

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА»  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ФИЗИКИ  
КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИСТАБИЛЬНОГО ОПТИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ЭКСИТОН-  
ПОЛЯРИТОНОВ В ФОТОННО-КРИСТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ

Выполнил  
студент 4 курса 421 группы  
Воскобойник Алексей Антонович

---

Научный руководитель:  
проф. Тиходеев Сергей Григорьевич

---

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

Москва

2022

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>3</b>
<b>1. Обзор литературы и содержание работы</b> .....	<b>4</b>
<b>2. Расчёт бистабильного отклика модельной системы</b> .....	<b>8</b>
<b>3. Фотонно-кристаллический слой с экситоном в квантовой яме</b> .....	<b>11</b>
<b>3.1. Фурье-модальное разложение для решения уравнений         Максвелла в фотонно-кристаллическом слое</b> .....	<b>11</b>
<b>3.2. Микроскопический формализм матрицы рассеяния</b> .....	<b>13</b>
<b>3.3. Геометрия структуры исследуемого объекта</b> .....	<b>15</b>
<b>4. Результаты численного моделирования</b> .....	<b>17</b>
<b>4.1. Модельный случай</b> .....	<b>17</b>
<b>4.2. Фотонно-кристаллический слой</b> .....	<b>18</b>
<b>ВЫВОДЫ</b> .....	<b>23</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	<b>24</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	<b>25</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые микрорезонаторы представляют широкий интерес для исследования благодаря их удивительным возможностям по управлению светом. Взаимодействие экситонов среды с резонансными фотонными модами периодически модулированной структуры, то есть фотонно-кристаллического слоя (ФКС), приводит к существенным, качественным изменениям оптического отклика всей системы. При пропускании электромагнитных волн через подобные структуры нелинейная связь между поляризацией среды и полем может приводить к появлению эффектов бистабильности и гистерезиса оптического отклика.

Целью работы является: изучение известных к настоящему времени механизмов возникновения бистабильности оптического экситон-поляритонного отклика на примере полупроводникового брэгговского микрорезонатора с нелинейным экситоном во встроенной квантовой яме, теоретическая демонстрация возникновения экситон-поляритонов в ФКС с квантовой ямой, а также оценка возможности наблюдения в такой системе поляритонной бистабильности и использования для её описания изученных ранее подходов.

В ходе выполнения работы использовалась ранее разработанная компьютерная программа, позволяющие рассчитать распределения электромагнитного поля внутри ФКС с заданной геометрией при падении световой волны и его собственные, резонансные частоты. С их помощью изучаются спектры отражения, пропускания, а также возможность бистабильности оптического отклика.

## 1. Обзор литературы и содержание работы

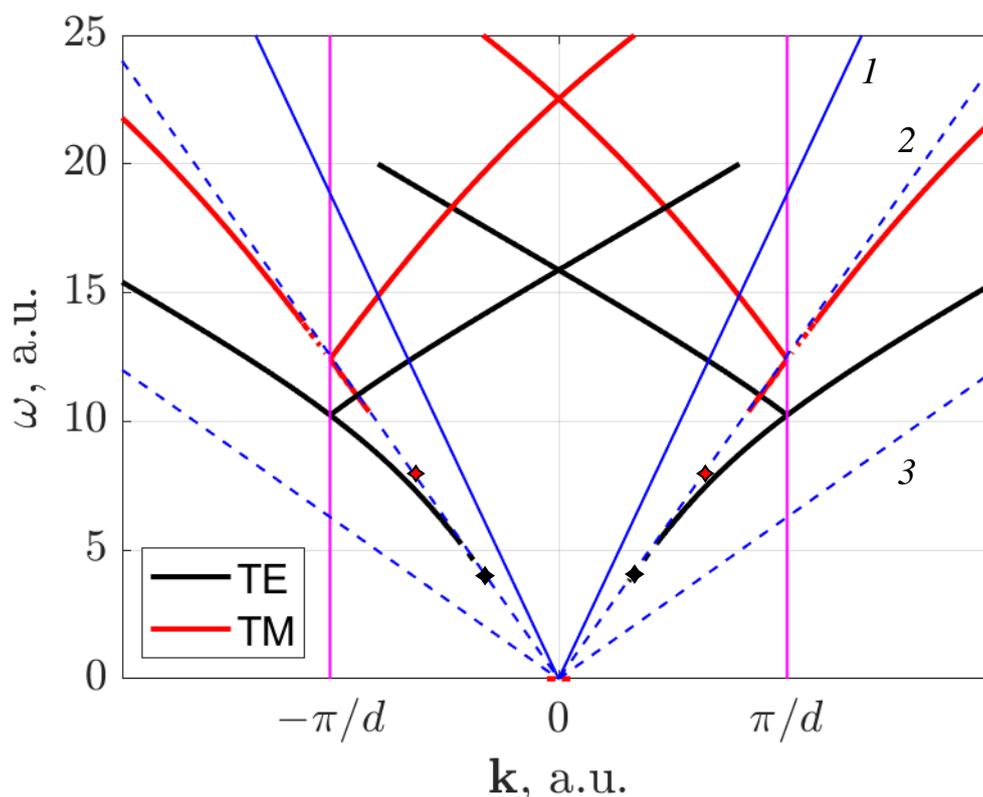
Фотонно-кристаллический слой (ФКС) – слой материала конечной толщины с периодически изменяющимся в пространстве показателем преломления, при этом период такой структуры должен быть сравним с длиной волны падающего электромагнитного излучения.

Физическими причинами необычных свойств фотонных кристаллов являются дифракция и интерференция. Взаимодействие света с ФКС можно разбить на два взаимосвязанных этапа: первичная и повторная интерференция и рассеяние волн в пределах каждого отдельного оптического элемента [1].

Пространственная периодичность в ФКС приводит к образованию запрещённых зон, то есть областей энергии, в пределах которых фотоны не могут распространяться в структуре. Проведём аналогию с твердым телом, при распространении почти свободных электронов в периодическом потенциале атомов кристаллической решетки образуется стоячая волна и происходит искривление закона дисперсии на границе первой зоны Бриллюэна. По причине этой аналогии периодические структуры в фотонике получили название фотонных кристаллов.

Любопытным является тот факт, что одномерные фотонные кристаллы не позволяют полностью ограничить свет [1]. Для достижения полного запрета распространения света, надо использовать структуру, обладающую периодичностью не в одном, а сразу в трех направлениях. Первая такая идея была предложена физиком Э. Яблоновичем в 1987 в статье [2].

При распространении электромагнитных волн вдоль однородных диэлектрических слоёв возникает эффект планарного волновода. Фотонные моды в нём (т. н. волноводные моды) являются связанными, в том смысле, что они ограничены в слое и экспоненциально затухают за его пределами, то есть имеют в бесконечной пластине и бесконечное время жизни. При изготовлении ФКС из планарного волновода введение периодичности позволяет связать волноводные моды с фотонным континуумом (рис.1). В результате они приобретают конечное время жизни внутри световых конусов в первой зоне Бриллюэна и становятся так называемыми квазиволноводными [5].



*Рис. 1. Закон дисперсии  $TE_0$ - и  $TM_0$ -волноводных мод и его сложение в первую зону Бриллюэна в структуре с периодом  $d$ . Линии 1-3 показывают, соответственно, световые конуса в воздухе, подложке и толще волновода. Точками указаны частоты отсечки соответствующих мод*

При взаимодействии падающей на ФКС электромагнитной волны с квазиволноводными модами возбуждаются резонансы характерной асимметричной формы, известные как резонансы Фано. Они могут обеспечить эффективный способ управления светом, например, для его передачи из пластины во внешнюю среду, что было использовано при разработке светоизлучающих диодов на основе фотонных кристаллов и направленных выходных соединителей [4-5].

