

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет  
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка  
по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 57**

**МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ  
ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ТОКА**

**Описание составили:  
ст. преп. Овчинникова Т.Л., доцент Попов Ю.Ф.**

**Москва - 2012**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

## Цель работы

Экспериментальное исследование магнитной индукции различных токовых систем и сравнение экспериментальных данных с результатами теоретического расчёта.

## 1. Магнитное поле

В опытах К. Эрстеда (1820 г.) было обнаружено, что проводник с током создаёт вокруг себя поле, которое оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. Если рядом с проводником поместить вращающуюся на игле магнитную стрелку, то при включении тока стрелка поворачивается, ориентируясь по касательной к окружности вокруг проводника (рис. 1, а). При

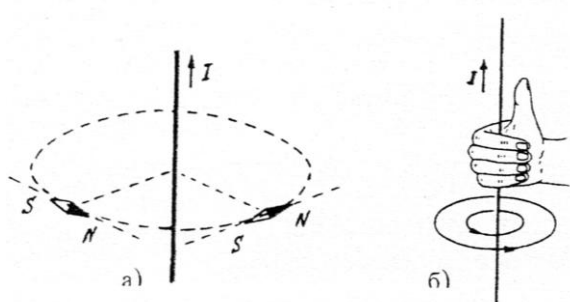


Рис. 1 а) Ориентация магнитной стрелки вблизи проводника с током; б) направление силовых линий магнитной индукции по отношению к току (правило правой руки)

изменении направления тока стрелка поворачивается в противоположную сторону. Из опытов Эрстеда следует, что магнитное поле, возникающее вокруг проводника с током, должно характеризоваться векторной величиной. Эту величину называют магнитной индукцией  $\vec{B}$ . Силовые линии магнитного поля позволяют графически отобразить картину распределения магнитных полей вокруг проводников с током, а их направление определяется правилом правой руки (рис. 1, б).

Так как проводник с током является электрически нейтральной системой, в которой заряды одного знака движутся в одну сторону, а заряды другого знака неподвижны (или движутся в противоположном направлении, например, в электролитах), то из этого следует, что магнитное поле порождается только движущимися зарядами. Таким образом, движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего пространства – создают в нём магнитное поле. Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нём заряды (токи) действуют силы (закон Ампера).

## 2. Закон Био-Саввара-Лапласа

Вскоре после опытов Эрстеда, Ж.Б. Био и Ф. Саввар провели исследование магнитных полей токов, текущих по тонким проводникам различной формы. Проанализировав полученные ими экспериментальные данные, Лаплас установил количественное соотношение между элементом тока и создаваемой этим элементом магнитной индукцией в произвольной точке  $P$ , рис. 2.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}\vec{r}]}{r^3}. \quad (1)$$

Здесь  $I d\vec{l}$  - бесконечно малый элемент тока, имеющий то же направление, что и ток  $I$ ,  $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведённый от начала элемента  $d\vec{l}$  в точку  $P$ ,  $\mu_0$  - константа, называемая магнитной проницаемостью вакуума,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ . Направление вектора  $d\vec{B}$  определяется по правилу векторного произведения (правило правой тройки векторов или правило правого винта).

Полное значение магнитной индукции, создаваемой проводником произвольной формы с током  $I$  для любой точки  $P$ , может быть получено согласно принципу суперпозиции, как векторная сумма всех  $d\vec{B}_i$ , создаваемых всеми элементами проводника  $d\vec{l}_i$  в этой точке

$$\vec{B}(P) = \sum_i d\vec{B}_i(P). \quad (2)$$

Так как ток – это упорядоченное движение зарядов, то из (1) можно получить следующее соотношение для магнитной индукции, создаваемой в точке  $P$  зарядом, движущимся с постоянной скоростью  $\vec{V}$ :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{V} \cdot \vec{r}]}{r^3} \quad (3)$$

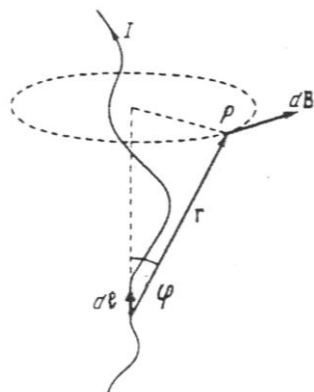
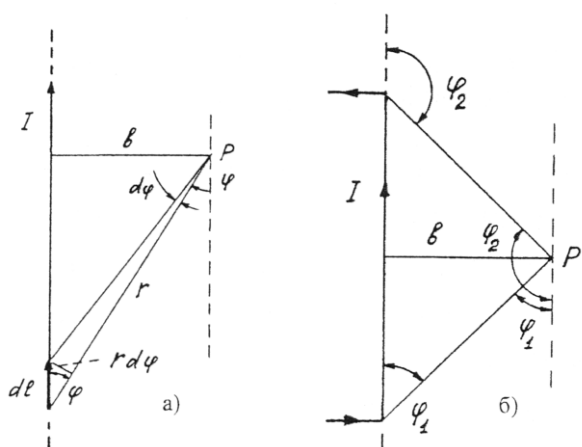


Рис. 2 Магнитная индукция, создаваемая элементом тока в точке P.

Необходимо отметить, что магнитное поле возникает как при движении заряда относительно наблюдателя (прибора), так и при движении наблюдателя (прибора) относительно заряда.

### 3. Магнитное поле бесконечно протяжённого прямолинейного проводника с током

Используя закон Био-Саввара (1), можно вычислить магнитную индукцию, создаваемую бесконечно протяжённым прямолинейным проводником с током  $I$  в точке  $P$ , находящейся на расстоянии  $b$  от проводника (рис. 3, а)



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l}}{r^2} \sin \varphi, \quad (4)$$

где  $\varphi$  - угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Как видно из рис. 3, а

$$r = \frac{b}{\sin \varphi}, \quad dl = \frac{rd\varphi}{\sin \varphi} = \frac{bd\varphi}{\sin^2 \varphi} \quad (5)$$

и соотношение (4) приобретает вид

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{b} \sin \varphi d\varphi \quad (6)$$

Рис. 3 Расчет магнитной индукции: а) бесконечно протяжённого прямолинейного проводника с током; б) прямолинейного проводника конечной длины.

