

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 5

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ
С ПОМОЩЬЮ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Работу поставили
доцент Авксентьев Ю. И. и ст. преп. Овчинникова Т.Л.

МОСКВА 2012

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Краткое теоретическое введение*)

1. ПОНЯТИЕ О КОЛЕБАНИЯХ

Колебаниями называются процессы, при которых какая-либо физическая величина принимает многократно, через равные (или почти равные) последовательные промежутки времени, одни и те же (или приблизительно одни и те же) значения. Природа этой физической величины может быть самой различной. Например, это может быть отклонение шарика, подвешенного на нити, от положения равновесия, или угол, который составляет эта нить с вертикалью, или сила тока в электрическом контуре, или температура воздуха, повышающаяся в середине дня и понижающаяся ночью, или давление крови в сосудах при сокращениях сердца и т.д.

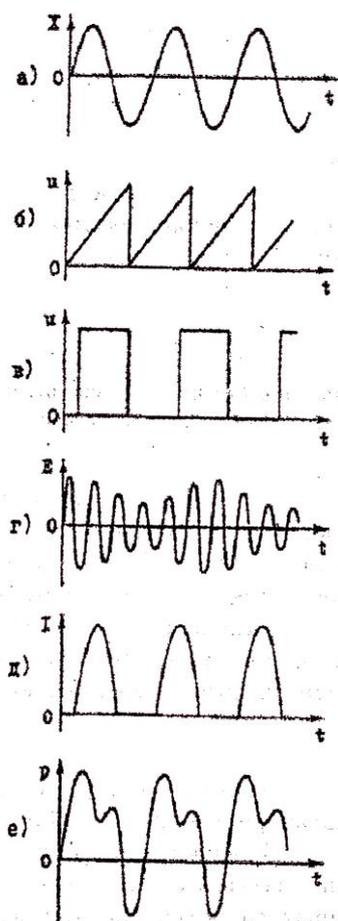


Рис. 1

Несмотря на различную природу, колебания самых разнообразных физических величин имеют много общего. Все они характеризуются *периодом* — промежутком времени, через который значения колеблющейся величины начинают повторяться, *амплитудой* — наибольшим отклонением от нулевого значения. Часто при колебаниях изменение с течением времени различных по природе физических величин носит одинаковый характер, т.е. эти величины изменяются по одному закону с течением времени. В этом случае колебания описываются одинаковыми математическими формулами. На рис. 1 показаны графики зависимости от времени t некоторых из бесчисленно возможных периодических процессов для разных

физических величин: а) отклонения X от положения равновесия груза, подвешенного на пружине, б) напряжения u , создаваемого генератором развертки электронного осциллографа, в) напряжения u , создаваемого генератором тактовой частоты компьютера, г) напряженности E электрического поля, модулированного звуковой частотой, в радиоволне,

*) Теоретическое введение к лабораторной работе написано доц. Пустоваловым Г.Е.

д) силы I выпрямленного переменного тока, е) звукового давления p при произнесении звука "ууу...".

Общие для всех колебаний закономерности можно изучать на примере какой-либо одной физической величины. Здесь мы будем рассматривать механические колебания. *Механическими колебаниями* называются такие колебания, для которых изменяющейся физической величиной является *отклонение* материальной точки (или системы материальных точек) от положения равновесия.

2. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Гармоническими колебаниями называются колебания, при которых изменение физической величины X с течением времени (закон колебаний) выражается формулой:

$$X = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Здесь X является функцией времени, т.е. $X = X(t)$. Множитель A показывает наибольшее значение, которое может принимать колеблющаяся величина X и называется *амплитудой* колебаний. Амплитуда имеет размерность величины X .

Величина ω называется *круговой* (или *угловой*) *частотой*. Круговая частота ω связана с периодом колебаний T и с обычной частотой ν (числом колебаний в единицу времени) соотношениями:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

Частота ν измеряется в герцах [1 Гц = 1 колебанию в секунду, 1 кГц (килогерц) = 1000 Гц, 1 МГц (мегагерц) = 1 млн. Гц].

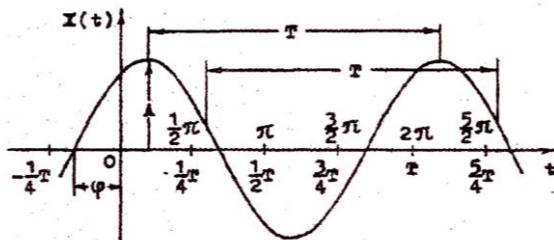


Рис. 2

Величина $\omega t + \varphi$, стоящая под знаком тригонометрической функции, называется *фазой* колебаний. Фаза измеряется в угловых единицах, т.е. в градусах или радианах (долях π). С помощью фазы можно характеризовать отклонение колеблющейся величины от

нулевого значения в заданный момент времени t . В частности, если значение t таково, что фаза кратна целому числу π , т.е. $\omega t + \varphi = n\pi$ (n — целое число), то $X = 0$; если $\omega t + \varphi = (2n + 1)\pi/2$, то $X = \pm A$ (т.е. максимально); если $\omega t + \varphi = (2n + 1)\pi/4$, то $X = \pm A/\sqrt{2}$ и т.д.

Величина φ называется *начальной фазой*. Выражение $A \sin \varphi$ показывает значение величины X в начальный момент времени $t = 0$. В

частности, если $\varphi = 0$, то $X = A \sin \omega t$ (в начальный момент времени при $t = 0$ $X = 0$). Если $\varphi = \pi/2$, то $X = A \cos \omega t$ (в начальный момент времени X имеет максимальное значение, т.е. равно A).

При изображении гармонических колебаний на графике по оси абсцисс откладывают время (в секундах или долях периода) или фазу (в угловых единицах). По оси ординат откладывают значения колеблющейся величины. При этом получается кривая, имеющая вид синусоиды, сдвинутой влево по оси абсцисс на величину, равную начальной фазе. На рис. 2 над осью абсцисс нанесен масштаб в угловых единицах (долях π), а под осью абсцисс — в единицах времени (долях периода). Если при изучении колебаний нас интересует не значение колеблющейся величины в данный момент времени, а признаки, характеризующие повторяемость движения: частота, период, характер изменения в течение периода и т.д., — то начальный момент времени может быть выбран произвольно. В этом случае при изучении отдельной колеблющейся величины начальная фаза не играет никакой роли (ее можно положить равной нулю или $\pi/2$ для простоты формул). В частности, гармонические колебания можно записывать также в виде

$$X = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

Эта формула равносильна формуле (1). Она получается заменой в формуле (1) φ на $\varphi + \pi/2$ (это значит, что начальный момент времени выбран $1/4$ периода позже).