Изучение нелинейных оптических эффектов интересно не только с фундаментальной точки зрения, но и со стороны практического приложения. С помощью фотонно-кристаллических структур возможно создание быстрых и эффективных переключателей, например, для оперативной памяти компьютера или логических интегральных схем [6-7]. Такие элементы, управляемые с помощью света, могут быть использованы для работы оптического компьютера.

Экситон – квазичастица, представляющая собой связанное состояние

электрона и дырки. Для учёта влияния концентрации на экранировку взаимодействия будем рассматривать экситоны Ванье-Мотта большого радиуса. Они обуславливают особенности оптических спектров полупроводников в области экситонной полосы поглощения [3].

Сильное взаимодействие фотонных мод полупроводникового оптического микрорезонатора и экситонов внутри квантовой ямы приводит к появлению двух новых связанных состояний системы: верхней (Upper

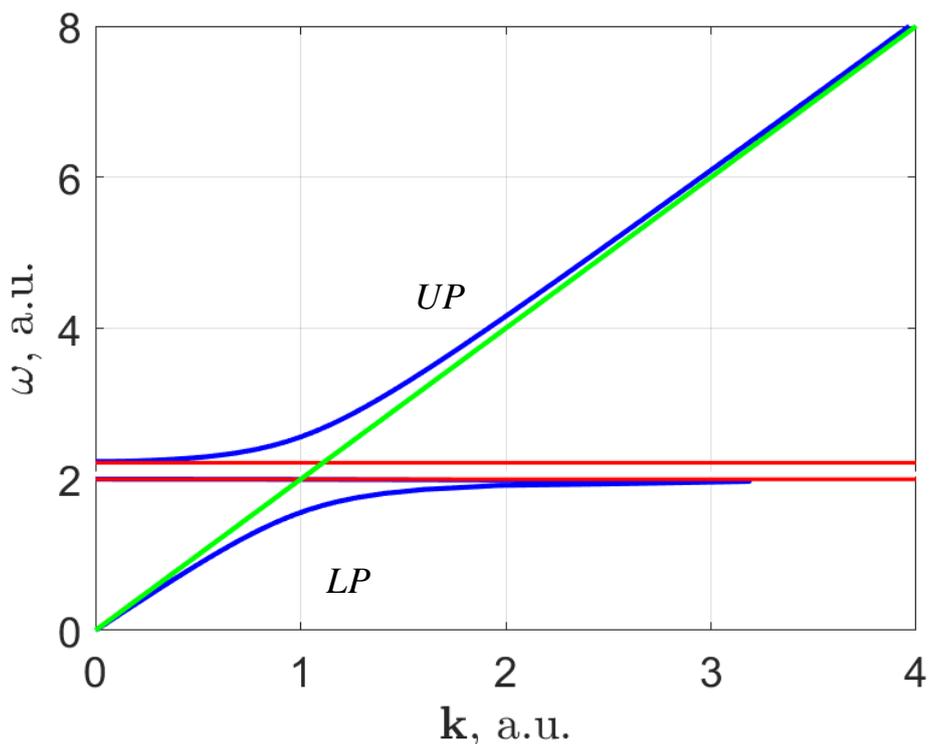


Рис. 2. Закон дисперсии экситон-поляритона, верхняя (UP) и нижняя (LP) ветви (синий).

polariton, UP) и нижней (Lower polariton, LP) поляритонных ветвей, расщепление между которыми в условиях точного резонанса характеризуется частотой Раби (рис. 2). Учитывая зависимость между положением экситонного резонанса и плотностью экситонов, пропорциональной квадрату поляризации, можно ожидать бистабильность отклика при резонансной накачке с положительной расстройкой по отношению к частотам верхнего и нижнего поляритона.

Оптические связанные состояния в континууме (Bound states in the continuum, BICs) в структурах с определенной геометрией, типа фотонных кристаллов, привлекают внимание как новый подход к генерации чрезвычайно

спектрально узких резонансных откликов. Для усиления нелинейных оптических эффектов используются экситон-поляритоны. Гибридные системы, включающие атомарно тонкие слои дихалькогенидов переходных металлов (Transition metal dichalcogenides, TMD), особенно перспективны благодаря простоте изготовления: мы можем, не помещая квантовую яму в фотонно-кристаллический слой, сначала вырастить волноводную структуру с заданной геометрией, а после наклеить на неё слой TMD, соответствующим образом подбирая материалы [8].

### Содержание работы.

В разделе 2 рассмотрен феноменологический метод вычисления резонансов оптического отклика экситон-поляритонов с учетом экситонной нелинейности на примере полупроводникового брэгговского микрорезонатора. В разделе 3 описаны методы теоретического исследования оптических свойств фотонно-кристаллических слоев, основанные на фурье-модальном разложении для оптической матрицы рассеяния, описана исследуемая в работе структура ФКС со встроенной квантовой ямой. В Разделе 4 приведены результаты численного моделирования. В подразделе 4.1 эффект экситон-поляритонной бистабильности продемонстрирован на примере модельной системы брэгговского микрорезонатора. В разделе 4.2 проанализированы спектры пропускания исследуемого ФКС со встроенной квантовой ямой и продемонстрировано характерное антипересечение квазиволноводных резонансов с экситонным пиком, свидетельствующее об образовании квазиволноводных экситон-поляритонов. Обсуждается возможность наблюдения оптической бистабильности таких поляритонов в ФКС и её теоретического описания в рамках фурье-модального метода.

## 2. Расчёт бистабильного отклика модельной системы

Для изучения распределения электромагнитного поля и явления бистабильности внутри брэгговского микрорезонатора с экситоном в квантовой яме будем использовать систему макроскопических уравнений Максвелла и Шрёдингера в резонансном приближении с нелинейной связью между поляризацией и полем.

В линейном случае амплитуда электрического поля  $\mathcal{E}(t)$  и поляризация экситона  $P(t)$  в ФКС образуют связную систему уравнений [12]:

$$\begin{aligned} \left(i \frac{d}{dt} - E_c\right) * \mathcal{E}(t) &= \alpha * \mathcal{E}_{ext}(t) + \beta * P(t), \\ \left(i \frac{d}{dt} - E_x\right) * P(t) &= A * \mathcal{E}(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\mathcal{E}_{ext}(t)$  – внешнее поле накачки,  $E_c, E_x$  – собственные значения энергии микрорезонатора и экситона, в общем случае комплексные

$$E_c = \Omega_c - i\Gamma_c, E_x = \Omega_x - i\Gamma_x.$$

При взаимодействии сильного электромагнитного поля с веществом зависимость между поляризацией среды  $P(t)$  и напряжённостью поля  $\mathcal{E}(t)$  становится нелинейной

$$P = aE + bE^2 + cE^3 + \dots$$

В кристалле из соображений симметрии отражения по времени будет отсутствовать коэффициент  $b$ . Основной вклад в нелинейность будет определяться третьим слагаемым. Тогда в нелинейном случае после преобразования Фурье получим:

$$\begin{aligned} (\omega - E_c) * \mathcal{E}(t) &= \alpha * \mathcal{E}_{ext}(t) + \beta * P(t), \\ (\omega - E_x) * P(t) &= A * \mathcal{E}(t) + F * P(t) * |P|^2. \end{aligned} \tag{2}$$

Первое уравнение системы (2) - это уравнение Максвелла с поляризацией экситона в резонансном приближении для микрорезонатора. Второе - представляет собой неоднородное нелинейное уравнение

Шредингера для экситона с когерентной внешней накачкой.

Стационарное решение системы принимает вид:

$$\varepsilon = \alpha * \frac{\omega - \tilde{\omega}_{ex}}{(\omega - \omega_c) * (\omega - \tilde{\omega}_{ex}) - \Omega_R^2} * \varepsilon_{ext}, \quad (3)$$

$$P = \alpha * \frac{A}{(\omega - \omega_c) * (\omega - \tilde{\omega}_{ex}) - \Omega_R^2} * \varepsilon_{ext}, \quad (4)$$

$$\tilde{\omega}_{ex} = \omega_{ex} + F * |P|^2, \quad (4')$$

где  $\Omega_R^2 = A * \beta$  – частота Раби.