С учётом принципа суперпозиции (2) и того, что индукции всех элементов

проводника  $dl_i$  в точке  $P$  имеют одно и то же направление, полная магнитная индукция, создаваемая всем проводником в точке  $P$  принимает вид

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = \frac{\mu_0 2I}{4\pi b}. \quad (7)$$

Формула (7) применима для вычисления магнитной индукции прямолинейного проводника, если его длина  $l$  много больше расстояния  $b$ . На практике чаще встречаются случаи, когда необходимо вычислить магнитную индукцию прямолинейного участка проводника с током  $I$  конечной длины ( $l \sim b$ ) рис. 3, б. В этом случае интегрирование в выражении (7) ведётся в пределах от  $\varphi_1$  до  $\varphi_2$ . Если при этом точка  $P$  расположена симметрично относительно концов проводника, так что  $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi$ , выражение (7) принимает вид:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 2I}{4\pi b} \cos \varphi \quad (8)$$

Из формул (7), (8) следует, что при  $b$  стремящемся к нулю, магнитная

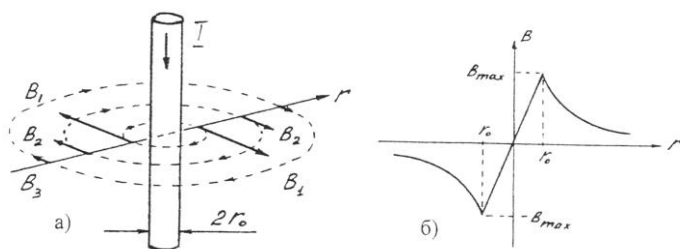


Рис. 4 а) Распределение силовых линий магнитной индукции вокруг проводника с током, б) зависимость магнитной индукции от расстояния до проводника.

индукция должна обращаться в бесконечность. На самом деле этого не происходит, так как реальные проводники имеют конечное сечение, определяемое радиусом проводника  $r_0$ . На рис. 4, а показано распределение силовых линий магнитного поля вокруг прямолинейного проводника и вектора  $\vec{B}$ , а на рис. 4, б – зависимость магнитной индукции  $\vec{B}$  от расстояния  $r$  по обе стороны проводника.

#### 4. Магнитное поле кругового проводника (витка)

На рис. 5, а показано сечение кольцевого контура с током  $I$  плоскостью чертежа. Ток в верхней части контура направлен к нам, в нижней части от нас.

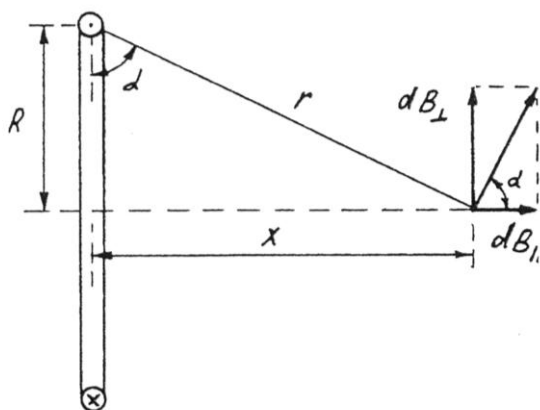


Рис. 5 а) Расчёт магнитной индукции кругового тока.

Малый элемент контура  $dl$ , расположенный в верхней части контура, создаёт, согласно с (1), в точке  $P$ , находящейся на оси симметрии контура, магнитную индукцию

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}. \quad (9)$$

так как угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$  равен  $\frac{\pi}{2}$ . Вектор  $d\vec{B}$  можно разложить на проекции  $d\vec{B}_{\parallel}$  и  $d\vec{B}_{\perp}$  соответственно, параллельную и перпендикулярную оси кольца (рис. 5,а). При суммировании по всем элементам контура (по окружности кольца) перпендикулярные компоненты взаимно сокращаются ( $\sum d\vec{B}_{\perp} = 0$ ). Поэтому вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  будет направлен вдоль оси контура, а его величина равна

$$B = \int dB \cos \alpha = \int dB \frac{R}{r} = \int dB \frac{R}{(R^2 + x^2)^{1/2}}, \quad (10)$$

так как  $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ ,  $R$  - радиус контура.

С учётом формул (9), (10)

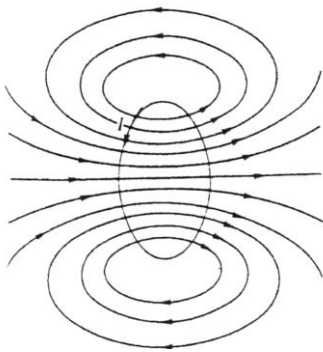


Рис. 5 б) распределение силовых линий магнитной индукции кругового тока.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IR}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (11)$$

Магнитная индукция в центре контура ( $x=0$ ) равна

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (12)$$

Силовые линии магнитной индукции кругового контура с током показаны на рис. 5, б.

## 5. Циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру

Рассмотрим произвольный контур  $l$ , охватывающий проводник с током  $I$  и лежащий в плоскости, перпендикулярной проводнику с током (рис. 6 а).

Циркуляцией вектора магнитной индукции по замкнутому контуру  $l$  называется величина  $\sum (\vec{B}, d\vec{l})$ , т.е. сумма скалярных произведений всех элементов контура  $dl_i$  на соответствующие им значения  $B_i$ . Очевидно, что циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру равна

$$\oint_i \vec{B}_i d\vec{l} = \oint_i \vec{B} d\vec{l} \cos \varphi, \quad (13)$$

где  $\varphi$  - угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

В этом выражении  $\vec{B}_i = \vec{B} \cos \varphi$  является проекцией  $\vec{B}$  на направления элемента  $d\vec{l}$  или, что то же самое,  $d\vec{l} \cos \varphi$  - проекция элемента  $d\vec{l}$  на направление вектора  $\vec{B}$ . Но, как видно из рис. 6, а  $d\vec{l} \cos \varphi = b da$  ( $b$  - расстояние от проводника до элемента  $d\vec{l}$ ) и выражение (13) принимает вид:

$$\oint B_i dl = \int B b da. \quad (14)$$

Магнитная индукция прямолинейного тока описывается соотношением (7) и, следовательно, выражение (14) приобретает вид

$$\oint B_i dl = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi b} b da = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} da. \quad (15)$$

Таким образом, интегрирование по замкнутому контуру сводится к интегрированию по углу  $\alpha$  в пределах от 0 до  $2\pi$  что даёт величину  $2\pi$ . Следовательно, циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру в общем случае равна

$$\oint B_i dl = \mu_0 \sum_i I_i, \quad (16)$$

где  $\sum_i I_i$  - алгебраическая сумма всех токов, охватываемых контуром  $l$ .