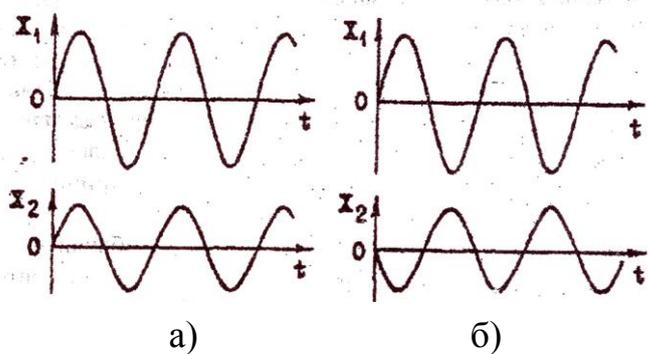


Рис. 3

Однако начальная фаза существенна, если есть две (или более) величины, колеблющиеся по гармоническому закону с одинаковой частотой (периодом), и необходимо знать, на какую долю периода позже (или раньше) одна из величин достигает максимального значения (или проходит нулевое значение), чем другая. Это

может быть охарактеризовано *разностью (сдвигом) фаз* этих величин. В любой момент времени эта разность фаз остается постоянной и равной разности начальных фаз. Всегда можно выбрать начальный момент времени так, чтобы начальная фаза одной из колеблющихся величин была равна нулю. Тогда разности фаз этой и всех остальных величин будут равны их начальным фазам.

Про величины, колеблющиеся с одинаковой частотой, одновременно достигающие наибольших значений, одновременно проходящие нулевые значения и изменяющиеся в любой момент времени в одну и ту же сторону,

говорят, что они колеблются в *одинаковых фазах* (рис. 3,а). Если же величины одновременно достигают максимальных значений, одновременно проходят нулевые значения, но изменяются в любой момент времени в противоположные стороны, то про них говорят, что они колеблются в *противоположных фазах* (или в противофазах) (рис. 3,б). Фазы величин, колеблющихся в одинаковых фазах, могут быть и неравными друг другу, но отличаться между собой на величину, кратную 2π (т.е. на $2\pi n$). Фазы величин, колеблющихся в противофазах, могут отличаться между собой на величину, кратную нечетному числу π [на $(2n + 1)\pi$].

Часто для сравнения фаз двух или большего числа величин, колеблющихся по гармоническому закону с одинаковой частотой, их изображают на одном графике. Эти величины могут иметь разную физическую природу. Для каждой из этих величин на оси ординат должен быть нанесен свой масштаб.

3. СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ

Скорость любого прямолинейного движения определяется как производная перемещения L по времени:

$$V = \frac{dL}{dt} \quad (4)$$

(часто первую производную по времени обозначают точкой над буквой: $V = dL/dt = \dot{L}$). Если колеблющейся величиной является отклонение материальной точки от положения равновесия, то это отклонение X и будет перемещением точки, которое она совершит к моменту времени t . В случае гармонических колебаний, когда $X = A \sin(\omega t + \varphi)$, скорость будет:

$$V = \frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt}[A \sin(\omega t + \varphi)] = \omega A \cos(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

или

$$V = \omega A \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

Мы видим, что скорость V при гармонических колебаниях также изменяется с течением времени по гармоническому закону, только, как говорят, опережает по фазе отклонение X на $\pi/2$, т.е. в тот момент, когда отклонение наибольшее, скорость равна нулю, а когда точка проходит положение равновесия, скорость достигает максимального значения.

Ускорение для прямолинейного движения определяется как производная скорости по времени (или вторая производная перемещения по времени). В случае гармонических колебаний

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}[\omega A \cos(\omega t + \varphi)] = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

Отсюда следует, что ускорение при гармонических колебаниях тоже изменяется по гармоническому закону, но при этом колеблется в противоположной фазе с отклонением, т.е. всегда имеет противоположный знак.

Изучение гармонических колебаний важно по ряду причин.

1. В природе и технике часто возникают колебания, которые в течение длительных промежутков времени мало отличаются от гармонических (строго гармонических колебаний не существует).

2. Большинство физических законов содержит физические величины в виде функций и их производных. Поэтому, используя гармонические функции, мы все время остаемся в кругу гармонических величин (если формулы линейны относительно гармонических функций и их производных).

3. Периодический процесс любой зависимости от времени может быть представлен в виде суммы, слагаемые которой являются гармоническими функциями с частотами, кратными частоте этого процесса, т.е. в виде так называемого ряда Фурье. Амплитуды слагаемых вычисляются достаточно просто.

4. УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ

Вообще колебания могут происходить в какой-либо системе, если при отклонении ее от положения равновесия возникают силы, стремящиеся вернуть систему в прежнее положение. Колебания, которые происходят под действием возвращающей силы, возникающей вследствие упругой деформации какого-либо тела, называются *упругими колебаниями*.

Если груз, подвешенный на пружине, оттянуть вниз на некоторое расстояние, а затем отпустить, то он придет в колебательное движение. Возвращение груза в положение равновесия происходит под действием

деформированной пружины, т.е. под действием упругой силы. По закону Гука, эта сила, действующая на груз, пропорциональна растяжению (или сжатию) пружины (конечно, если деформации не слишком велики), а, следовательно, пропорциональна расстоянию груза от положения равновесия в данный момент:

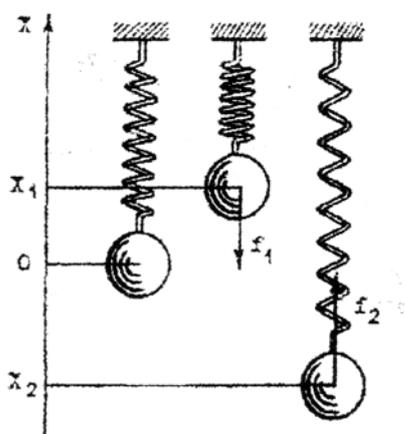


Рис. 4

$$f = -kX \quad (7)$$

Здесь X — расстояние от положения равновесия (величина отклонения груза) (рис. 4), f — величина силы, действующей на

груз со стороны пружины в данный момент времени t . Знак минус поставлен, чтобы показать, что сила на груз действует всегда в направлении, противоположном отклонению. k — коэффициент

пропорциональности, называемый коэффициентом жесткости пружины, имеющий размерность H/m и показывающий, какая сила требуется для растяжения данной пружины на единицу длины.