Будем считать энергию экситона (4') смещающейся в синюю часть спектра ( $F > 0$ ), линейной функцией интенсивности локального электрического поля. На основе подхода вторичного квантования при когерентной резонансной накачке, при которой возбуждаются новые экситоны, квадрат модуля поляризации  $|P|^2$  оказывается линейной функцией концентрации  $N$ :

$$\tilde{\omega}_{ex} = \omega_{ex} + F * N. \quad (4'')$$

Знаменатель в уравнении (4) определяет верхнюю и нижнюю поляритонные ветви:

$$(\omega - W_{LP}) * (\omega - W_{UP}) = (\omega - \omega_c) * (\omega - \tilde{\omega}_{ex}) - \Omega_R^2,$$

$$\begin{aligned} W_{UP} &= \frac{1}{2} \left( (\omega_c + \tilde{\omega}_{ex}) + \sqrt{(\omega_c - \tilde{\omega}_{ex})^2 + 4\Omega_R^2} \right), \\ W_{LP} &= \frac{1}{2} \left( (\omega_c + \tilde{\omega}_{ex}) - \sqrt{(\omega_c - \tilde{\omega}_{ex})^2 + 4\Omega_R^2} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Зависимость отклика среды от частоты получим из уравнения (4) и его комплексного сопряжения:

$$P \left( (\omega - \Omega_c + i\Gamma_c) * (\omega - \Omega_x + i\Gamma_x - F * |P|^2) - \Omega_R^2 \right) = A\alpha * \varepsilon_{ext},$$

$$P^* \left( (\omega - \Omega_c - i\Gamma_c) * (\omega - \Omega_x - i\Gamma_x - F * |P|^2) - \Omega_R^2 \right) = A\alpha * \varepsilon_{ext}.$$

Вводя безразмерную интенсивность поляризации  $Z$  и коэффициент нелинейности, получим кубическое уравнение по  $|P|^2$ , аналогичное уравнению Дуффинга для нелинейного осциллятора [16]:

$$aZ^3 + bZ^2 + cZ - 1 = 0, \quad (6)$$

$$Z = \frac{|\mathbf{P}|^2}{(A\alpha * \mathcal{E}_{ext})^2}, \quad \beta = (A\alpha * \mathcal{E}_{ext})^2,$$

$$a = ((\omega - \Omega_x)^2 + \Gamma_c^2) * \beta^2,$$

$$b = -2\beta * (((\omega - \Omega_c)^2 + \Gamma_c^2) * (\omega - \Omega_x) - \Omega_R^2 * (\omega - \Omega_c)),$$

$$c = \Delta^2 + \Gamma_c^2 * (\omega - \Omega_x)^2 + \Gamma_x^2 * (\omega - \Omega_c)^2 + \Gamma_c^2 * \Gamma_x^2 + 2\Gamma_c * \Gamma_x * \Omega_R^2,$$

$$\Delta = (\omega - \Omega_c) * (\omega - \Omega_x) - \Omega_R^2.$$

### 3. Фотонно-кристаллический слой с экситоном в квантовой яме

Рассмотренный выше подход формально применим к системам, однородным в плоскости микрорезонатора. Для описания оптических свойств фотонно-кристаллических слоев, содержащих периодически-модулированные части, необходимо использовать более сложные теоретические методы, одним из которых является формализм матрицы рассеяния в рамках Фурье-модального разложения.

#### 3.1. Фурье-модальное разложение для решения уравнений Максвелла в фотонно-кристаллическом слое

Пусть на структуру падает свет с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $k = (k_x, k_y, k_z)$ :

$$k_x = \frac{\omega}{c} * \sin \theta \cos \phi,$$

$$k_y = \frac{\omega}{c} * \sin \theta \sin \phi,$$

$$k_z = \frac{\omega}{c} * \cos \theta.$$

Будем считать рассматриваемый ФКС периодичным по направлению  $x$ . Тогда электромагнитная волна оказывается связанной со всеми брэгговскими гармониками той же частоты  $\omega$  и волновыми векторами  $k_g = (k_{x,g}, k_y, k_{z,g})$ , сдвинутыми на вектор обратной решётки  $\mathbf{G}$ :

$$k_{x,g} = k_x + \mathbf{G}, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \pm N, \quad \mathbf{G}(g) = \frac{2\pi g}{\Lambda}, \tag{7}$$

$$k_{z,g} = \sqrt{\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - (k_x + \mathbf{G})^2 - k_y^2},$$

где  $\Lambda$  – период решётки.

Система уравнений Максвелла имеет вид:

$$\text{rot } \mathbf{E} = i \frac{\omega}{c} \mathbf{B},$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = -i \frac{\omega}{c} \mathbf{D}.$$

С учётом материальных уравнений в слоях структуры, каждый из которых будем считать пространственно-периодичным вдоль оси  $x$  и однородным по направлениям  $y, z$ , решаем систему:

$$-\Delta \mathbf{E} + \text{grad div } \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} * \mathbf{D},$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon * \mathbf{E}.$$

Решение для электрического поля  $\mathbf{E}$  из однородности вдоль осей  $y, z$  и периодичности по оси  $x$ , согласно теореме Блоха, представляет собой плоскую волну, модулированную периодической функцией  $\mathbf{u}(x)$ :

$$\mathbf{E} = \exp(ik_x * x + ik_y * y + iK * z) * \mathbf{u}(x).$$

Используя Фурье-разложение электрического поля и материального уравнения на сумму плоских волн, получим:

$$\mathbf{E} = \sum_{\mathbf{G}} E_{\mathbf{G}} * \exp(i(k_x + \mathbf{G}) * x + ik_y * y + iK * z), \quad (8)$$

$$D_{\mathbf{G}} = \sum_{\mathbf{G}'} \varepsilon_{\mathbf{G}, \mathbf{G}'} E_{\mathbf{G}'}, \quad \varepsilon_{\mathbf{G}, \mathbf{G}'} = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \varepsilon * \exp\left(-\frac{2\pi i * (g - g') * x}{\Lambda}\right) dx,$$

где  $k$  – собственное значение  $z$ -проекции волнового вектора,  $g = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ . Вообще говоря, в точном разложении число гармоник бесконечно, но в численных расчётах выберем конечное число ( $N$ ) векторов обратной решётки [5, 17].

Для описания электромагнитного отклика экситонов в среде выберем диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$ , которая включает только основной экситонный полюс  $\omega_{ex}$ :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{inf} \left( 1 + \frac{2\omega_{ex}\Delta}{\omega_{ex}^2 - i\Gamma\omega - \omega^2} \right), \quad (9)$$

где  $\Delta$  – так называемое продольно-поперечное расщепление, характеризующее меру поляризуемости экситона.

С учетом всех преобразований уравнение Максвелла сводится к системе линейных алгебраических уравнений на поиск собственных векторов и собственных значений Фурье-амплитуд электрического поля  $\vec{\mathcal{E}}_{\parallel}$ :

$$\hat{A} * \vec{\mathcal{E}}_{\parallel} = K^2 * \vec{\mathcal{E}}_{\parallel}, \quad \vec{\mathcal{E}}_{\parallel} = \begin{pmatrix} E_x, g^1 \\ \dots \\ E_x, g^N \\ E_y, g^1 \\ \dots \\ E_y, g^N \end{pmatrix}. \quad (10)$$

### 3.2. Микроскопический формализм матрицы рассеяния

Микроскопический формализм матрицы рассеяния даёт более широкое представление о системе. Действительно, пусть на ФКС вдоль оси Z нормально падает плоская монохроматическая волна. Решения уравнений Максвелла в этом случае принимает вид:

$$\mathcal{E} = (E_x, 0, 0), \quad H = (0, H_y, 0),$$

$$E_x = A^+ * \exp(-i(\omega t - k_l z)) + A^- * \exp(-i(\omega t + k_l z)),$$

$$H_y = n_l A^+ * \exp(-i(\omega t - k_l z)) - n_l A^- * \exp(-i(\omega t + k_l z)),$$

где  $n_l = \sqrt{\varepsilon_l}$  – показатель преломления среды  $l$ ,  $k_l$  – волновой вектор.