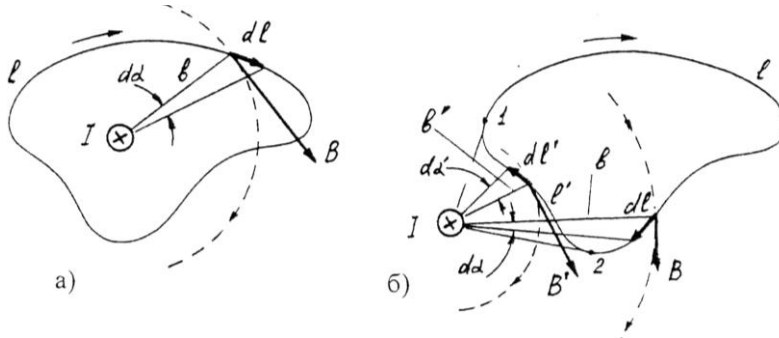


Рис.6. Цирк. магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру: а) контур охватывает; б) контур не охватывает проводник с током.

В случае, если замкнутый контур не охватывает проводник с током, то, как видно из

рис. 6 б, контур разбивается на две части  $l$  и  $l'$  точками 1 и 2. Видно, что при обходе контура (направление обхода показано стрелкой) на участке 1- $l$ -2 величина  $B_i dl > 0$ , а на участке 2- $l'$ -1  $B_i dl < 0$ , и полный интеграл по замкнутому контуру в соотношении (16) оказывается равным нулю

$$\oint B_i dl = 0. \quad (17)$$

## 6. Поле соленоида

Прямой метод расчёта магнитной индукции, описанный в пп. 3, 4, применим для простых токовых систем (прямолинейный и круговой токи). В случае сложных токовых систем этот метод оказывается весьма трудоёмким, так как связан с большим объёмом вычислений. Примером сложной токовой системы является соленоид,

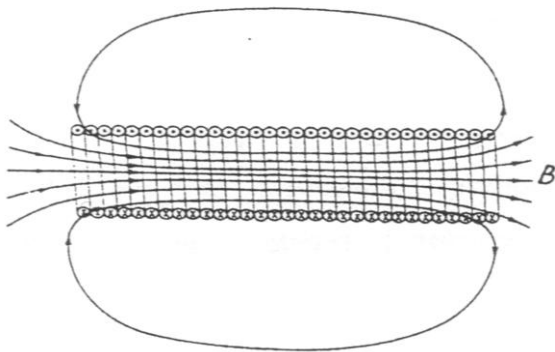


Рис. 7а Силовые линии магнитной индукции бесконечного соленоида.

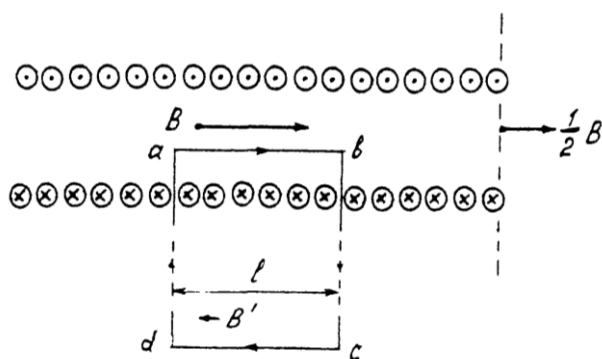
представляющий собой множество круговых проводников с током (витков), включённых последовательно. Так как

вклад в магнитную индукцию в любой точке даёт каждый виток, то для вычисления полной магнитной индукции необходимо записать и решить  $N$  уравнений ( $N$  - число витков соленоида). Однако задача получения величины магнитной индукции, создаваемой соленоидом, может быть существенно упрощена, если воспользоваться представлением о циркуляции магнитной индукции по замкнутому контуру (16). На рис. 7, а показан соленоид и

распределение силовых линий магнитного поля внутри и вне соленоида (в верхней части витков ток направлен к нам, в нижней - от нас). Рис. 7, б поясняет принцип расчёта магнитной индукции соленоида. Замкнутый контур прямоугольной формы  $a-b-c-d$  шириной  $l$  охватывает часть витков соленоида. Циркуляция вектора магнитной индукции по этому контуру является суммой четырёх слагаемых

$$\oint B_i dl = \int_a^b B dl + \int_b^c B dl + \int_c^d B dl + \int_d^a B dl. \quad (18)$$

На участке  $a-b$  подынтегральное выражение равно  $Bl$ , так как все элементы  $dl$  параллельны вектору  $\vec{B}$  ( $\cos\varphi=1$ ). На участках  $b-c$  и  $d-a$  подынтегральные выражения равны 0, так как на этих участках вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен элементам  $d\vec{l}$  ( $\cos\varphi=0$ ). Участок  $c-d$  может быть удалён достаточно далеко, где магнитная индукция стремится к нулю ( $\vec{B} \rightarrow 0$ ). так что вклад третьего слагаемого в циркуляцию становится пренебрежимо мал. Таким образом, из (18) следует, что



$$\oint B_i dl = \int_a^b \vec{B} dl = \vec{B} \int_a^b dl = \vec{B} l. \quad (19)$$

Так как контур  $a-b-c-d$  охватывает  $nl$  витков, где  $n$  число витков на единицу длины, то сумма токов, охватываемых контуром, равна  $nIl$  и в соответствии с (16) и (19)

$$B = \mu_0 n I l. \quad (20)$$

Рис. 7б. К расчёту магнитной индукции.

