случае а) для частоты внешнего поля 1543.1 мэВ б) для разных значений частоты внешнего поля. Нестабильная ветвь изображена пунктиром.

товой ямы, поэтому пик в зависимости  $|\mathcal{P}^{(\mathcal{I})}(\omega)|^2$  начинает наклоняться вправо (рис. 7). Начиная с некоторого порогового значения интенсивности возникает область бистабильности, в которой одной и той же частоте и интенсивности внешнего поля соответствует два возможных устойчивых значения поляризации.

На основании результатов, приведённых на рис. 8, можно оценить параметр нелинейности F или связанную с ним величину  $I_0$  — характерный масштаб интенсивности, в соответствии с которым построены все дальнейшие зависимости. Для этого обратимся к результатам статьи [32], приведёным на рис. 2. Структура, изученная в этой статье, сходна по материалам и геометрии с однородной структурой, для которой проводились расчёты в данной работе. Результаты эксперимента показали, что пороговое значение мощности лазера, при котором возникает бистабильность, составляет приблизительно 1 мВт при размере пятна 40 мкм, что соответствует интенсивности в районе 70 Вт/см<sup>2</sup>. В то же время, ес-

ли обратиться к рис. 8, можно заметить, что бистабильность начинается со значений  $I/I_0 \approx 15$ . Из этого можно заключить, что  $I_0$  составляет по порядку 5 Вт / см<sup>2</sup>.

Рассмотрим соответствующую зависимость квадрата модуля поляризации не от частоты накачки, а от её интенсивности при постоянной частоте, на которой возможно наблюдать бистабильность (рис. 8, а). При малых значениях интенсивности накачки наблюдается линейный рост  $|\mathcal{P}|^2$ . Далее интенсивность становится достаточной, чтобы наклон зависимости  $|\mathcal{P}(\omega)|^2$  был существенным и заметно влиял на отношение  $|\mathcal{P}(\omega)/\mathcal{E}_{ext}|^2$  (ср. оранжевую и красную кривые на рис. 7, б: видно, что для красной кривой, соответствующей интенсивности  $30I_0$ , нижнее значение  $|\mathcal{P}^{(I)}(\omega)/\mathcal{E}_{ext}|^2$ , соответствующее 1543.1 мэВ, выше, чем для кривых, отвечающих меньшим значениям интенсивности). При этом становится заметным отклонение зависимости  $|\mathcal{P}(I)|^2$  от линейной (участок AB на рис. 8, а)

При дальнейшем увеличении интенсивности при достижении ей некоторого порогового значения (т. В на рис. 8, а) резонансная частота оказывается достаточно близко к частоте накачки, и происходит скачкообразное увеличение  $|\mathcal{P}|^2$ , сопровождаемое и усиливаемое сдвигом резонансной частоты в сторону частоты накачки (участок BC). При последующем увеличении интенсивности (участок CD) происходит плавное увеличение  $|\mathcal{P}|^2$ , при этом резонансная частота уходит от частоты накачки, поэтому отношение  $|\mathcal{P}/\mathcal{E}_{ext}|^2$  постепенно начинает уменьшаться (см. коричневую кривую на рис. 7, б: верхнее значение  $|\mathcal{P}^{(I)}(\omega)/\mathcal{E}_{ext}|^2$ , соответствующее 1543.1 мэВ для коричневой кривой ниже, чем для красной, отвечающей меньшей интенсивности). При обратном уменьшении интенсивности при переходе через точку С

продолжается плавное уменьшение  $|\mathcal{P}|^2$  (участок CE): благодаря высокому значению  $|\mathcal{P}|^2$  резонансная частота остаётся достаточно близкой к частоте накачки, чтобы поддерживать  $|\mathcal{P}|^2$  на высоком уровне, пока интенсивность не достигает второго критического значения, при котором происходит скачкообразное уменьшение  $|\mathcal{P}|^2$ , сопровождаемое уходом резонансной частоты влево от частоты накачки (участок EA). Таким образом, в области величин интенсивности накачки между двумя критическими значениями наблюдается гистерезис.

#### 4.3. Хиральная система

Прежде чем перейти к рассмотрению эффектов, возникающих в хиральном резонаторе, отметим, что поле в модулированной структуре может быть неоднородным. При этом подход, описываемый уравнениями (22), предполагает одинаковое значение  $|\mathcal{P}|^2$  по всей квантовой яме. Для проверки степени однородности распределения поля в квантовой яме, рассчитаем пространственные распределения электрического поля для различных частот в окрестности нижнего поляритонного резонанса, используя методы изложенные выше, в главе 2. Как можно видеть на рис. 9, в резонансе поле близко к однородному, а при уходе от резонансной частоты наличие его пространственной модуляции становится более заметным. Для расчётов использовалось усреднённое значение  $|\mathcal{P}|^2$ . Над каждым из распределений интенсивности поля указано относительное среднеквадратичное отклонение интенсивности  $\sigma_I/\overline{I}$ ,  $\overline{I}$  — среднее значение интенсивности по элементарной ячейке,

$$\sigma_I = \frac{1}{N} \sum_{x,y} \left( I^2(x, y) - \bar{I}^2 \right)$$
(31)

- среднеквадратичное отклонение интенсивности.