Согласно второму закону Ньютона, движение под действием силы происходит ускоренно. Ускорение в любой момент времени определяется выражением

$$ma = f, \quad (8)$$

где m — масса груза, a — ускорение. Подставляя в закон Ньютона выражение для упругой силы (7) (мы не принимаем во внимание силу тяжести, действующую на груз, так как она уравнивается начальным растяжением пружины) и заменяя ускорение второй производной перемещения по времени, получим

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = -kX,$$

или

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -\frac{k}{m} X. \quad (9)$$

Применяя сокращенные обозначения, напишем это выражение в виде:

$$\ddot{X} + \frac{k}{m} X = 0.$$

Закон Ньютона, таким образом, выражен в виде уравнения, в которое входит неизвестная функция времени $X(t)$ и ее вторая производная. Это уравнение называется *уравнением движения*. Так как мы знаем, что закон Ньютона в механике должен выполняться *всегда*, то в любой момент времени левая часть уравнения (9) должна быть равна правой. Следовательно, чтобы найти закон колебаний груза (зависимость от времени величины его отклонения от положения равновесия), надо найти такую функцию времени X , для которой вторая производная по времени $d^2 X/dt^2$ отличается от самой функции постоянным, не зависящим от времени множителем k/m и знаком, т.е. найти такой закон движения, при котором ускорение в любой момент времени пропорционально отклонению по величине и противоположно по знаку. Такой функцией является функция, описывающая гармонические колебания. В самом деле, если подставить в левую часть уравнения (9) выражение для ускорения при гармонических колебаниях

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi),$$

а в правую часть $X = A \sin(\omega t + \varphi)$, то легко найти, что левая часть будет в любой момент времени равна правой при условии, что

$$\omega^2 = \frac{k}{m}. \quad (10)$$

Отсюда мы делаем вывод, что упругие колебания являются *гармоническими* колебаниями, причем их круговая частота

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (11)$$

зависит *только* от механических свойств (параметров) колеблющейся системы: массы груза и упругости (жесткости) пружины, но не зависит от амплитуды и времени. Амплитуда и начальная фаза колебаний зависят от положения груза в начальный момент времени и начального толчка, который получил груз (его начальной скорости). Амплитуда не зависит от времени, если, конечно, не учитывать трения (см. ниже §5).

Колебания, которые происходят в системе, выведенной каким-либо способом из положения равновесия и предоставленной затем самой себе, называются *собственными* или *свободными колебаниями* системы, а частота собственных колебаний — *собственной частотой*.

Гармонические колебания могут происходить не только под действием упругой силы, но также под действием силы любого происхождения, лишь бы она была пропорциональна отклонению системы от положения равновесия. Такие силы называются *квазиупругими силами*.

Если уравнение движения (второй закон Ньютона) можно привести к такому виду, что слева стоит вторая производная какой-то функции по времени, а справа — сама функция с постоянным множителем и с обратным знаком, то движение обязательно будет представлять собой гармонические колебания, для нахождения собственной частоты которых надо извлечь квадратный корень из этого множителя.

5. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Если не учитывать силы трения, то согласно формулам, полученным в §4, упругие и квазиупругие колебания будут гармоническими. Это означает, что их амплитуда не зависит от времени, и система, раз выведенная из положения равновесия, будет колебаться бесконечно долго. На самом же деле, как известно из опыта, колебания любой системы, если она не получает извне дополнительной энергии, в конце концов прекращаются, как говорят, затухают. Это происходит потому, что в реальных случаях всегда в системе

имеются силы трения, благодаря которым энергия системы постепенно переходит в тепловую энергию.

Если скорость движения невелика, то в ряде случаев (трение в хорошо смазанных подшипниках, сопротивление воздуха) трение можно считать жидким, т.е. силы трения пропорциональными первой степени скорости:

$$f_{mp} = -bV = -b \frac{dX}{dt}. \quad (12)$$

Здесь b — коэффициент пропорциональности (коэффициент трения). Знак минус показывает, что сила трения направлена против движения (в сторону, противоположную скорости).

Для изучения колебательного движения при наличии трения обратимся снова к движению груза, подвешенного на пружине. В этом случае во второй закон Ньютона (8) кроме упругой силы (7) войдет еще сила трения (12):

$$ma = f + f_{mp}. \quad (13)$$

Откуда

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = -kX - b \frac{dX}{dt} \quad \text{или} \quad \ddot{X} + \frac{b}{m} \dot{X} + \frac{k}{m} X = 0. \quad (14)$$

Решение этого уравнения движения, т.е. нахождение функции времени $X = X(t)$, удовлетворяющий закону Ньютона в любой момент времени, довольно сложно. Приведем здесь сразу окончательное выражение:

$$X(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t} \sin(\omega t + \varphi). \quad (15)$$

Здесь ω определяется механическими свойствами системы (ее параметрами — упругостью пружины k , массой груза m и коэффициентом трения b):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}. \quad (16)$$

В справедливости этого решения можно убедиться, подставив в (14) выражение (15) и приняв во внимание (16). При этом левая часть уравнения (14) окажется тождественно равна правой.

Колебания, закон которых выражается формулой (15), уже не будут гармоническими. В формулу (15) входят два множителя, зависящих от времени. Один из них — $\sin(\omega t + \varphi)$ — является периодической функцией

времени, а другой — $e^{-\frac{b}{2m}t}$ — с течением времени убывает. Если коэффициент трения мал, т.е. $\frac{k}{m} > \left(\frac{b}{2m}\right)^2$, то величину $A_1 = Ae^{-\frac{b}{2m}t}$ можно считать амплитудой, которая уменьшается с течением времени по показательному (экспоненциальному) закону. Отношение двух последовательных амплитуд (т.е. амплитуд, взятых через промежуток времени, равный периоду T)

$$\Delta = \frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{Ae^{-\frac{b}{2m}t}}{Ae^{-\frac{b}{2m}(t+T)}} = e^{\frac{b}{2m}T} \quad (17)$$