Эта формула применима для расчёта магнитной индукции бесконечно длинного соленоида, когда его диаметр много меньше его длины ( $D \ll l$ ). Кроме того, она позволяет получить значение магнитной индукции для точек внутри соленоида достаточно удалённых от его краёв. На краях соленоида магнитная индукция составляет  $1/2$  от индукции в центре соленоида. Это легко понять, если представить бесконечно протяжённый соленоид, состоящий из двух равных частей. Так как магнитная индукция на границе раздела является суммой вклада от обеих частей, то каждая из частей даёт вклад, равный  $0,5 B$ .

## 7. Экспериментальное определение магнитной индукции

Существует много методов измерения магнитной индукции или напряжённости магнитного поля. В данной работе для этой цели используется индукционный метод, в основе которого лежит закон электромагнитной индукции Фарадея. В качестве индукционного датчика магнитной индукции используется одно- или много- витковый контур (плоская катушка из проводника). Если такой датчик расположен в области с отличной от нуля магнитной индукцией, то через



его площадь (ограниченную контуром датчика) проходит поток магнитной индукции

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (21)$$

где  $\alpha$  - угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью к поверхности  $S$ ,  $S$  - величина поверхности (поперечное сечение контура датчика). Если при этом происходит изменение магнитной индукции  $\vec{B}$  или ориентации плоскости контура датчика, то в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея, в контуре датчика возникает электродвижущая сила (ЭДС) индукции, равная

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (22)$$

При исследовании магнитных полей различных токовых систем на исследуемый контур подаётся переменное напряжение и по контуру протекает ток, изменяющийся по гармоническому закону  $I = I_m \cos \omega t$ . По такому же закону будет изменяться магнитная индукция, создаваемая контуром

$$B(t) = B_m \cos \omega t. \quad (23)$$

Если в качестве индукционного датчика используется многовитковая катушка, содержащая  $N$  витков с диаметром обмотки  $d$ , её эффективное сечение равно  $NS \left( S = \pi \frac{d^2}{4} \right)$ . Так как при измерениях индукции ось катушки датчика ориентируется вдоль вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , то поток магнитной индукции через датчик равен  $\Phi = NSB$  ( $\alpha = 0, \cos \alpha = 1$ ) а ЭДС индукции, возникающая в датчике с учётом (22), (23), равна

$$\varepsilon(f) = -NS \frac{dB}{dt} = NS\omega B_m \sin \omega t, \quad (24)$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  ( $\nu$  - линейная частота переменного тока в проводнике), а  $NS\omega B_m = \varepsilon_m$  - амплитудное значение ЭДС индукции.

Таким образом, измерение  $\varepsilon_m$  позволяет экспериментально исследовать распределение магнитной индукции  $B_m$  вокруг проводника с переменным током. Из (24) следует, что

$$B_m = \frac{\varepsilon}{\omega NS} = \frac{\varepsilon}{2\pi\nu NS}. \quad (25)$$

При этом, если  $\varepsilon_m$  измерена в вольтах,  $\nu$  - в герцах,  $S$  - в квадратных метрах, то магнитная индукция получается в единицах Тесла ( $Tл$ ). причём

$$1 Tл = 10^4 Gc (Гаусс).$$

## УСТАНОВКА, ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Практическая часть работ №№ 57, 58, 59 выполняется на многофункциональном лабораторном комплексе ЛКЭ-1 (рис. 8). Используются следующие элементы комплекса:

1. Многовитковый контур  $L_n$  для моделирования системы трёх прямолинейных проводников с током (вертикальные участки контура, рис. 8, 13, 14). Контур содержит  $N = 100$  витков и имеет прямоугольную форму: высота контура  $2l = 25$  см, длина  $2L = 60$  см. Контур состоит из двух секций, намотанных непрерывно (по принципу восьмёрки), стрелками показано направление токов в различных участках контура. Используется в работе № 57.

2. Многовитковый кольцевой контур  $L_k$  для моделирования кругового тока (рис. 8, 15). Контур представляет собой плоскую катушку с диаметром обмотки  $D = 70$  мм, число витков  $N = 400$ . Используется в работе № 58.

3. Два соленоида  $L_1$  и  $L_2$  соосно закрепленных на стойках с небольшим ( $\sim 1$  см) зазором между ними. Включённые последовательно, они позволяют моделировать бесконечно протяженный соленоид ( $d < 1$ ) (рис. 8, 16). Параметры обоих соленоидов идентичны: длина обмотки  $l = 120$  мм, число витков в каждом  $N = 422$ , средний диаметр обмотки  $d = 52$  мм. Используются в работе № 59.

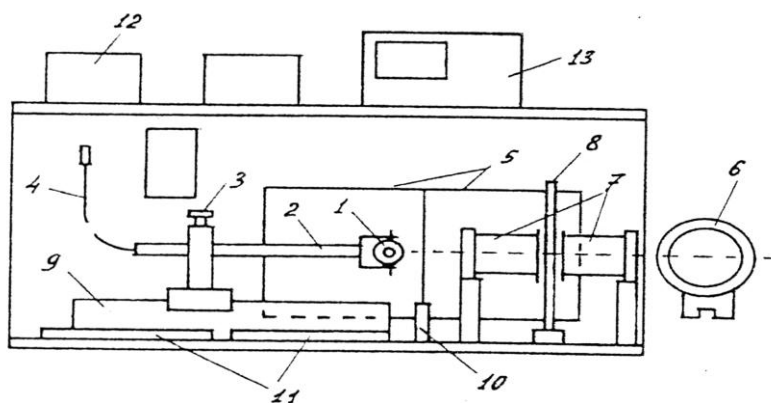


Рис. 8. Общий вид ЛКЭ-1. 1 - индукционный датчик электромагнитной индукции (ЭМИ)  $D_1$  с лимбом; 2 - горизонтальная штанга; 3- стопорный винт; 4 - коаксиальный кабель от датчика  $D_1$ ; 5 - прямоугольный контур  $L_n$ , (модель прямолинейного тока); 6 - кольцевой контур  $L_k$  (модель кругового тока); 7 - соленоиды; 8 - плоский датчик ЭМИ  $D_2$  (в работах №№ 57, 58, 59 не используется); 9- параллельный рейтер; 10- перпендикулярный рейтер; 11 - панели с набором радиокомпонентов (резистор  $R = 1$  ом расположен на правой панели); 12 - генератор ГСФ-1 (рис. 9); 13 - осциллограф С1-131/1 (рис. 10).