Рисунок 9 - Нормированные распределения поля (сверху) и его интенсивности (снизу) в квантовой яме в линейном случае в неоптимизированной структуре при падении циркулярно поляризованной волны (значение энергии падающего излучения указано на рисунках; энергия нижнего поляритонного резонанса примерно 1542.9 мэВ).

Рассмотрим, к чему приводит наличие нелинейности в случае, когда система не является зеркально-симметричной. В такой системе коэффициенты  $\alpha_{\pm}$ , описывающие зависимость поляризации от интенсивности внешнего поля, различны для правой и левой поляризаций. Из уравнения (23) тогда можно заключить, что зависимость  $|\mathcal{P}^{(\mathcal{I})}(I)|^2$  для двух поляризаций будет различаться масштабом по оси абсцисс, и будут различны критические значения интенсивности, при которых происходят переходы между нижней и верхней ветвями бистабильности (рис. 10, а, б).

Пусть на систему падает линейно поляризованное внешнее поле. В линейном приближении степень циркулярной поляризации

$$\rho_{\mathcal{P}} = \frac{|\mathcal{P}_{+}|^{2} - |\mathcal{P}_{-}|^{2}}{|\mathcal{P}_{+}|^{2} + |\mathcal{P}_{-}|^{2}}$$
(32)

поляризации вещества квантовой ямы будет составлять 60% для оптимизированной и 4% для неоптимизированной структуры. При учёте нелинейности возникает зависимость  $\rho_{\mathcal{P}}$  от интенсивности накачки, и при некоторых значениях интенсивности достигаются существенно более высокие значения  $\rho_{\mathcal{P}}$ . Рассмотрим подробнее это явление.

Будем постепенно увеличивать интенсивность линейно поляризованной накачки, падающей на структуру. Поскольку критические интенсивности для разных знаков циркулярной поляризации различны, вначале произойдёт переход на верхнюю ветвь бистабильности для экситонполяритонов, соответствующих одному значению циркулярной поляризации (10, в, г: розовая линия). При дальнейшем увеличении интенсивности внешнего поля достигнется критическое значение и произойдёт скачок и для второй циркулярной поляризации. В области между критическими значениями интенсивности перехода с нижней на верхнюю ветвь бистабильности экситон-поляритоны с одним спином находятся на нижней ветви, а с другим — на верхней. Соответственно, в этой области наблюдается высокое значение  $\rho_{\mathcal{P}}$  (10, д, е). При понижении интенсивности высокое значение коэффициента циркулярной поляризации сохраняется (и даже увеличивается) вплоть до критической интенсивности, при которой происходит переход с верхней ветви бистабильности на нижнюю для той циркулярной поляризации, которая преобладает в состоянии с высоким  $\rho_{\mathcal{P}}$ . В результате получается, что в конфигурации, когда экситон-поляритоны с одним спином находятся на верхней ветви бистабильности, а с другим — на нижней, для неоптимизированной структуры наблюдается  $\rho_{\mathcal{P}} = 50-75\%$  (более чем на порядок выше, чем в линейном случае!), а для оптимизированной  $\rho_{\mathcal{P}} = 60-90\%$ .



Рисунок 10 - а), б) Зависимость среднего квадрата модуля поляризации в квантовых ямах от интенсивности внешнего поля в нелинейном случае при двух циркулярных поляризациях накачки, в), г) зависимость среднего квадрата модуля поляризации в квантовых ямах от интенсивности внешнего поля в нелинейном случае при линейно поляризованной накачке, д), е) степень циркулярной поляризации поляризации вещества квантовых ям; а), в), д) — неоптимизированная система, б), г), е) — оптимизированная система.



Рисунок 11 - Зависимость среднего квадрата модуля поляризации в квантовых ямах и степени циркулярной поляризации от интенсивности внешнего поля энергии 1543.3 мэВ в правой и левой поляризациях накачки для неоптимизированной (сверху) и оптимизированной (снизу) системы.



Рисунок 12 - Зависимость квадрата модуля поляризации в квантовой яме от интенсивности внешнего поля в левой циркулярной поляризации для оптимизированной структуры.