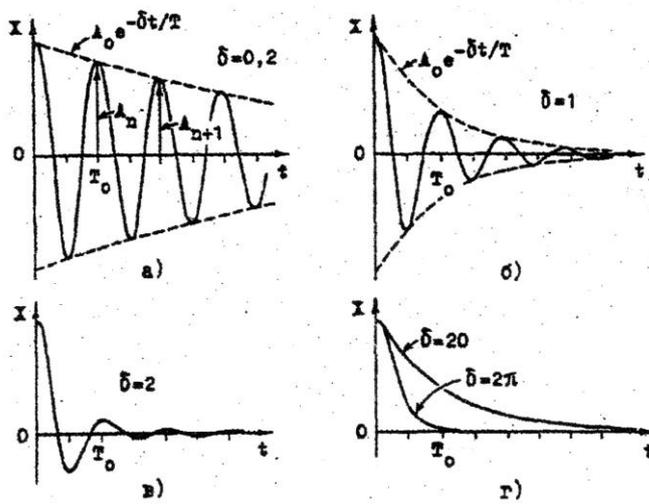


Рис. 5

не зависит от времени, а зависит только от механических свойств системы и может служить характеристикой затухания колебаний. Это отношение называется *декрементом затухания*. Чем больше декремент затухания, тем скорее уменьшается амплитуда. Часто затухание характеризуют натуральным логарифмом этого отношения:

$$\delta = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{b}{2m}T. \quad (18)$$

Величина δ называется *логарифмическим декрементом затухания*.

При малом затухании логарифмический декремент δ имеет очень простой физический смысл. Он показывает, на какую долю своей величины амплитуда уменьшается за период. В самом деле, из формулы (17) следует, что

$$A_{n+1} = A_n e^{-\frac{b}{2m}T} = A_n e^{-\delta}$$

Отсюда

$$A_n - A_{n+1} = A_n (1 - e^{-\delta}).$$

Если воспользоваться формулой

$$e^{-\delta} \approx 1 - \delta,$$

то получится

$$\frac{A_n - A_{n+1}}{A_n} \approx \delta. \quad (19)$$

При очень больших коэффициентах трения b [когда $k/m < (b/2m)^2$], несмотря на наличие сил, возвращающих систему в положение равновесия, колебания не возникают. Система возвращается в положение равновесия асимптотически (не переходя положения равновесия). Такое движение называется *апериодическим*. На рис. 5 показан характер колебаний при различных декрементах затухания.

Затухание колебаний по показательному закону происходит только в том случае, когда сила трения пропорциональна скорости. При этом отношение двух последовательных амплитуд (декремент затухания) остается постоянным. При других типах сил трения и закон затухания получается другим. Могут быть колебательные системы, в которых жидкое трение пропорционально квадрату скорости; в иных системах имеется сухое трение. Если на опыте получается, что отношение двух последовательных амплитуд не является постоянным, то это означает, что трение в этой системе не пропорционально скорости.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Принадлежности: массивное основание со стойкой, блок с фотодатчиком и осветителем, две пружины, диск, четыре плоских груза, один вспомогательный груз в виде согнутого на конце стержня, платформа для размещения грузов, две вспомогательные пластинки из оргстекла, электронный секундомер со счетчиком числа колебаний, весы (все взвешивания проводятся на электронных весах).

Цель работы. В работе изучаются свойства собственных колебаний системы, представляющей собой подвешенный на пружине груз: находится зависимость частоты колебаний от жесткости пружины и массы груза. Для изучения затухающих колебаний используется диск большого диаметра, который колеблется вместе с грузом. В этом случае определяется декремент затухания и коэффициент силы трения, действующей на диск со стороны среды (воздуха).

Устройство установки. Общий вид установки представлен на рисунке 6. В верхней части *стойки* находится *держатель пружины*. К нему цепляется один из концов пружины. По всей длине стойки нанесена *шкала*. Во время измерений во втором и третьем упражнении к свободному концу пружины подвешивается *диск*. Во втором упражнении диск служит указателем при определении удлинения пружины, а в третьем упражнении при изучении затухающих колебаний - для создания силы трения. Снизу к диску подвешивается *платформа с нитью*, на которую в процессе выполнения работы укладывается то или иное количество грузов.

Блок с фотодатчиком используется для подсчета числа колебаний и времени. С помощью кабеля блок связан с электронным секундомером (рис. 7). Электронный секундомер управляется двумя кнопками. Кнопка «ПУСК» переводит прибор в режим измерения времени и числа колебаний. В этом режиме счетчик управляется *платформой с грузами*, совершающими колебательное движение. Периодический запуск счетчика происходит при движении платформы с грузами вниз в момент перекрытия платформой луча света от осветителя к фотодатчику. Кнопка «СТОП» останавливает, как процесс измерения времени, так и процесс подсчета числа колебаний. К нижней части блока с фотодатчиком прикреплена *пластинка* с небольшим отверстием, на которую перед началом измерений устанавливается платформа с грузами. Установка платформы, висящей на пружине, на пластинку производится с помощью *нити*, пропущенной через малое отверстие в пластинке. Блок с фотодатчиком фиксируется на стойке с помощью *стопорного винта 1* (рис. 8). Втулка со *стопорным винтом 2* позволяет при отпущенном стопорном винте 1 вращать блок с фотодатчиком вокруг стойки, не изменяя при этом его положения по высоте.