4. Датчик электромагнитной индукции  $D_1$ . Датчик представляет собой катушку, закреплённую на вертикальной оси таким образом, что ось катушки может поворачиваться в горизонтальной плоскости на угол  $\pm 90^\circ$ . Угол поворота фиксируется по лимбу (рис. 8). Датчик укреплен на горизонтальной штанге, длина которой может регулироваться, и фиксируется стопорным винтом на подставке. Подставка устанавливается на один из рейтеров, параллельный (вдоль оси соленоидов или кольцевого контура) или перпендикулярный (при измерении индукции прямолинейного тока). Оба рейтера имеют шкалу, по которой фиксируется положение датчика относительно токовой системы. Параметры катушки датчика  $D_1$  длина  $l = 10$  мм, число витков  $N_1 = 250$ , диаметр обмотки  $d_1 = 18$  мм.

5. Точный резистор  $R = 1,0$  Ом с отклонением по номиналу  $\pm 1\%$ , смонтированный на отдельной панельке с клеммами. Два коаксиальных кабеля с разветвлёнными концами, соединительные провода с простыми и комбинированными штекерами. Комбинированный штекер (штекер с гнездом) используется в точках, где на схеме имеются узлы. (Узел - точка, в которой сходятся три или более проводников)

6. Генератор сигналов функциональный ГСФ-1, рис. 9. Осциллограф двухканальный С1-131/1, рис. 10.

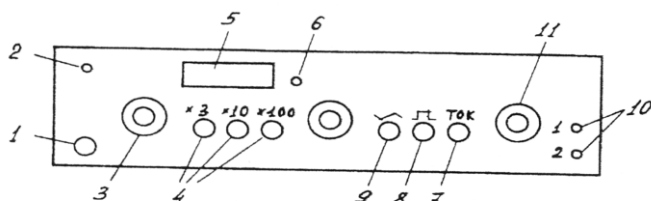


Рис.9. Генератор ГСФ-1. 1 - включение прибора, 2 - индикатор включения, 3 - плавная установка частоты. 4 - кнопки трёх, десяти и стократного увеличения частоты; 5 - световое табло индикации установленного значения частоты (с учётом выбранной кратности), 6 - сброс показаний табло, 7 - установка режима работы генератора как источника переменного тока синусоидальной формы, 8 - установка выходного напряжения (тока) прямоугольной формы, 9 - установка выходного напряжения (тока) пилообразной формы, 10 - клеммы (гнезда) выходного напряжения, 11 - плавная регулировка напряжения (тока) на выходе.

Элементы и приборы комплекса ЛКЭ-1, перечисленные в пп. 4-7, используются при выполнении всех трёх работ (57, 58, 59). После того, как собрана соответствующая конкретная

задаче схема (рис. 13, 15, 16), необходимо включить приборы (генератор и осциллограф).

### ВНИМАНИЕ!

Так как все измерения осуществляются с помощью генератора и осциллографа, то перед включением приборов

следует внимательно ознакомиться с назначением их органов управления (рис. 9, 10) и перевести их в исходное состояние, т.е. установить режим работы приборов, необходимый для проведения эксперимента. По ходу выполнения эксперимента режим работы приборов может корректироваться.

Задание режима работы генератора производится в следующем порядке. Плавные регулировки частоты и выходного напряжения повернуть в крайнее левое положение (против часовой стрелки). Кнопки с символами « $\times 100$ ») и «ток» должны быть в нажатом (утопленном) положении, остальные кнопки остаются в свободном (отжатом) состоянии.

В этом режиме генератор работает как источник стабильного по амплитуде (или по эффективному значению) тока поддерживая его неизменным при изменении частоты или сопротивления нагрузки. Напомним, что сопротивление контура переменному току прямо пропорционально частоте  $\omega$  переменного напряжения и индуктивности  $L$  контура и равно  $L\omega$ .

Аналогичным образом устанавливается режим работы осциллографа. Кнопки с символами « $Y_1$ », « $Y_2$ », « $\cong$ », « $\frac{\mu \cdot S}{mS}$ », « $\frac{EXT}{INT}$ » обязательно перевести в нажатое (утопленное) состояние, остальные кнопки перевести в отжатое (свободное) состояние. Установить диапазон измерений по обоим каналам  $mV$ , масштаб (цена деления по  $Y$ ) на обоих каналах  $100 mV / дел$  (см. рис. 11, а).

Установить длительность развертки по оси  $X$  (частота генератора развертки) равную  $2 mS / дел$  (рис. 11, б).

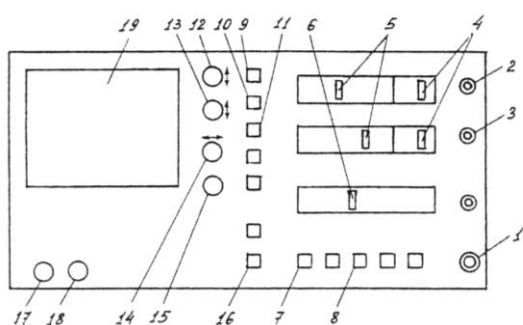


Рис. 10. Осциллограф С 1-131/1. 1 - включение прибора (индикатор в кнопке), 2 - вход первого канала ( $Y_1$ ), 3 - вход второго канала ( $Y_2$ ), 4 - установка диапазона измеряемых напряжений (В, мВ) по  $Y_1$  и  $Y_2$ , соответственно, 5 - установка чувствительности по  $Y_1$  и  $Y_2$ , соответственно (см. рис. 11), 6 - установка длительности развертки по  $X$ , 7 - установка диапазона развертки по  $X$  в мкс или мс ( $mS / \mu S$ ), 8 - синхронизация (запуск развертки по  $X$ ) внешняя или внутренняя ( $EXT / INT$ ), 9 - инверсия (смена полярности) напряжения на первом канале, 10, 11 - включение яркости первого ( $Y_1$ ) и второго ( $Y_2$ ) луча, соответственно, 12, 13 - смещение первого ( $Y_1$ ) и второго ( $Y_2$ ) луча по вертикали, соответственно, 14 - смещение развертки обоих каналов (картинки) по горизонтали, 15 - регулировка уровня синхронизации (по  $Y_1$  или  $Y_2$ ), 16 - включение режима  $XU$  (развертка по  $X$  осуществляется напряжением первого канала), 17 - фокусировка лучей, 18 - регулировка яркости лучей, 19 - экран. Назначение остальных органов управления, не используемых в работе, не указывается.

