

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

(теоретическое введение к задаче №2 из раздела
«Электричество и магнетизм»)

Доцент Пустовалов Г.Е.

Москва - 2012

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Понятие об электрическом токе

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов. Вещество, в котором может возникать ток, называется проводником. Основным признаком проводника является наличие в нем заряженных частиц - носителей тока, которые под действием каких-либо сил и прежде всего под действием электрического поля могут перемещаться по проводнику. Проводниками являются металлы, полупроводники, некоторые жидкости (электролиты) и, при определенных условиях, газы.

Проводники подразделяются на проводники первого и второго рода. К проводникам первого рода относятся те, в которых протекание электрического тока не сопровождается какими-либо изменениями проводника. Типичными представителями проводников первого рода являются металлы. К этому же роду принадлежат и электролиты за исключением областей, непосредственно прилегающих к электродам.

Сила и плотность тока

Силой i тока, текущего через поверхность S , называется отношение количества заряда dq , пересекающего поверхность за некоторый малый промежуток времени, к величине dt этого промежутка, т.е.

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

Если величина i меняется с течением времени, то предполагается, что $dt \rightarrow 0$. Если же сила тока остается постоянной, то

$$i = \frac{q}{t}, \quad (2)$$

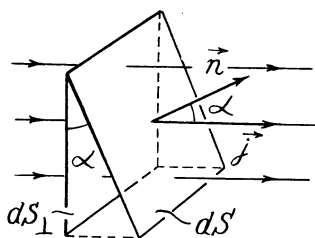


Рис. 1

где q - величина заряда, протекшего через поверхность за время t .

Для более детального описания движения зарядов внутри проводника вводится величина, которая называется вектором плотности тока. Направление вектора плотности тока \vec{j} в данной малой области проводника совпадает с направлением движения положительных носителей тока. Величина j этого вектора равна отношению силы тока di , протекающего через элементарную площадку, расположенную в этой области перпендикулярно направлению движения носителей тока, к величине dS_{\perp} этой площадки, т.е.

$$j = \frac{di}{dS_{\perp}}. \quad (3)$$

Из рис. 1 видно, что через площадку dS , нормаль к которой составляет угол α с направлением вектора плотности тока \vec{j} , в течение некоторого промежутка времени проходит то же количество заряда, что и через проекцию dS_{\perp} этой площадки на направление, перпендикулярное вектору \vec{j} . Учитывая, что $dS_{\perp} = dS \cdot \cos \alpha$, найдем из (3) силу тока di , протекающего через площадку dS :

$$di = j dS_{\perp} = j dS \cdot \cos \alpha = j_n dS. \quad (4)$$

Здесь $j_n = j \cos \alpha$ - проекция вектора плотности тока на нормаль к площадке dS .

Если плотность тока известна в каждой точке какой-либо области проводника, то силу i тока, протекающего через произвольную поверхность S , находящуюся в этой области, можно найти, складывая токи di через элементарные площадки dS , на которые разбита эта поверхность (рис. 2). Такое суммирование сводится к интегрированию выражения (4) по поверхности S :

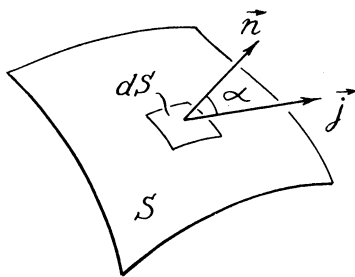


Рис. 2

$$i = \int_S j_n dS, \quad (5)$$

т.е. сила тока, протекающего через поверхность, представляет собой поток вектора плотности тока через эту поверхность.

Постоянный ток

Постоянным называется такой ток, все характеристики которого не меняются с течением времени. В частности, в каждой точке проводника должны оставаться постоянными величина и направление вектора плотности

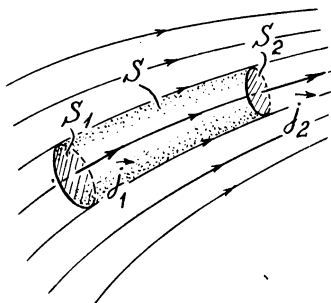


Рис. 3

тока \vec{j} . В этом случае внутри проводника могут быть проведены *линии тока*, т.е. такие линии, касательные к которым совпадают с направлениями вектора плотности тока. Можно также образовать поверхности в виде трубок так, чтобы линии токи лежали на этих поверхностях. Такие поверхности называются *трубками тока* (рис. 3). У стенок трубки носители тока движутся параллельно поверхности трубки. Поэтому они не могут пересекать этой поверхности. Проводник, по

которому течет ток, также можно рассматривать как трубку тока – носители тока не могут покинуть проводник и вблизи его поверхности движутся параллельно ей. Наоборот, трубку можно рассматривать как отдельный проводник - все заряды, попавшие в трубку, продолжают свое движение внутри нее.

На движение зарядов, являющихся носителями тока, оказывают влияние действующие на них силы. Эти силы могут иметь неэлектростатическое происхождение (сторонние силы), а могут также действовать и со стороны электрического поля, в создание которого вносят свой вклад сами носители тока. Если силы меняются с течением времени, то изменяется и движение зарядов, а, следовательно, ток не может оставаться постоянным. Таким образом, ток будет постоянным только в том случае, если электрическое поле не изменяется, т.е. является электростатическим. Хотя в создании этого поля участвуют движущиеся заряды, их распределение в пространстве должно оставаться стационарным (неизменным).