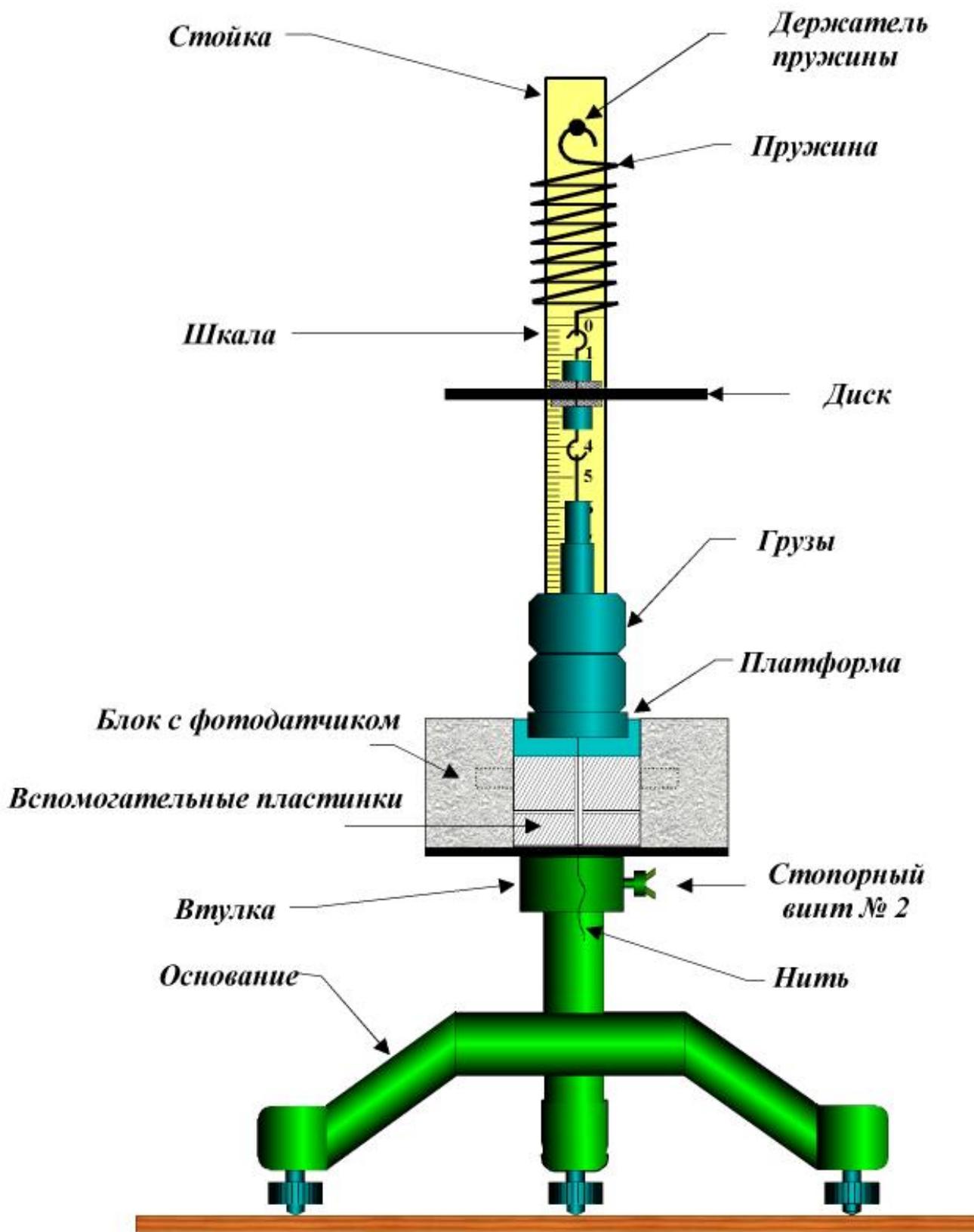


Рис. 6 Общий вид установки.