Подсоединить приборы к источнику питания, т.е. вставить вилку кабеля питания в розетку с напряжением  $220 В$ . После этого можно включить приборы и дать им прогреться в течение  $2-3 мин$ . После появления на экране осциллографа лучей, регулировкой вертикального смещения лучей установить луч первого канала ( $Y_1$ ) на два деления выше центральной линии, второго канала ( $Y_2$ ) - на два деления ниже (рис. 12, а). В случае необходимости скорректировать яркость и фокусировку лучей соответствующими регулировками.

Плавной регулировкой частоты генератора установить частоту, равную  $100 Гц$ . При этом необязательно добиваться установки значения частоты точно  $100 Гц$ , вполне достаточно, если значение частоты на табло будет лежать в пределах  $90-110 Гц$ . Однако при проведении измерений обязательно регистрировать и заносить в таблицу те значения частоты, которые отображаются на табло.

Измерения могут проводиться и на более высоких частотах. Для этого необходимо нажать кнопки генератора с символами « $x10$ » и « $x100$ », и плавной регулировкой частоты установить значение

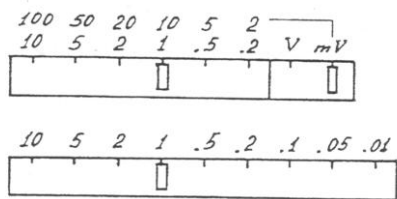


Рис. 11

а) Переключение диапазонов

$V$ ,  $mV$  (справа) и

чувствительности (цены деления

шкалы экрана) по  $Y_1(Y_2)$  (слева);

б) установка времени развёртки в мс, мкс задаётся кнопкой 7 рис. 10.

частоты от  $100$  до  $1000$  Гц. При этом необходимо соответственно уменьшить длительность развертки по  $X$ . Плавной регулировкой выходного напряжения генератора устанавливается такое напряжение на выходе (ток в цепи нагрузки), при котором удвоенное значение амплитуды напряжения на первом канале не превышает 3-4 делений. Это соответствует примерно одному делению на лимбе плавной регулировки выходного напряжения генератора.

Все измерения напряжений в настоящей работе осуществляются с помощью осциллографа следующим образом. Определяется расстояние по оси  $Y$  между минимальным и максимальным значениями напряжений  $\Delta U$  в делениях шкалы экрана осциллографа. Чтобы получить истинное

значение измеряемого напряжения в вольтах (милливольтах), надо измеренное значение  $\Delta U$  в делениях шкалы умножить на цену деления (чувствительность), установленную на данном канале. Для повышения достоверности результатов измерений можно использовать методику, суть которой поясняет рис. 12,

Используя регулировку вертикального смещения луча, устанавливают два соседних минимума (или два соседних максимума) на ближайшую горизонтальную линию. Регулировкой горизонтального смещения лучей (вправо-влево) совмещают максимум между соседними минимумами (минимум между соседними максимумами) с центральной вертикальной линией экрана. Этот прием существенно упрощает считывание показаний. Более того, таким образом можно переместить участок кривой, на котором производятся измерения, в центр экрана, что позволит перейти на более высокую чувствительность (уменьшить цену деления шкалы). Однако при таком увеличении участка кривой  $\Delta U$  не должно превышать 6-7 делений. При проведении измерений следует обратить внимание

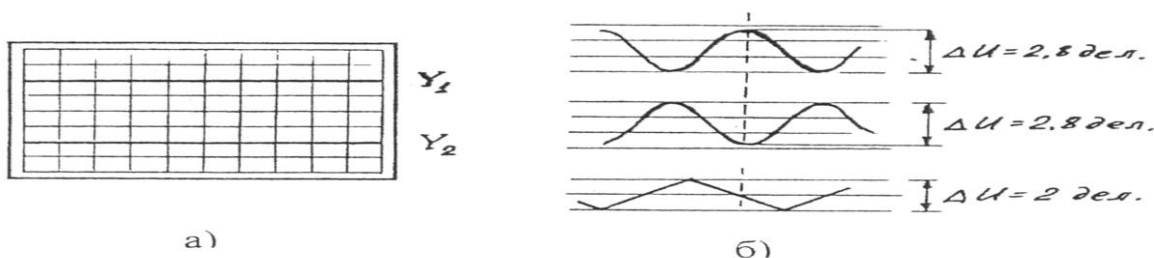


Рис. 12. а) Расположение лучей на экране осциллографа перед началом измерений; б) пример измерения напряжения.

на два обстоятельства. Во-первых, измеренное таким образом значение  $\Delta U$  равно удвоенному амплитудному значению переменного напряжения. Во-вторых, шкала экрана осциллографа позволяет измерять напряжение с точностью до 0,1 деления

(половина наименьшего деления шкалы), т.е. погрешность таких измерений довольно велика (~3-5 %).

## Задача № 57

### МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ТОКА

#### Упражнение 1

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ТОКА

Установить датчик ЭМИ  $D_1$  на рейтер, перпендикулярный прямоугольному контуру  $L_n$  на стенке ЛКЭ-1, рис. 13, а.