Разобьём нашу структуру на слои однородные по  $z$ , в каждом из которых решение уравнений Максвелла, согласно получившейся задаче (10), раскладывается на сумму  $2N$  собственных векторов. Введём гипер-вектор  $A$  амплитуд этих СВ в данной плоскости по оси  $z$  размерности  $4N$ :

$$\vec{A}(z) = \begin{pmatrix} A^+(z) \\ A^-(z) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где  $A^+, A^-$  – амплитуды векторов плоских волн, распространяющихся соответственно вдоль и против оси  $z$ .

Для связи компонент векторов электрического и магнитного поля с вектором амплитуд  $\vec{A}(z)$  в каждом слое по  $z$  используется материальная матрица  $M$  ( $4N \times 4N$ ):

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} E_x, g(z) \\ E_y, g(z) \\ H_x, g(z) \\ H_y, g(z) \end{pmatrix} = M * A(z) \quad (12)$$

Согласно граничным условиям Максвелла о непрерывности компонент поля на границе раздела между различными слоями получим в общем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= M_1 * \mathbb{A}_1 = M_2 * \mathbb{A}_2 = \mathbf{F}_2, \\ \mathbb{A}_2 &= M_2^{-1} * M_1 * \mathbb{A}_1 = \mathbf{T} * \mathbb{A}_1, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{T}$  – интерфейсная матрица перехода между однородными слоями [5, 10].

В частном случае немодулированного брэгговского микрорезонатора матрица переноса  $\tilde{T}_{l',l}$  через границу раздела сред  $l$  и  $l'$  принимает вид:

$$|A(z+0)\rangle = \tilde{T}_{l',l}|A(z)\rangle, \quad \tilde{T}_{l',l} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{n_l}{n_{l'}} & 1 - \frac{n_l}{n_{l'}} \\ 1 - \frac{n_l}{n_{l'}} & 1 + \frac{n_l}{n_{l'}} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Таким образом, проходя по структуре с заданной геометрией, последовательно учитывая однородные слои различных материалов и интерфейсы между ними, мы получаем результирующую матрицу  $S$ :

$$\begin{aligned} S_{a,b} &= \begin{pmatrix} DS_{11} & DE \\ S_{21} + S_{22}T_{21}DS_{11} & S_{22}T_{21}DE + S_{22}T_{22} \end{pmatrix}, \\ T_z(\omega) &= \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}, \quad E = S_{12}T_{22} - T_{12}, \quad D = (T_{11} - S_{12}T_{21})^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Матрица рассеяния  $S$  связывает для ограниченной системы толщиной  $L$  входящий столбец амплитуд брэгговских гармоник  $\mathbb{B}_{in}$  с выходящим  $\mathbb{B}_{out}$ :

$$\begin{aligned} \mathbb{B}_{out} &= S * \mathbb{B}_{in}, \\ \mathbb{B}_{in} &= \begin{pmatrix} A^+|_{z=0} \\ A^-|_{z=L} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B}_{out} = \begin{pmatrix} A^+|_{z=L} \\ A^-|_{z=0} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (15)$$

Распределение электромагнитного поля квази-волновых мод может быть получено как нетривиальные решения задачи, при условии нулевой входной и ненулевой выходной амплитуды:  $|\mathbb{B}_{in}\rangle = 0$ ,  $|\mathbb{B}_{out}\rangle \neq 0$ . Таким образом, задача на поиск резонансных собственных значений и векторов заключается в итерационном решении уравнения:

$$S^{-1}(\omega_n)|\mathbb{B}_{out}\rangle \equiv R(\omega_n)|\mathbb{B}_{out}\rangle = 0.$$

Положим, что  $w$  – точное решение уравнения, тогда линеаризуя его по ошибке  $\Delta\omega$  на каждом итерационном шаге  $n$ , получим:

$$\omega_n = \omega + \Delta\omega,$$

$$R(\omega_n)|\mathbb{B}_{out}\rangle = R(\omega)|\mathbb{B}_{out}\rangle + \Delta\omega \frac{dR(\omega)}{d\omega} |\mathbb{B}_{out}\rangle = 0,$$

$$R(\omega)|\mathbb{B}_{out}\rangle = -\Delta\omega \frac{dR(\omega)}{d\omega} |\mathbb{B}_{out}\rangle.$$

В качестве начальной точки итерационного процесса  $\omega_0$  выбирается та, для которой коэффициент прохождения имеет максимальное значение.

Получили задачу Штурма-Лиувилля в матричном виде:

$$W|\mathbb{B}_{out}\rangle = \Delta\omega|\mathbb{B}_{out}\rangle,$$

$$W(\omega) = -\left[\frac{dR(\omega)}{d\omega}\right]^{-1} R(\omega) = S(\omega) \left[\frac{dS(\omega)}{d\omega}\right]^{-1}. \quad (16)$$

Мы можем продолжать процедуру, пока ошибка  $\Delta\omega$  не начнёт удовлетворять заданной точности [14-15]. Таким образом, рассчитав матрицу рассеяния  $S_z(\omega)$ , мы можем найти гипер-вектор  $|A(z)\rangle$ . Тогда резонансное значение векторных амплитуд электрического поля для любого z-среза структуры может быть рассчитан по формуле:

$$E_n(z) = A_n^+(z) * \exp(-ik_n z) + A_n^-(z) * \exp(ik_n z),$$

$$\begin{pmatrix} A_n^+(z) \\ A_n^-(z) \end{pmatrix} = T_z(\omega) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Кроме того, по расчётам соответствующих компонент матрицы рассеяния  $S$ , могут быть получены спектры пропускания, отражения.

$$S = \begin{pmatrix} r_{LL} & t_{RL} \\ t_{LR} & r_{RR} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