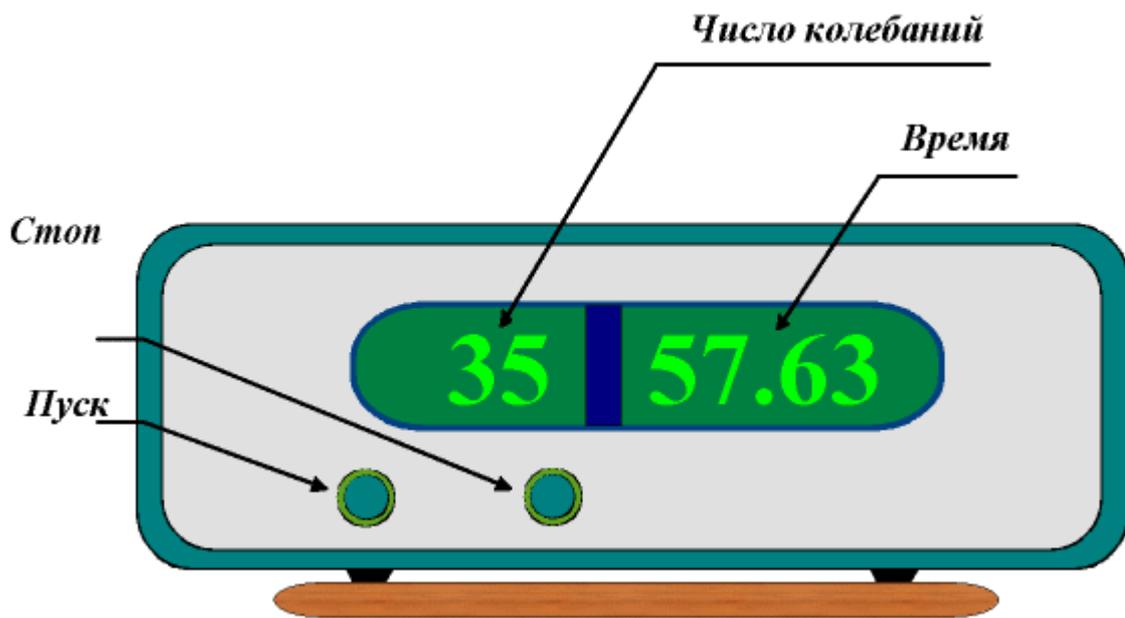


Рис. 7

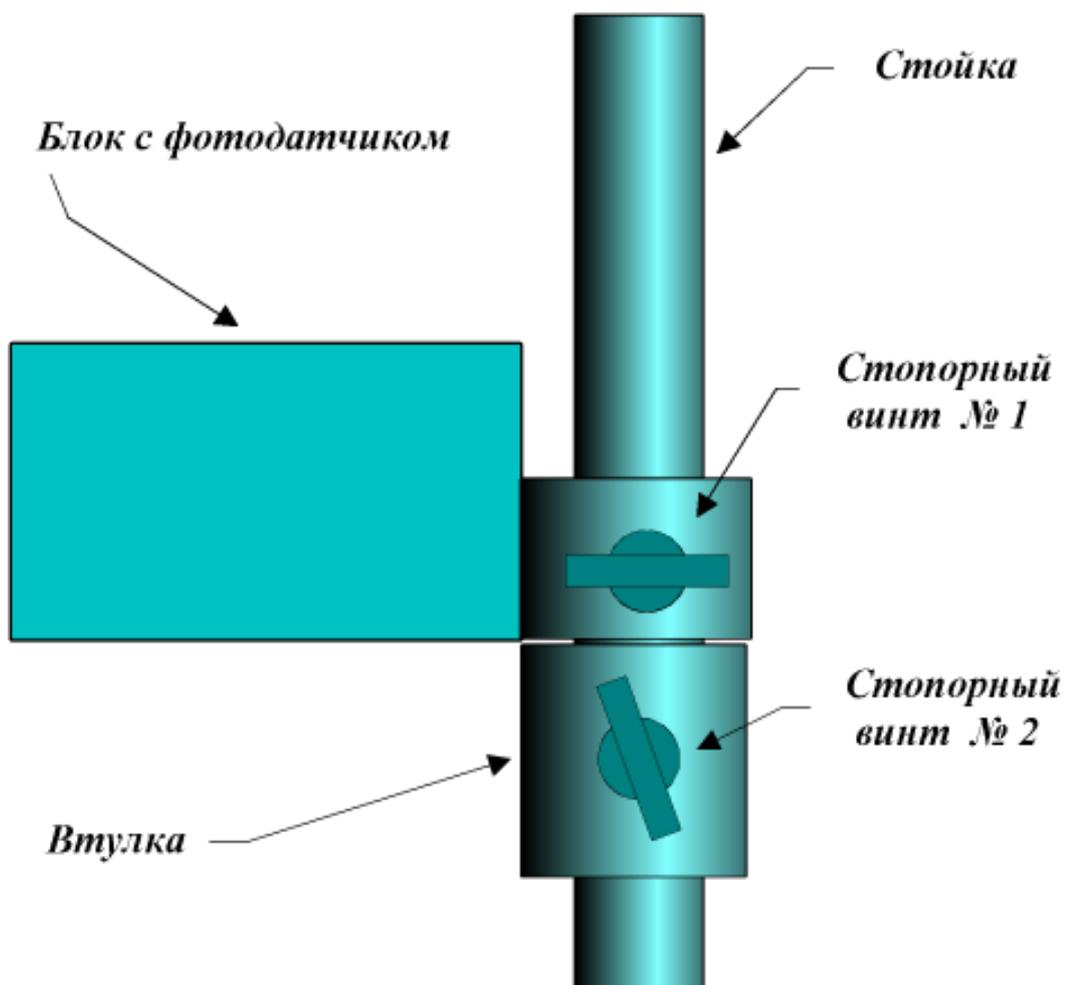


Рис. 8

Вспомогательный груз, продетый в петельку на конце нити, натягивает нить и позволяет установить блок с фотодатчиком так, чтобы нить проходила через центр отверстия (рис. 9). Такое положение нити достигается путем вращения блока вокруг стойки и обеспечивает вертикальное движение платформы во время колебаний.

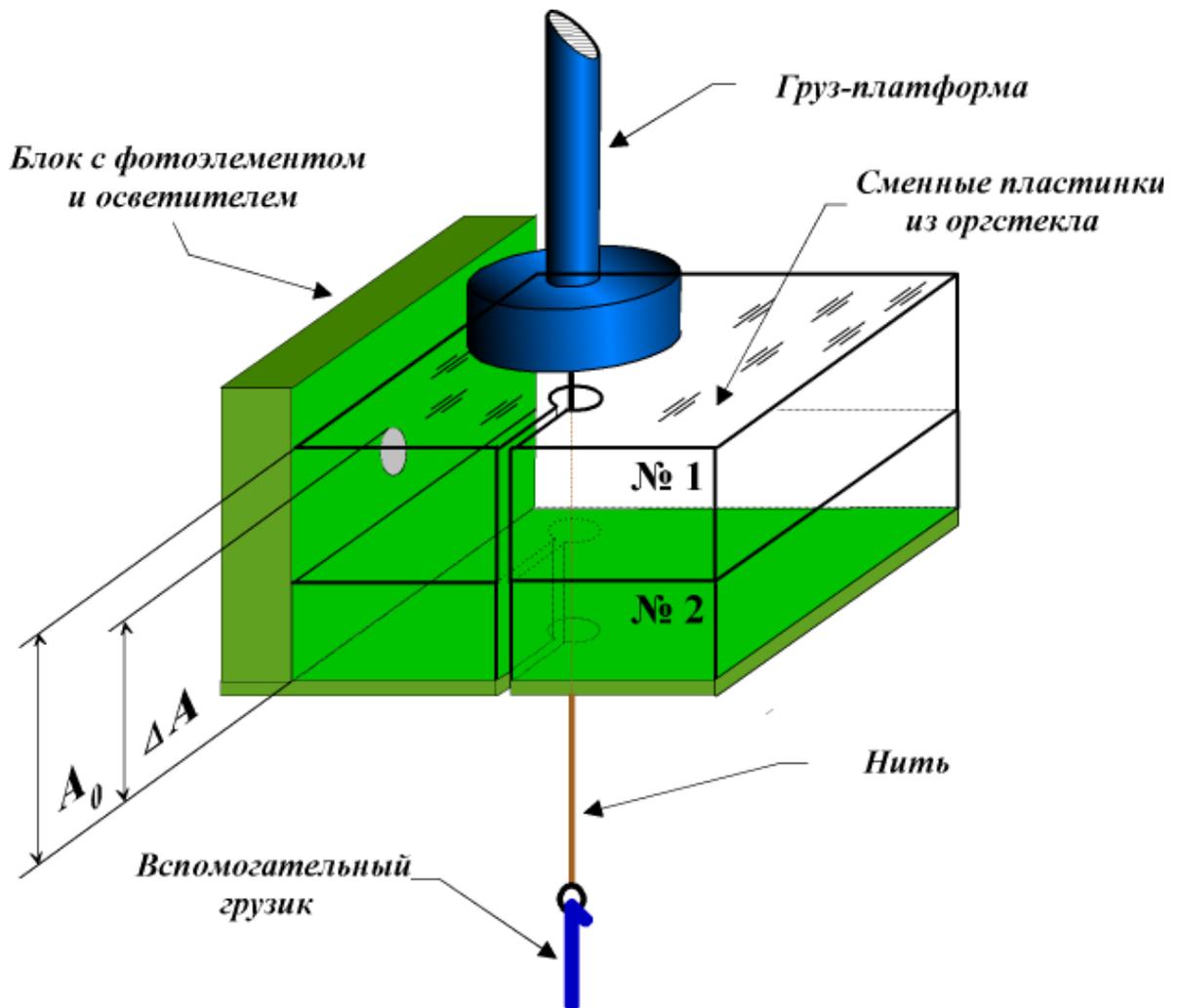


Рис. 9

Начальная амплитуда колебаний A_0 устанавливается с помощью *вспомогательных пластинок* из оргстекла (№ 1 толщиной 14 мм. и № 2 толщиной 10 мм.). При использовании двух пластинок начальная амплитуда A_0 становится равной суммарной толщине пластинок. Автоматическая остановка подсчета числа колебаний и времени при изучении затухающих колебаний всегда происходит при уменьшении амплитуды колебаний на

одну и ту же величину $\Delta A = 13,5\text{мм}$, а именно, тогда, когда колеблющаяся платформа с грузами перестанет пересекать луч света фотодатчика.

ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ НЕЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ (эксперимент)

Упражнение 1. ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗОВ

Подготовка к измерениям

Измерение периода собственных колебаний грузов производится без диска. Платформа с грузом подвешивается к нижнему концу пружины, верхний конец которой закрепляется в *держателе пружины* (рис. 6) В качестве грузов используются стальные диски с круглым отверстием в центре. На каждом диске имеется номер, приближенно указывающий массу диска. Измерения частоты колебаний производят со следующими наборами стальных дисков: груз 1 – диск № 50+20+20, груз 2 – диски № 50 + № 20 + № 20 + № 10. Амплитуда колебаний устанавливается равной 14 мм. Для этого в блок с фотодатчиком вкладывается пластинка № 1 из оргстекла (рис. 9). Стопорный *винт 1* (рис.8) отпускается и перемещением блока вверх или вниз по стойке добиваются касания платформы с пластинкой из оргстекла. Если перемещению блока мешает втулка, то отпускают стопорный *винт 2* (рис. 8) и сдвигают ее вниз. Добившись касания, фиксируют блок с помощью винта 1 и удаляют пластинку № 1. После этого поджимают *блок* снизу втулкой и фиксируют ее в этом положении винтом 2. Затем в петельку на конце нити вставляют *вспомогательный грузик*, отпускают винт 1 и, поворачивая блок в ту или иную сторону, устанавливают его в такое положение, чтобы натянутая нить проходила через центр отверстия в *пластинке* (рис. 9). Винтом 1 фиксируют блок в этом положении и снимают вспомогательный грузик.

Далее. Включают электронный секундомер. Выключатель находится на задней панели слева, сверху. Для установки секундомера в исходное состояние нажимают кнопку «СТОП». Прибор готов к измерениям.

Измерения

Взявшись за нить, начинают плавно растягивать пружину. Пружину растягивают до тех пор, пока нижний край платформы не коснется пластинки с отверстием. Особое внимание следует обращать на то, чтобы в момент касания нить находилась бы в центре отверстия (рис. 9). После этого свободной рукой нажимают кнопку «ПУСК» на электронном секундомере и одновременно отпускают нить. Когда число колебаний на счетчике достигнет 50-и, кнопкой «СТОП» останавливают секундомер, но не прерывают колебаний груза. Результаты этих измерений не записывают. Так добиваются большей стабилизации колебаний в процессе дальнейших измерений. После

останова секундомера вновь запускают его кнопкой «ПУСК» и измеряют время 20-и колебаний. Остановив секундомер, записывают число колебаний n и время t в таблицу 1. Не прерывая колебаний, снова нажимают кнопку «ПУСК» и измеряют время следующих 20-и колебаний. Такие измерения проводят пять раз для каждой пружины с грузами 1 и 2. Если с первого запуска не успевают провести пять измерений, запуск повторяют. На время выполнения работы целесообразно присвоить пружинам номера – № 1 и № 2. Номера присваиваются пружинам произвольно. Присвоенные пружинам номера сохраняются до конца работы.

Таблица 1

№	n	Пружина № 1				Пружина № 2			
		Груз 1 50+20+20		Груз 2 50+20+20+10		Груз 1 50+20+20		Груз 2 50+20+20+10	
		t, с	Δt , с	t, с	Δt , с	t, с	Δt , с	t, с	Δt , с
1									
2									
3									
4									
5									
t_{cp}									
T_{cp}									
v, с ИЗМ.									
v, с ВЫЧ.									

При обработке результатов измерений находят среднее время t_{cp} и полную погрешность измерения времени Δt . Затем, разделив t_{cp} на число колебаний n , находят период колебаний T и по формуле

$$v = \frac{1}{T} \quad (20)$$

вычисляют частоту колебаний ν . Результаты вычислений заносят в таблицу 1.

Упражнение 2

а) ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИН

Коэффициент жесткости пружины – это величина, характеризующая упругие свойства пружины. Он равен отношению силы, растягивающей

Пружина №

Таблица 2

№ груза	m, г	mg, Н	x ₁ , мм	x ₂ , мм	x=(x ₁ - x ₂), мм	k, Н/м	k _{ср} , Н/м
Груз 1							
Груз 2							

пружину, к изменению ее длины при растяжении. Коэффициент жесткости зависит от материала и толщины проволоки, из которой навита пружина, от диаметра витков пружины и их количества.

Если под действием груза массы m , висящего на пружине, удлинение пружины равно x , то коэффициент жесткости k вычисляется по формуле

$$k = \frac{mg}{x}, \quad (21)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ - ускорение свободного падения.

В работе измеряются коэффициенты жесткости пружин № 1 и № 2 с грузами 1 и 2 каждая. Грузы 1 и 2 состоят из такого же набора дисков, как и в упражнении 1. Для нахождения удлинения x пружину подвешивают к держателю (рис. б), а к свободному концу цепляют диск. К диску подвешивают пустую платформу и замечают деление шкалы x_2 , оказавшееся напротив диска. Для повышения точности измерений глаз располагают так, чтобы при отсчете плоскость диска превратилась в прямую линию. Затем платформу снимают, помещают на нее груз 1 или 2 и вновь цепляют к пружине. После этого отмечают новое положение x_1 диска на шкале. Результаты измерений записывают в таблицу 2.

Удлинение пружины x вычисляют по формуле

$$x = (x_1 - x_2) . \quad (22)$$

Коэффициент жесткости k вычисляют по формуле (21). Результаты вычислений записывают в таблицу 2. На электронных весах взвешивают диск, платформу и стальные диски № 10, № 20, № 50. Таблицу 2 заполняют для каждой пружины отдельно.

б) ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗОВ

Частота колебаний груза, подвешенного на пружине, вычисляется по формуле

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} . \quad (23)$$

Здесь ω круговая частота колебаний, M суммарная масса груза и платформы, k коэффициенты жесткости, взятые из таблицы 2 для первой и второй пружины. Значения частот колебаний нужно вычислить для каждой из пружин с каждым грузом. Результаты вычислений записать в таблицу 3 и последнюю строку таблицы 1.