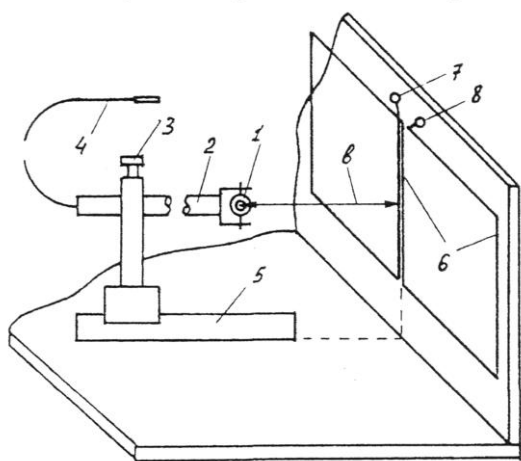


Рис. 13. а) Измерение магнитной индукции прямолинейного тока: расположение прямоугольного контура  $L_n$ , и датчика ЭМИ  $D_1$

Развернуть плоскость катушки датчика  $D_1$  вдоль рейтера ( $90^\circ$  на лимбе). Освободить стопорный винт (3) горизонтальной штанги с датчиком и осторожно перемещая подставку по рейтеру, продвинуть датчик  $D_1$  вплотную к центральному проводнику контура  $L_n$ . Отрегулировать длину горизонтальной штанги так, чтобы риска на подставке датчика показывала целочисленное значение (в см) по шкале рейтера и зафиксировать горизонтальную штангу стопорным винтом (3). Отодвинуть подставку с датчиком на 1 см от проводника. При этом центр катушки датчика (с учётом

её диаметра  $d$  - 2 см) окажется на расстоянии 2 см от центрального проводника прямоугольного контура  $L_n$ . Это будет начальным значением параметра  $b = 2$  см ( $b$  - расстояние точки, в которой измеряется магнитная индукция от проводника с током).

Собрать схему, как показано на рис. 13, б. В узлах схемы использовать провода с комбинированными штекерами (с гнездами). Напряжение с резистора  $R$  посредством коаксиального кабеля (белого) подать на разъём входа первого канала осциллографа  $Y_1$ . Кабель с датчика ЭМИ  $D_1$  (синий) подключить на разъём входа второго канала  $Y_2$ . Включить генератор и осциллограф и дать им прогреться 2-3 минуты. Задать частоту генератора (см. п. 8), близкую к одному из значений  $n \cdot 100$  гц ( $n = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$ ), соответственно скорректировав длительность развертки по  $x$ . Плавной регулировкой выходного напряжения генератора установить на

первом канале осциллографа величину  $\Delta U_1$ , равную 3-4 делениям шкалы экрана. Записать значения:

$$\Delta U_1 = n \text{ дел} \cdot 100 \text{ мВ} = \dots \text{ мВ}; \nu = \dots \text{ Гц}.$$

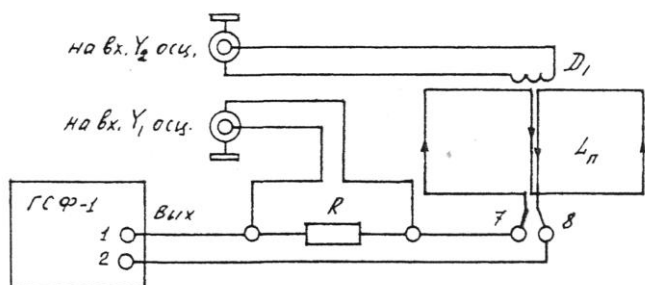


Рис. 13. б) Измерение магнитной индукции прямолинейного тока: схема включения. 1 - датчик ЭМИ  $D_1$ ; 2 - горизонтальная штанга; 3 - стопорный винт; 4 - коаксиальный кабель датчика  $D_1$ ; 5 - перпендикулярный рейтер; 6 - прямоугольный контур  $L_n$ ; 7, 8 - клеммы подключения контура  $L_n$ .

Измерить на втором канале ЭДС индукции  $\Delta U_2$ , используя методику, описанную п. 8 (рис. 12,б) и занести результат в табл. 1. При последующих измерениях изменять параметр  $b$  с шагом 2 см, занося измеренное значение  $\Delta U_2$  в таблицу.

По мере увеличения параметра  $b$  величина ЭДС индукции уменьшается, при этом возможно потребуется переход на более высокую чувствительность по второму каналу (50,20,10,...мВ).

Амплитудные значения тока в контуре  $I_m$  и ЭДС индукции  $\varepsilon_m$  равны  $I_m = \frac{\Delta U}{2R}$  и  $\varepsilon_m = \frac{\Delta U_2}{2}$ , соответственно.

Экспериментальное значение магнитной индукции прямолинейного тока  $B_{\text{экс}}$  вычисляется по формуле (25) (см. п. 7). Параметры датчика ЭМИ диаметр  $d_1 = 18 \text{ мм}$ , число витков  $N_1 = 250$ . Результаты расчётов  $B_{\text{экс}}$  представить в гауссах и занести в таблицу 1.

Таблица 1.

$N$	$b$ , см	$\Delta U_2$ , дел	Масштаб, мВ/дел	$\varepsilon_m = \frac{\Delta U_2}{2}$ , мВ	$B_{\text{экс}}$ , Гс	$B_{\text{теор}}$ , Гс
1	2	$n_1$	100			
2	4	$n_2$	...			
3	6	$n_3$	...			
...	...	...				
10	20	$n_{10}$				

## Упражнение 2

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ СИСТЕМЫ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТОКОВ

Так как контур  $L_n$ , используемый для моделирования прямолинейных токов, имеет конечные размеры ( $2L = 60 \text{ см}$ ,  $2l = 25 \text{ см}$ ), сопоставимые с параметром  $b$  где  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  и  $\vec{B}_3$  - магнитные индукции, создаваемые в точке  $P$  вертикальными при его больших значениях (рис. 14,а), то для расчёта теоретического значения магнитной индукции в точке  $P$  следует использовать формулу (8) (см.п.3). Кроме того, как видно из рис. 14 б, магнитная индукция в точке  $P$  является векторной суммой трёх векторов  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  и  $\vec{B}_3$  и равна

$$\vec{B}_{\text{теор}} = \vec{B}_1 - 2\vec{B}_2 \sin \alpha \quad (26)$$

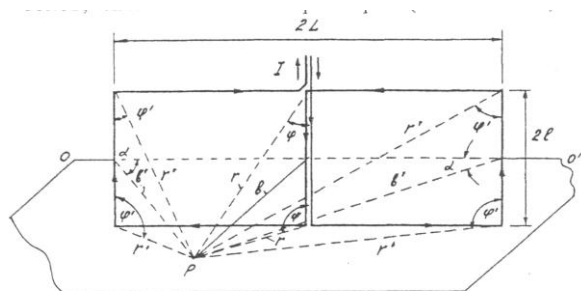


Рис. 14. а) Расчёт магнитной индукции прямоугольного контура  $L$  в точке  $P$ : объёмная проекция.