В рамках этой работы были также построены трёхмерные графики зависимости  $|\mathcal{P}|^2$  и  $\rho_{\mathcal{P}}$  от интенсивности накачки (рис. 11). По горизонтали отложены интенсивности правополяризованной и левополяризованной компонент накачки. Таким образом, каждая пара (абсцисса, ордината) задаёт определённую линейную, циркулярную или эллиптическую поляризацию падающего поля и его интенсивность. По вертикальной оси отложен суммарный квадрат модуля поляризации. Цветом показана степень циркулярной поляризации экситон-поляритонов в яме. Синими линиями выделены случаи линейно и циркулярно поляризованной накачки.

#### 4.4. Расчёт точной зависимости через распределение поля

Для проверки корректности феноменологического подхода, с помощью которого получены результаты, приведённые выше, для одной из кривых был проведён также расчёт по методике, описанной в п. 3.4. Результаты расчёта двумя методами можно сравнить на рис. 12. Видно, что, хотя кривые не совпадают точно, различие не слишком велико и может быть уменьшено небольшим изменением значения  $I_0$  в одном из случаев, и с качественной точки зрения результаты расчёта в обоих случаях одинаковы. Можно сделать вывод, что проведённые расчёты удовлетворительны с точки зрения качественной оценки поведения системы.

# выводы

- Исследуемая структура, представляющая собой резонатор с квантовыми ямами в активном слое, проявляет бистабильность и мультистабильность отклика при определённых значениях интенсивности и частоты накачки вблизи частоты, соответствующей нижней поляритонной ветви.
- При внесении в структуру периодического хиральной модуляции отклик при падении циркулярно поляризованной накачки зависит от знака циркулярной поляризации. В том числе различаются пороговые значения переходов между нижней и верхней ветвью бистабильности.
- 3. Даже в том случае, если хиральная система в линейном приближении проявляет малую степень циркулярной поляризации отклика, различие между пороговыми значениями интенсивности переходов приводит к наличию области интенсивности накачки, при которой отклик обладает высокой степенью циркулярной поляризации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работы было исследовано явление возникновения бистабильности и мультистабильности в хиральном резонаторе с квантовыми ямами вледствие нелинейности, связанной с взаимодействием экситонполяритонов в квантовой яме.

На основании готовой программы для вычисления распределения поля в структуре исследуемого типа в линейном случае при падении на неё данной плоской волны написан код, позволяющий рассчитать зависимость квадрата модуля поляризации вещества квантовой ямы от интенсивности и степени циркулярной поляризации накачки при учёте нелинейного эффекта.

С его помощью получены зависимости квадрата модуля поляризации в квантовой яме от интенсивности для циркулярной и линейной поляризации накачки. Продемонстрирована возможность бистабильности или мультистабильности отклика. Проведён анализ влияния бистабильности и мультистабильности на степень циркулярной поляризации отклика.

В заключение мне хочется выразить благодарность моему научному руководителю, Сергею Григорьевичу Тиходееву, за постановку интересной задачи и всяческую помощь в моей работе; а также проф. Николаю Алексеевичу Гиппиусу (Сколтех) и проф. Томасу Вайссу (Prof. Dr. Thomas Weiss, Stuttgart University) за предоставленную программу расчета распределения полей в ближневолновой зоне фотонно-кристаллического слоя методом фурье-модального разложения.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. 58, 2059 (1987)
- [2] J.Joannopoulos, P. Villeneuve, S. Fan, Nature 386, 143–149 (1997)
- [3] Y. Liua and X. Zhang, Chem. Soc. Rev., 40, 2494–2507 (2011)
- [4] T. Baba and D. Ohsaki, Jpn. J. Appl. Phys. 40, 5920–5924 (2001)
- [5] S. Amuthavalli, M. Chattopadhyay, 2018 2nd International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI)
- [6] J. Broeng, T. Sondergaard, S. E. Barkou, P. M. Barbeito and A. Bjarklev, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 1, 477–482 (1999)
- [7] C. Jamois, R.B. Wehrspohn, L.C. Andreani, C. Hermann, O. Hess, U. Goesele, Photonics and Nanostructures Fundamentals and Applications 1, 1–13 (2003)
- [8] H. S. Dutta, A. K. Goyal, V. Srivastava, S. Pal, Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications 20, 41–58 (2016)
- [9] H. Inouye, M. Arakawa, Jing Yong Ye, T. Hattori, H. Nakatsuka, and K. Hirao, IEEE J. Quantum Electronics, Vol. 38, No. 7 (2002)
- [10] O. Painter, R. K. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. D. O'Brien, P. D. Dapkus, and I. Kim, Science 284, 1819–1824 (1999)
- [11] Marin Soljacic, J. D. Joannopoulos, Nat. Matt. Vol. 3 211-219 (2004)
- [12] J. Bravo-Abad, A. Rodriguez, P. Bermel, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, and Marin Soljacic, Opt. Express, Vol. 15, No. 24 16162 (2007)