Таблица 3

№ груза	М, г	Частота колебаний ν , с^{-1}	
		Пружина № 1	Пружина № 2
Груз 1			
Груз 2			

Упражнение 3 ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Если на колеблющееся тело, помимо упругой силы, действует достаточно большая сила трения, то происходит заметное затухание колебаний: амплитуда каждого последующего колебания становится меньше амплитуды предыдущего. В случае жидкого трения, при котором сила пропорциональна скорости тела, величина затухания характеризуется *декрементом затухания*. Декремент затухания Δ показывает, во сколько раз предыдущая амплитуда A_n больше последующей A_{n+1} , то есть

$$\Delta = \frac{A_n}{A_{n+1}} . \quad (24)$$

Часто также употребляется *логарифмический декремент затухания*.

$$\delta = \ln \Delta . \quad (25)$$

На практике часто удобно бывает измерять не две последовательные амплитуды A_n и A_{n+1} , а начальную амплитуду A_0 и конечную амплитуду A_n через некоторое число колебаний n . В этом случае, так как отношение каждой предыдущей амплитуды к последующей в промежутке от A_0 до A_n равно, имеем

$$\frac{A_0}{A_1} = \Delta, \quad \frac{A_1}{A_2} = \Delta, \dots, \frac{A_{n-1}}{A_n} = \Delta,$$

или

$$\frac{A_0}{A_n} = \frac{A_0}{A_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \dots \frac{A_{n-2}}{A_{n-1}} \cdot \frac{A_{n-1}}{A_n} = \Delta^n.$$

Здесь все промежуточные значения амплитуд, начиная с A_1 и кончая A_{n-1} , сокращаются. Следовательно,

$$\ln \frac{A_0}{A_n} = \ln \Delta^n = n \ln \Delta$$

Отсюда, принимая во внимание формулы (24,25), найдем

$$\delta = \ln \Delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_n}. \quad (26)$$

Подготовка к измерениям

Измерения проводятся только с одной пружиной. Из двух пружин выбирают пружину с наименьшим коэффициентом жесткости. К нижнему концу пружины цепляют диск. К нему подвешивают платформу с грузом 1 (диски №50 + №20 + №20).

Устанавливают начальную амплитуду колебаний A_0 равную 24 мм. Для этого в блок фотодатчика помещают вначале пластинку из оргстекла № 2, а сверху нее пластинку № 1 (рис. 9). Отпустив стопорный винт 1 (рис. 8), перемещают блок с фотодатчиком по стойке до тех пор пока нижний край платформы не коснется пластинки из оргстекла, после чего винт 1 зажимают. Поджимают снизу блок втулкой и фиксируют ее стопорным винтом 2. Затем удаляют пластинки, а к нижнему концу нити подвешивают вспомогательный грузик. Отпускают винт 1 и путем вращения блока вокруг стойки устанавливают нить в центре малого отверстия в основании блока. После этого винт 1 зажимают и снимают вспомогательный грузик. Прибор готов к измерениям.

Измерения

Взявшись за нить, начинают плавно растягивать пружину. Пружину растягивают до тех пор, пока нижний край платформы не

коснется пластинки с отверстием. Особое внимание обращают на то, чтобы в момент касания нить находилась бы в центре отверстия. После этого свободной рукой нажимают кнопку пуск на электронном секундомере и отпускают нить. После остановки секундомера записывают в таблицу 4 число колебаний n и время t . Процесс измерений повторяют пять раз. При колебаниях груза на диск действует сила сопротивления со стороны воздуха (сила жидкого трения). Счет времени прекращается в тот момент, когда амплитуда колебаний уменьшается настолько, что платформа при своем движении вниз перестает перекрывать луч света от источника к фотодатчику. В данной установке это происходит при уменьшении амплитуды A_0 на величину $\Delta A = 13,5 \text{ мм}$.

Согласно формуле (26) $\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_0 - \Delta A}$, где n – число колебаний, которое

совершил груз за время t , в течение которого амплитуда уменьшилась на величину ΔA . Используя результаты измерений n и t вычисляют среднее значение периода T и среднее значение логарифмического декремента затуханий δ_{cp} и заносят результаты вычислений в таблицу 4.

Таблица 4

№	n	t, с	T, с	$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_0 - \Delta A}$
1				
2				
3				
4				
5				
		$T, \text{с} - \text{среднее}$		
		$\delta - \text{средний}$		
		$b, \text{кг/с}$		

Логарифмический декремент затухания δ , вообще говоря, связан с коэффициентом трения b соотношением

$$b = \frac{2M\delta}{T}, \quad (27)$$

где M – масса колеблющегося тела, T – период колебаний. В нашем случае масса колеблющегося тела M складывается из массы диска, массы платформы и массы груза 1 (стальных дисков № 50 + № 20 + № 20), а период колебаний равен среднему значению T из таблицы 4. Приняв это во внимание, вычисляют коэффициент трения по формуле.

$$b = \frac{2M\delta}{T_{cp}}. \quad (28)$$

Результат вычисления записывают в таблицу 4.

При отчете результаты измерений представляются преподавателю с указанием абсолютной и относительной ошибок.

Вопросы для самопроверки

1. Какое движение в механике называется колебательным?
2. Какими параметрами характеризуется колебательное движение?
3. Какие колебания называются свободными? Запишите уравнение свободных колебаний в дифференциальной форме.
4. Какова зависимость собственной частоты колебаний математического маятника от параметров колебательной системы?
5. Затухающие колебания. Какой величиной характеризуются затухающие колебания?
6. Какой физический смысл имеет логарифмический декремент затухания?

ЛИТЕРАТУРА

- 1). Д.В.Белов. «Механика», изд. «Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова», 1998 г., глава 8,
 § 34 Общее представление о колебаниях.
 § 36 Свободные гармонические колебания.
 § 37 Затухающие колебания.
- 2). И.В.Савельев. «Курс физики», т. 2, изд. «Наука», 1989 г., часть 2 ,
 глава 10,
 § 64 Гармонические колебания.
 § 65 Маятник.
- 3.) Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах.
 Книга I «Механика», 1998 г.,

гл. 8, Колебательное движение,

§ 8.1 Общие сведения о колебаниях,

§ 8.4 Гармонические колебания.

§ 8.9 Затухающие колебания.