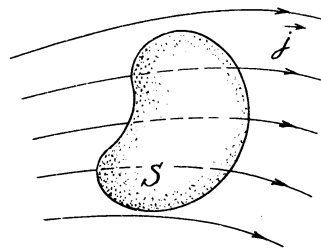


Рис. 4

Возьмем замкнутую поверхность S , лежащую целиком внутри проводника, по которому течет постоянный ток (рис. 4), и подсчитаем, пользуясь формулой (5), силу i тока, протекающего через всю эту поверхность:

$$i = \int_S j_n dS.$$

С другой стороны, согласно (1) $i = -\frac{dq}{dt}$ (знак

минус здесь показывает, что, если под q подразумевать заряд, находящийся внутри поверхности S , и считать положительной внешнюю нормаль к этой поверхности, то при $i > 0$ величина q уменьшается). Таким образом,

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S j_n dS. \quad (6)$$

Так как ток постоянный и распределение зарядов в любой области проводника не должно изменяться, то $\frac{dq}{dt} = 0$. Следовательно, в случае постоянного тока

$$\oint_S j_n dS = 0. \quad (7)$$

Это означает, что в то время как через одни участки поверхности заряд втекает внутрь поверхности, через другие участки такое же количество заряда вытекает из нее.

В частности, внутри замкнутой поверхности S , образованной отрезком трубки тока, ограниченной поперечными сечениями S_1 и S_2 (см. рис. 3), величина заряда не будет изменяться, если через сечения проходит ток одинаковой силы. Таким образом, в случае постоянного тока во всех сечениях трубки тока или проводника сила тока одна и та же

Наконец, трубки тока (проводник) должны быть обязательно замкнуты. В противном случае в местах их разрыва будут накапливаться заряды, что приведет к изменению тока.

Закон Ома в дифференциальной форме

Здесь мы будем рассматривать только такие участки проводников первого рода, в которых носители тока не подвергается действию сторонних сил. Как известно, в этом случае справедлив закон Ома: напряжение U между концами участка пропорционально силе i тока, текущего по нему, т.е.

$$U = R \cdot i, \quad (8)$$

где R - сопротивление участка. Для однородных проводников с площадью поперечного сечения, постоянной для всего участка, сопротивление определяется формулой

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (9)$$

где l - длина участка, а ρ - удельное сопротивление, характеризующее свойства вещества, из которого состоит проводник. Величина $\lambda = \frac{1}{\rho}$ называется

удельной электропроводностью, или проводимостью вещества.

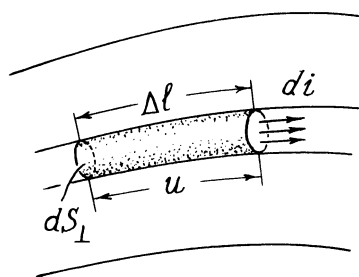


Рис. 5

Возьмем внутри проводника отрезок узкой трубки тока, форма которого при малых его размерах близка к цилиндрической (рис. 5). Пусть сила тока через поперечное сечение этого отрезка равна di , площадь этого поперечного сечения dS_{\perp} , а длина отрезка Δl . На основании формул (8) и (9) можно написать для этого отрезка

$$U = \rho \frac{\Delta l}{dS_{\perp}} di.$$

Поделив обе части этого равенства на Δl , получим отсюда с учётом формул $E = \frac{U}{\Delta l}$ и (3)

$$E = \rho j = \frac{j}{\lambda}. \quad (10)$$

Здесь E - напряженность электрического поля, а j - плотность тока в области проводника, где находится рассматриваемый отрезок трубки тока.

Из закона Ома следует, что потенциал проводника уменьшается в том направлении, куда течет ток, т.е. куда направлен вектор \vec{j} плотности тока. В эту же сторону направлен вектор напряженности \vec{E} электрического поля. Поэтому равенство (10) можно записать в векторной форме:

$$\vec{j} = \lambda \vec{E}. \quad (11)$$

Эта формула, связывающая плотность тока и напряженность поля внутри малой области проводника, носит название *закона Ома в дифференциальной, или векторной форме*.

Распределение заряда в проводнике при постоянном токе

Для исследования распределения зарядов в проводнике, по которому течет постоянный ток, обратимся к теореме Гаусса. Выделим внутри проводника, для которого справедлив закон Ома, некоторую область, ограниченную замкнутой поверхностью S (см. рис. 4). Согласно формуле

$\Phi = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$ суммарный заряд, содержащийся внутри этой поверхности, равен

$$\sum_i q_i = \epsilon_0 \oint_S E_n dS$$

Из (11) следует, что $E_n = \frac{j_n}{\lambda}$. Поэтому

$$\sum_i q_i = \epsilon_0 \oint_S \frac{j_n}{\lambda} dS.$$

Если проводник однороден ($\lambda = const$ в любой его точке), а поверхность S целиком лежит внутри проводника, то $\frac{1}{\lambda}$ можно вынести из-под знака интеграла. В результате получится

$$\sum_i q_i = \frac{\epsilon_0}{\lambda} \oint_S j_n dS = 0. \quad (12)$$

Здесь мы учли, что для постоянного тока выполняется равенство (7).

Таким образом, суммарный заряд в произвольной области внутри однородного проводника равен нулю, т.е. положительные и отрицательные заряды, имеющиеся в проводнике, нейтрализуют друг друга и не могут создавать электрического поля. Следовательно, заряды, создающие электрическое поле, способное оказывать действие на движение носителей тока, могут находиться лишь в тех местах, где вещество неоднородно, в частности, на поверхности проводника и в местах соединения разнородных проводников.