проводниками с токами  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  соответственно. Вклад в индукцию от горизонтальных участков контура в точке  $P$  взаимно компенсируется вследствие их симметричного расположения относительно точки  $P$ .

Амплитудное значение тока в контуре

$$L_n \text{ равно } I_m = \frac{\Delta U}{2R}, \text{ а число витков в}$$

контуре  $N = 100$ . Из этого следует, что

Таблица 2.

$b$ , см	$b'$	$r$ , см	$r'$ , см	$\cos \varphi = \frac{l}{r}$	$\cos \varphi' = \frac{l}{r'}$	$\sin \alpha = \frac{b}{b'}$	$B_1$ , Гс	$B_2 = B_3$ , Гс
2	30,06	12,66	32,56	0,99	0,38	0,07		
4	30,27	13,12	32,75	0,95	0,38	0,13		
6	30,59	13,87	33,75	0,90	0,38	0,20		
8	31,05	14,84	33,47	0,84	0,37	0,26		
10	31,62	16,00	34,00	0,78	0,37	0,32		
12	32,31	17,33	34,64	0,72	0,36	0,37		
14	33,11	18,77	35,39	0,67	0,35	0,42		
16	34,00	20,30	36,22	0,62	0,35	0,47		
18	34,99	21,92	37,15	0,57	0,34	0,51		
20	36,06	23,58	38,16	0,53	0,33	0,56		

$I_1 = 100I_m$ , а  $I_2 = I_3 = 50I_m$ . Для расчёта значений индукции  $B_1$  и  $|B_2| = |B_3|$



использовать формулу (8), рис. 14,б и данные табл. 2, в которой приведены параметры  $b$ ,  $b'$ ,  $r'\cos\varphi$ ,  $\cos\varphi'$ ,  $\sin\alpha$ . Полученные значения  $B_1$  и  $B_2$  (в гауссах) занести в табл. 2.

Используя значения  $B_1$  и  $B_2$ , вычислить по формуле (26) значение  $B_{теор}$  и результаты занести в табл. 1. На одном графике построить зависимость  $B_{эксн}(b)$  и  $B_{теор}(b)$ .

Для параметра  $b=2\text{см}$  рассчитать значение коэффициентов

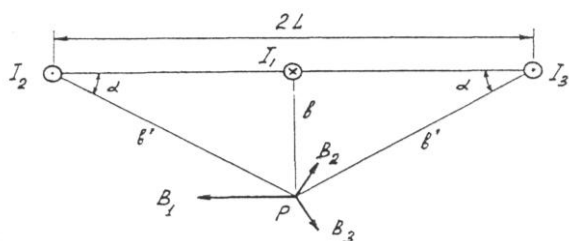


Рис. 14. б) Расчёт магнитной индукции прямоугольного контура  $L_n$  в точке  $P$ : сечение контура горизонтальной плоскостью  $O-O'$ .

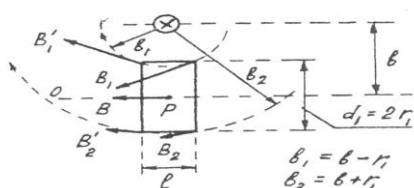
$$K_{эксн} = \frac{B_{эксн}}{I_m} = \dots \frac{\Gamma c}{a}; \quad K_{теор} = \frac{B_{теор}}{I_m} = \dots \frac{\Gamma c}{a}.$$

$$r = \sqrt{b^2 + l^2} \quad \text{и} \quad r' = \sqrt{(b')^2 + l^2}.$$

## АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО И ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ТОКА

Используя формулу (21) и рис. 14в, объяснить, почему экспериментальное

значение магнитной индукции прямолинейного тока  $B_{эксн}$  меньше значений  $B_{теор}$ . Почему



различие между  $B_{эксн}$  и  $B_{теор}$

уменьшается с увеличением параметра  $b$ .

Рис. 14. в) Расчёт магнитной индукции прямоугольного контура  $L_n$  в точке  $P$ : датчик ЭМИ в неоднородном магнитном поле.  $d$  - диаметр и  $l$  - длина катушки датчика.  $B, B_1, B_1', B_2, B_2'$  - величина и ориентация магнитной индукции в различных точках объёма, занимаемого катушкой датчика.

## Контрольные вопросы

1. Закон Био-Саввара и магнитная индукция прямолинейного тока.
2. Закон Био-Саввара и магнитная индукция кругового тока.
3. Циркуляция вектора магнитной индукции и магнитное поле соленоида.
4. Нарисовать силовые линии магнитной индукции двух:
  - а) параллельных токов (токи в одном направлении);
  - б) антипараллельных токов (токи в противоположных направлениях).
5. Два длинных прямолинейных проводника с током  $I$  соединены под прямым углом элементом окружности радиуса  $R$  из проводника. Чему равна магнитная индукция в центре закругления.
6. Квадратный контур из проводника с током  $I$  создаёт в центре магнитную индукцию  $B_1$ . Сторона квадрата равна  $l$ . Как изменится магнитная индукция в центре контура, если его превратить в окружность без изменения длины?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. М.: Наука, 1970, гл. VI.  
Магнитное поле в вакууме. §§ 38-42.
2. Белов Д.В. Электромагнетизм и волновая оптика. М.: Изд-во МГУ, 1994.  
Гл. III. § 7.