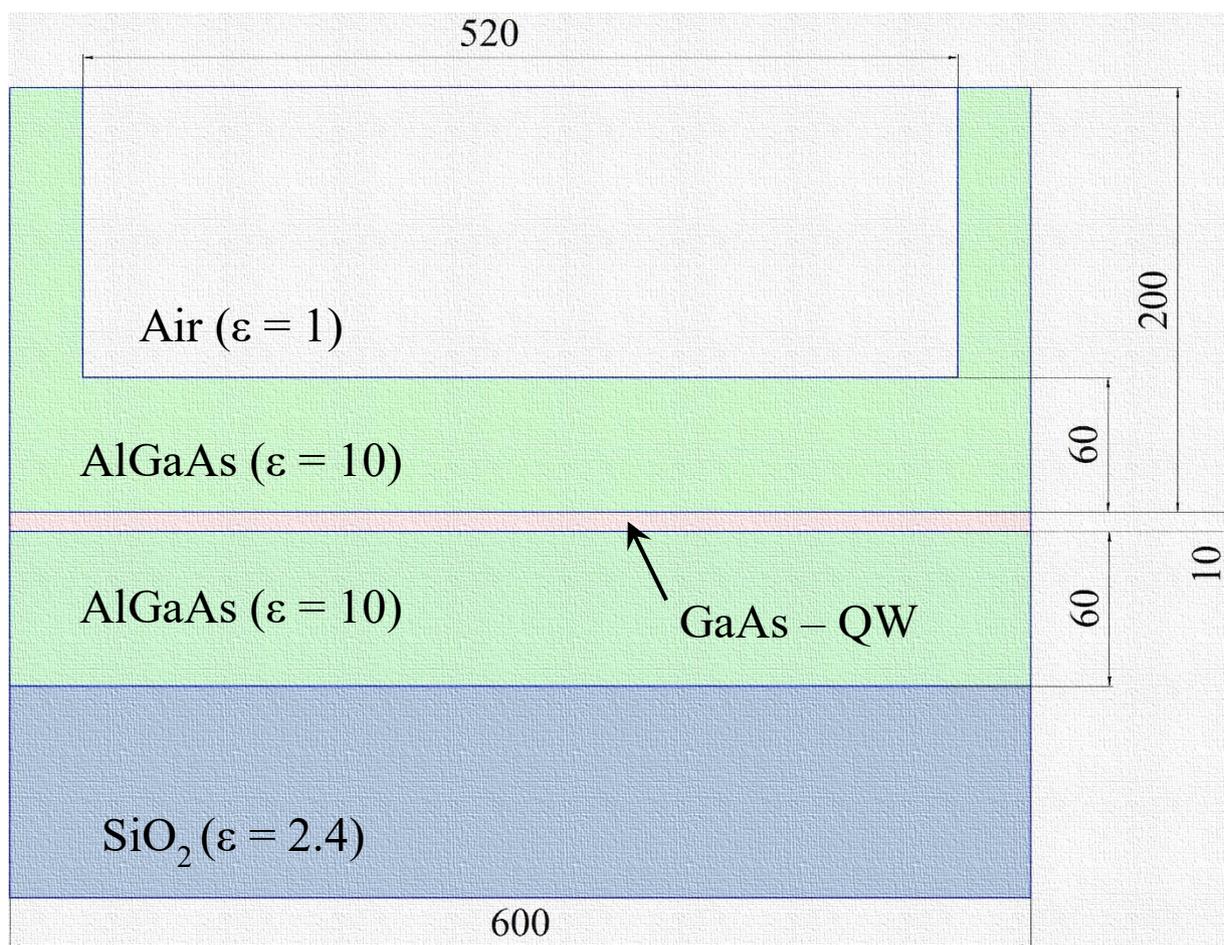
### 3.3. Геометрия структуры исследуемого объекта

В данной работе рассматривается образование экситон-поляритонов в фотонно-кристаллическом слое, помещённом в вакуум, и обсуждается возможность наблюдения бистабильного оптического отклика при учете нелинейных оптических свойств экситона в ФКС. Излучение накачки падает по нормали к структуре, однородной вдоль оси  $y$  и периодической по  $x$ . Изучается распределение поля в структуре на срезе плоскостью  $Oxz$ .

Объектом изучения является пластина AlGaAs ( $\varepsilon = 10$ ) толщиной 270 нм, в которой вырезана полость, заполненная воздухом ( $\varepsilon = 1$ ). Между

подложкой и полостью располагается GaAs квантовая яма с экситонами с резонансным откликом на внешнее электромагнитное поле. Структура помещена на кварцевую SiO<sub>2</sub> подложку ( $\epsilon = 2.4$ ). В расчётах будем считать этот слой полубесконечным, чтобы исключить Фабри-Перо резонансы пластинки конечной толщины.

Для демонстрации существования поляритонного эффекта будем менять период структуры от 550 до 630 нанометров с шагом в 20 нм., оставляя размер полости прежним.



*Рис. 3. Элементарная ячейка исследуемой структуры. Все геометрические размеры указаны в нанометрах*

## 4. Результаты численного моделирования

### 4.1. Модельный случай

Были рассчитаны зависимости отклика среды от интенсивности падающей электромагнитной волны накачки с различной расстройкой от частоты неперенормированного экситона (рис. 4) для немодулированного брэгговского микрорезонатора. Как можно заметить, существуют наборы параметров, при которых гистерезис не наблюдается. Поэтому для его анализа на основе (6) была построена зависимость  $|P(w)|^2$  для различных значений поля накачки.

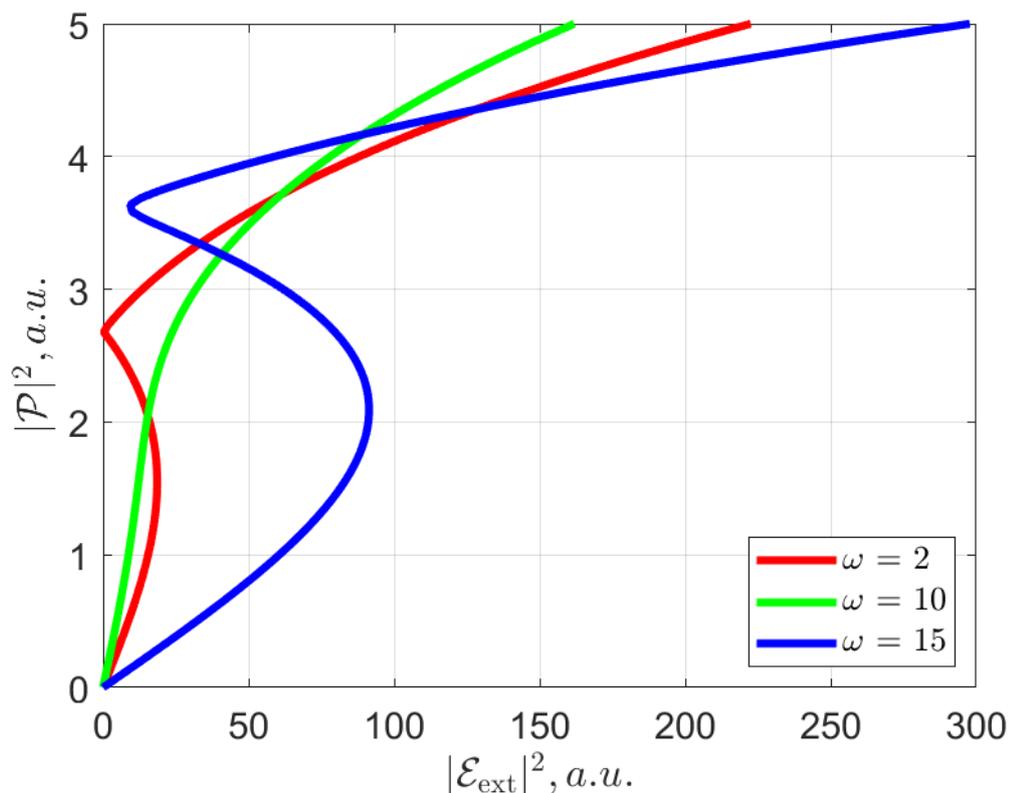


Рис. 4. Зависимость отклика среды от интенсивности накачки, для различных расстроек частоты, с (синий, зелёный) и без (красный) учета потерь в системе

Характерный вид получившихся уравнений можно наблюдать на рис. 5. Как можно заметить, пики зависимостей лежат чётко на верхней и нижней поляритонных ветвях. Их искривление в нелинейном случае приводит к появлению многозначности отклика, что позволяет выделить две области бистабильности системы. Первая расположена в интервале  $\omega \in (\omega_{Lp}, \omega_c)$ . То есть является финитной по частоте. Вторая область не ограничена и возрастает по мере увеличения поля накачки  $E_{ext}$ .