- [13] K. Asakawa, Y. Sugimoto, N. Ikeda, Y. Watanabe, N. Ozaki, Y. Kitagawa, S. Ohkouchi, S. Nakamura, A. Watanabe and X. Wang Photonic crystal all-optical switches Materials and Design. Woodhead Publishing Series in Electronic and Optical Materials. 2010, Pages 241-275
- [14] S. M. Mousavizadeh, M. Soroosh, F. Mehdizadeh, Optical filter based on photonic crystal Indian Journal of Pure & Applied Physics, 53, 736-739 (2015)
- [15] S. Robinson, R. Nakkeeran, «Photonic Crystal Ring Resonator Based Optical Filters» in Advances in Photonic Crystals, edited by Vittorio Passaro. London: IntechOpen, 2013.
- [16] B. Hopkins, A. N. Poddubny, A. E. Miroshnichenko, and Y. S. Kivshar, Laser Photonics Rev. 10, 137 (2016)
- [17] D. M. Whittaker and I. S. Culshaw Phys. Rev. B 60, 2610 (1999)
- [18] S. G. Tikhodeev, A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov, N. A. Gippius, and Teruya Ishihara, Phys. Rev. B 66, 045102 (2002)
- [19] T. Weiss, G. Granet, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, and H. Giessen, Opt. Express 17, 8051–8061 (2009)
- [20] Th. Weiss, Advanced numerical and semi-analytical scattering matrix calculations for modern nano-optics. Diss. Dr. rer. nat. (Physikalisches Institut der Universitaet Stuttgart, 2011)
- [21] A. Kavokin, Appl. Phys. A 89, 241–246 (2007)
- [22] С. С. Гаврилов, УФН 190 137-159 (2020)
- [23] D. Sanvitto and S. Kena-Cohen, Nat. Mat. 15, 1061–1073 (2016)

- [24] E. Wertz, L. Ferrier, D. Bajoni, P. Senellart, A. Lemaitre, I. Sagnes, S. Bouchoule, S. Barbay, R. Kuszelewicz, and J. Bloch SPIE Proceedings, Vol. 7608, 227-237 (2010)
- [25] Long Zhang, Jiaqi Hu, Jinqi Wu, Rui Su, Zhanghai Chen, Qihua Xiong, Hui Deng, Recent Developments on Polariton Lasers, Progress in Quantum Electronics, 2022, 100399, ISSN 0079-6727
- [26] M. Steger, C. Gautham, B. Nelsen, D. Snoke, L. Pfeiffer, and K. West, Appl. Phys. Lett. 101, 131104 (2012)
- [27] A. Amo, T.C.H.Liew, C.Adrados, R.Houdre, E.Giacobino, A.V.Kavokin and A. Bramati, Nat. Phot. 4(6) 361-366 (2010)
- [28] R. Cerna, Y. Leger, T.K. Paraiso, M. Wouters, F. Morier-Genoud, M.T.Portella-Oberli and B. Deveaud, Nat Commun 4, 2008 (2013)
- [29] Y. Sun, Y. Yoon, M. Steger, G. Liu, L. N. Pfeiffer, K. West, D. W. Snoke and K. A. Nelson, Nat. Phys. 13, 870–875 (2017)
- [30] N. A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, S. S. Gavrilov, Y. G. Rubo,
  A. V. Kavokin, S. G. Tikhodeev, and G. Malpuech, Phys. Rev. Lett. 98(23),
  236401 (2007)
- [31] N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii, D. N. Krizhanovskii, and A. I. Tartakovskii, Europhys. Lett. 67, 997 (2004)
- [32] A. Baas, J. Ph. Karr, H. Eleuch, and E. Giacobino, Phys. Rev. A 69, 023809 (2004)
- [33] A. A. Demenev, V. D. Kulakovskii, C. Schneider, S. Brodbeck, M. Kamp,
   S. Hoefling, S. V. Lobanov, T. Weiss, N. A. Gippius, and S. G. Tikhodeev,
   Appl. Phys. Lett. 109, 171106 (2016).

- [34] V. D.Kulakovskii, A. S. Brichkin, N. A. Gippius, and S. G. Tikhodeev, J. of Physics: Conf. Series 1092, 012071 (2018).
- [35] A. A. Maksimov, E. V. Filatov, I. I. Tartakovskii, V. D. Kulakovskii, S. G. Tikhodeev, C. Schneider, and S. Hofling, Phys. Rev. Appl. 17, L021001 (2022).
- [36] P. Bhattacharya, B. Xiao, A. Das, S. Bhowmick, J. Heo, Phys. Rev. Lett. 110, 206403 (2013).
- [37] О.А. Дмитриева, Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев, Материалы XXVI Международного симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника», т. 2, сс. 766-767 (2022)
- [38] О. А. Дмитриева, С. Г. Тиходеев, XXIX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов—2022». Секция «Физика». Сборник тезисов. — М. Физический факультет МГУ, сс. 254-255 (2022)