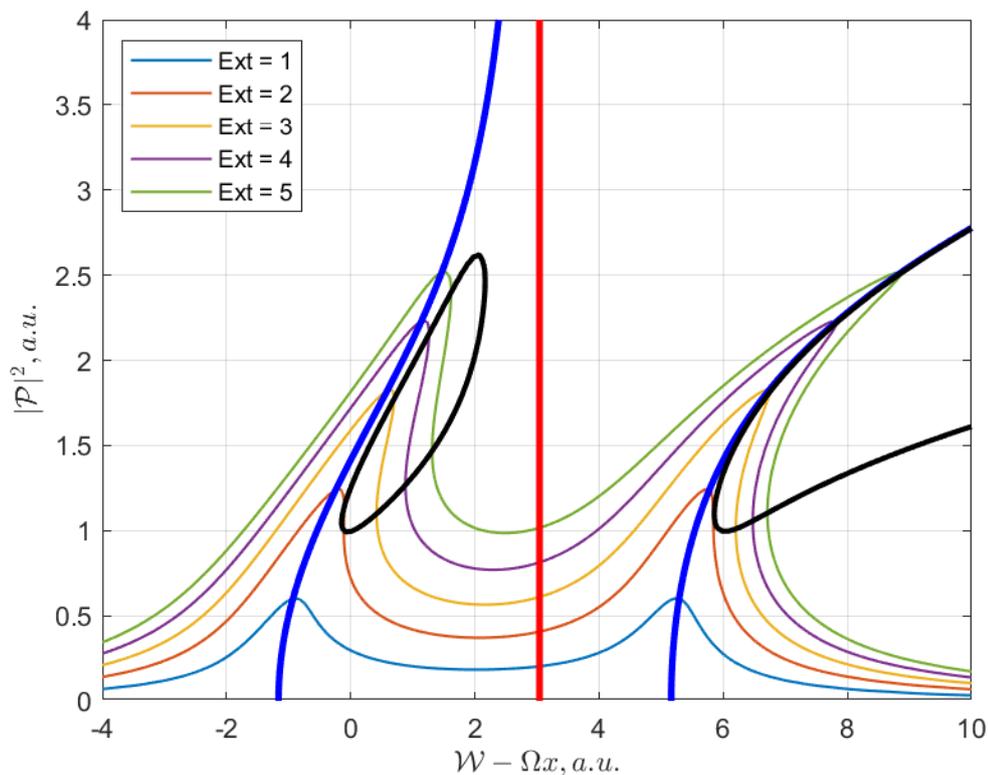


Рис. 5. Зависимость отклика среды от частоты для различных значений амплитуды накачки, указанных в легенде (тонкие). Собственная частота микрорезонатора (красный). Верхняя и нижняя поляритонные ветви (синий). Области бистабильности системы (чёрный)

#### 4.2. Фотонно-кристаллический слой

Для доказательства возникновения поляритонного эффекта в ФКС с

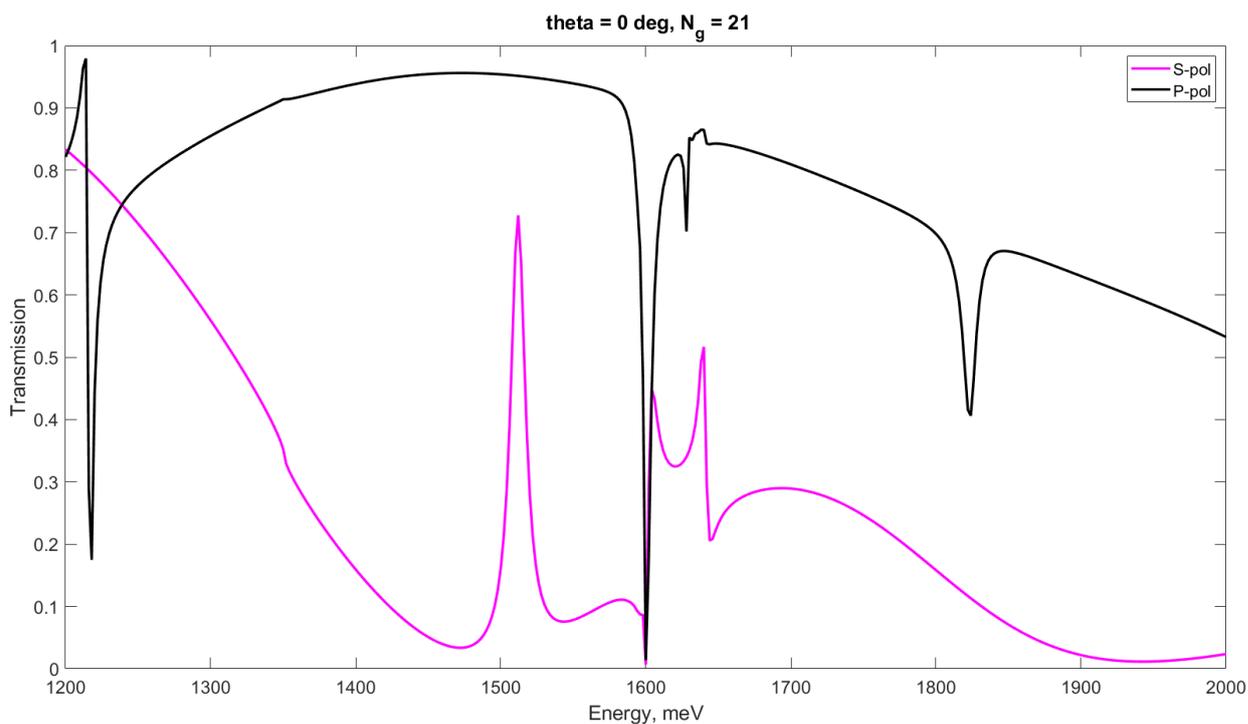
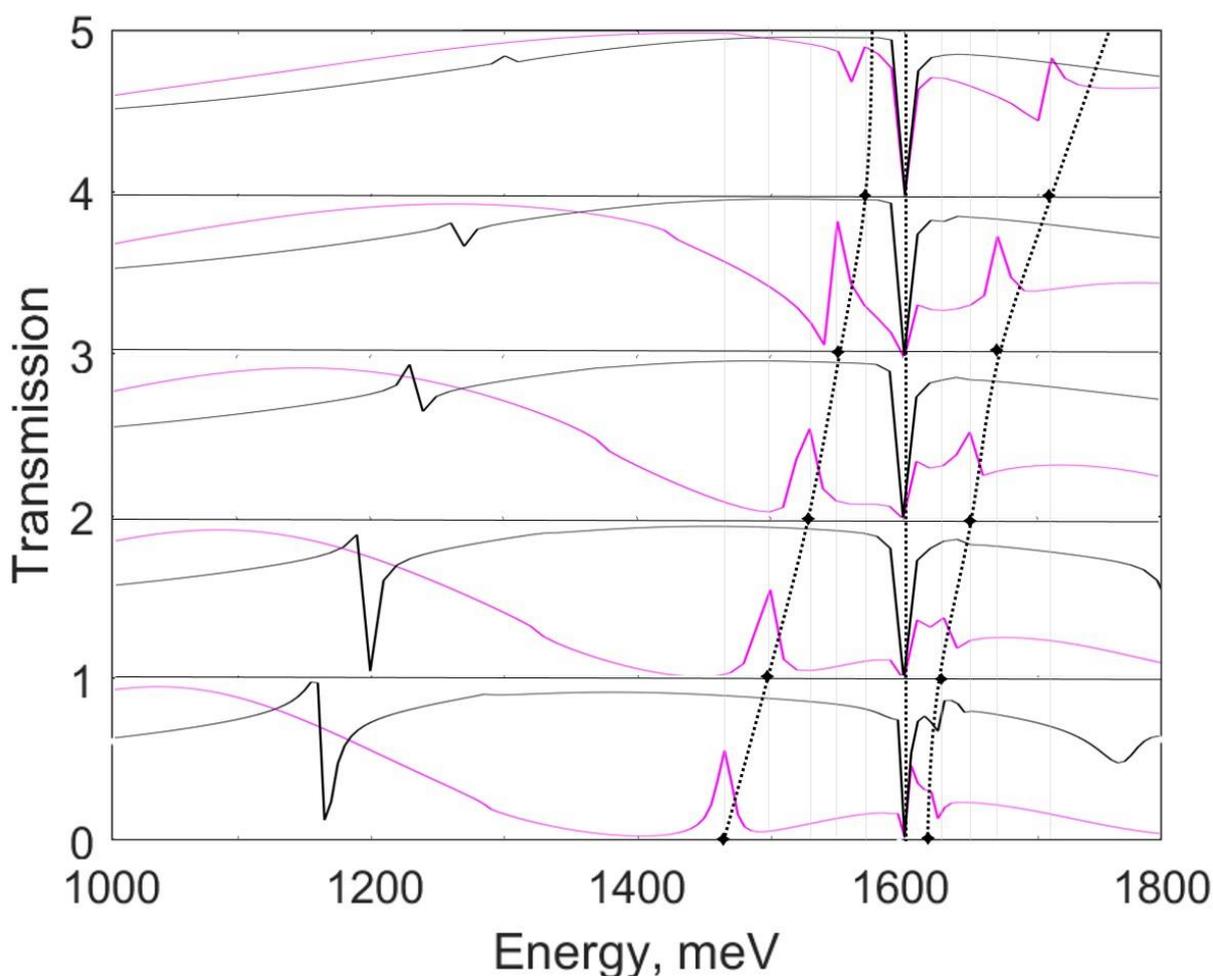


Рис. 6. Спектр пропускания при нормальном падении света для S- и P-поляризации. Период структуры 600 нм., размер полости 520 нм.

экситоном во строенной квантовой яме проанализируем эволюцию спектра при изменении периода структуры. На рис. 6 показан рассчитанный на основе формализма матрицы рассеяния спектр пропускания системы в частотном интервале 1200 – 1600 мэВ для S- и P-поляризаций электромагнитной волны для фиксированного периода в 600 нм. S-поляризация соответствует поперечным электрическим (TE), а P-поляризация – более высокочастотным поперечным магнитным (TM) волноводным модам. По определению, электрическое (магнитное) поле TE (TM) волн лежит в плоскости ФКС и параллельно его линиям (т.е., перпендикулярно плоскости падения на рис. 3).



*Рис.7. Спектр пропускания при нормальном падении для различных значений периода структуры: от 550 нм. (верхний спектр) до 630 нм. шаг 20 нм., размер воздушной полости постоянен: 520 нм. Соединенные штриховыми линиями точки на горизонтальных осях панелей показывают изменение положения TE квазиволноводных поляритонных пиков в спектрах пропускания при изменении периода структуры*

Резонансное возбуждение квазиволноводных мод приводит к появлению хорошо выраженных аномалий в спектре пропускания. Таким образом, разрыв P-

поляризации (на частоте 1220 мэВ) соответствует первой резонансной ТМ-волноводной моде. Излом на обеих зависимостях (на частоте 1350 мэВ) является аномалией Рэлея, отвечающей открытию нового дифракционного канала. В случае электронных спектров такие аномалии принято называть особенностями Ван Хофа. Характерный провал в спектре пропускания на частоте 1600 мэВ соответствует неперенормированной собственной частоте экситона. Особенности выше 1630 мэВ относятся к верхней поляритонной ветви.

Для экспериментального измерения таких спектров необходимо использовать широко-частотный источник света, а для изучения отдельных особенностей – короткие оптические импульсы со спектральным уширением.

На рис. 7 показано изменение спектров пропускания ФКС при изменении периода структуры в пределах между 550 и 630 нм. Видно, что с уменьшением периода, например, ТЕ квазиволноводная мода сближается с неперенормированным экситонным пиком, но не пересекается, как это случилось

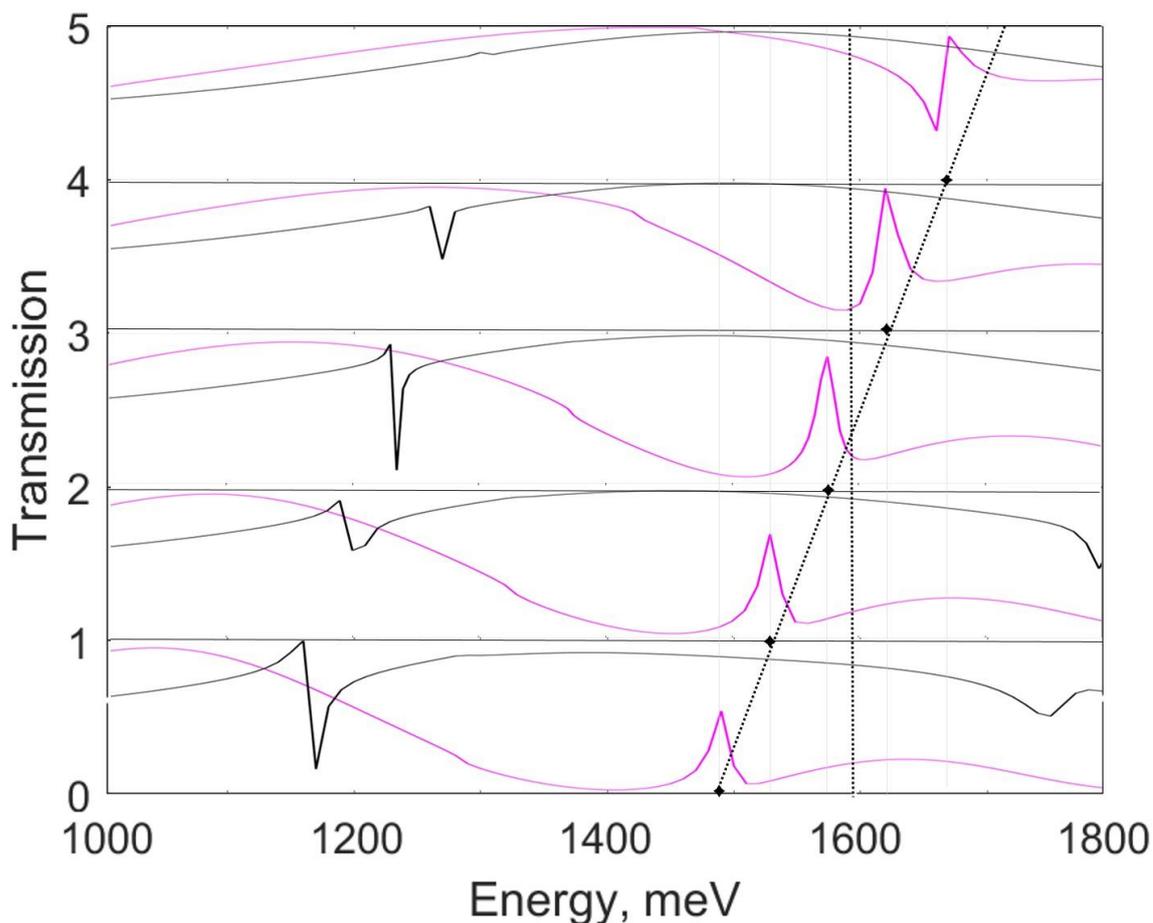
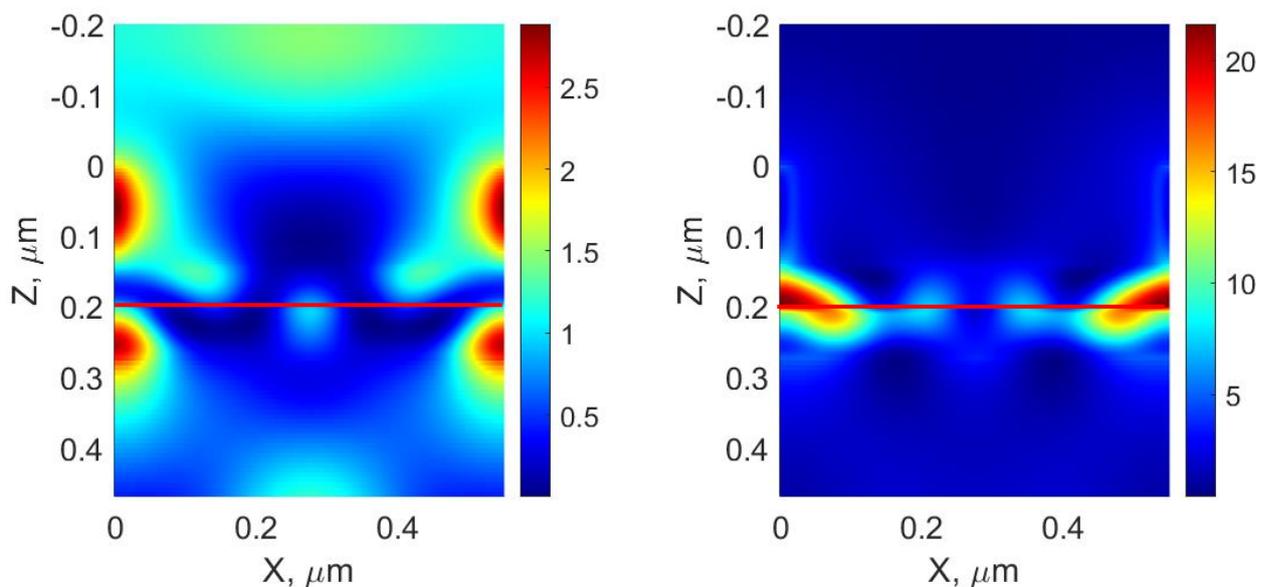


Рис.8. Спектр пропускания при нормальном падении для различных значений периода структуры: от 550 нм. (верхний спектр) до 630 нм. шаг 20 нм. - без экситона в квантовой яме

бы с квазиволноводной модой в отсутствии экситонного резонанса. Это продемонстрировано на рис. 8, показывающем эволюцию спектров, аналогичную показанной на рис.7, но без экситона. Для «выключения» экситонного резонанса обнулیم в формуле (9) величину так называемого продольно-поперечного расщепления  $\Delta$  [10].

В области антипересечения положений квазиволноводного TE резонанса и экситона происходит смешение экситонов с фотонами, так называемое сильное взаимодействие. Такое поведение аналогично рассмотренному выше механизму возникновения поляритона [10, 18]. Мы вправе ожидать нелинейность поведения таких экситон-поляритонов, поскольку, как было описано ранее, экситоны в квантовой яме демонстрируют синий сдвиг резонансной энергии в зависимости от своей концентрации (4 ).



*Рис.9. Распределение интенсивностей электрического (слева) и магнитного (справа) полей для S-поляризации на срезе структуры с периодом 550 нм. при нормальном падении света на частоте 1570 мэВ (вблизи резонансной особенности пропускания). За положительное направление оси z берётся направление распространения света*

На основе предоставленной программы были получены распределения электромагнитных полей в структуре с полостью 520 нм. при резонансном возбуждении на частоте 1570 мэВ (рис. 9). Расчёт показывает, что поле в структуре неоднородно, при резонансе в структуре образуется стоячая волна с узлами и пучностями, в том числе, и в области квантовой ямы. Интенсивность экситонной поляризации в квантовой яме оказывается пространственно-неоднородной. В

результате, при учете экситонной нелинейности, резонансная частота экситона, а с ней и диэлектрическая проницаемость в разных местах квантовой ямы оказывается различной.

Методология простого случая оказывается неприменима, то есть задача требует переработки описания методом фурье-модального разложения. Нужно произвести самосогласованный учёт добавочной периодичности диэлектрической проницаемости квантовой ямы: итерационным образом в формуле (9) изменять её до тех пор, пока не перестанет меняться распределение поля при данной интенсивности.

## ВЫВОДЫ

- Изучены теоретические подходы к описанию механизмов возникновения бистабильного оптического отклика полупроводникового брэгговского микрорезонатора и фотонно-кристаллического слоя с нелинейными экситонами во встроенных квантовых ямах.
- Вычислены оптические спектры отражения и пропускания для различных значений периода решётки, а также резонансное распределение полей на срезе структуры.
- Продемонстрированы возникновение экситон-поляритонов в фотонно-кристаллическом слое с нелинейными экситонами во встроенной квантовой яме и принципиальная возможность наблюдения нелинейных эффектов и бистабильности.
- Показана некорректность использования упрощённой теоретической модели, основывающейся на предположении об однородности распределения электрического поля в квантовой яме, для описания экситон-поляритонной бистабильности фотонно-кристаллического слоя и необходимость модификации подхода с точки зрения метода фурье-модального разложения

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы на основе системы уравнений Максвелла и Шредингера в резонансном приближении была исследована бистабильная зависимость экситонного отклика на внешнее поле в пространственно-модулированной структуре.

На основе Фурье-модального разложения и формализма матрицы рассеяния с помощью предоставленной программы написан код, позволяющий рассчитать: оптические спектры отражения/пропускания фотонно-кристаллического слоя с экситоном в квантовой яме, а также распределение в исследуемом объекте электромагнитных полей при резонансном возбуждении. На их основе был сделан вывод о существовании поляритонного эффекта в структуре такого типа, а также необходимости изменения методологического подхода к исследованию этого явления.

В заключение мне хочется выразить благодарность моему научному руководителю, Сергею Григорьевичу Тиходееву, за постановку интересной задачи и всяческую помощь по моей работе; проф. Николаю Алексеевичу Гиппиусу (Сколтех) и проф. Томасу Вайссу (Prof. Dr. Thomas Weiss, Stuttgart University) за предоставленную программу расчета распределения полей в ближневолновой зоне фотонно-кристаллического слоя методом фурье-модального разложения; Дмитрию Громыко за обсуждения и разъяснения некоторых аспектов работы.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] В. И. Белотелов, А. К. Звездин, Фотонные кристаллы и другие метаматериалы. Библиотечка квант. Вып. 94. 2006 г.
- [2] E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* 58, 2059 (1987)
- [3] Н.Б. Брандт, В.А. Кульбачинский - Квазичастицы в физике конденсированного состояния
- [4] S. Fan, J. D. Joannopoulos, *Phys. Rev. B* Vol. 65, 235112 (2002)
- [5] S. G. Tikhodeev, A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov, N. A. Gippius, and Teruya Ishihara, *Phys. Rev. B* 66, 045102 (2002)
- [6] Marin Soljacic, J. D. Joannopoulos, *Nat. Matt.* Vol. 3 211-219 (2004)
- [7] J. Bravo-Abad, A. Rodriguez, P. Bermel, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, and Marin Soljacic, *Opt. Express*, Vol. 15, No. 24 16162 (2007)
- [8] Kravtsov et al. *Light: Science & Applications* (2020) 9:56
- [9] T. Fujita and T. Ishihara, *J. Phys. Soc. of Japan.* Vol. 68 (1999), pp. 2918 – 2921
- [10] A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, and T. Fujita and T. Ishihara, *J. Phys. Soc. of Japan.* Vol. 70 (2001), pp. 1137 – 1144
- [11] A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev and T. Ishihara, *Phys. stat. sol.* 190 (2002), 413 – 419
- [12] N. A. Gippius. et al., *Europhys. Lett.*, 67 (2004), pp. 997 – 1003
- [13] N. A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, S. S. Gavrilov, Yuri G. Rubo, A. V. Kavokin, S. G. Tikhodeev, and G. Malpuech. *Phys. Rev. Lett.* 98, 236401 (2007)
- [14] S. G. Tikhodeev, E. A. Muljarov, W. Langbein, N. A. Gippius, H.

Giessen and T. Weiss, J. Opt. Soc. America B. Vol. 38 (2021)

- [15] Gippius N A et al. Hard excitation of stimulated polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities, Phys. Usp. 48 306-312 (2005)
- [16] N. Duffing, (1918), vol. Heft 41/42, Braunschweig: Vieweg, vi+134 pp
- [17] D. M. Whittaker, I.S. Culshaw, Phys. Rev. B, Vol. 60 (1999)
- [18] A. Christ, T. Zentgraf, J. Kuhl, S.G. Tikhodeev and N.A. Gippius, Phys. Rev. B, Vol. 70 125113 (2004)