

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова

Физический факультет
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка
по общему физическому практикуму

Лаб. работа № 100

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ

Описание составили
доцент Белов Д.В. и доцент Пустовалов Г.Е.

Москва - 2012

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

ПОНЯТИЕ О ДИФРАКЦИИ (теоретическое введение)

Дифракцией света называют отклонения от закона прямолинейного распространения света, проявляющиеся при наличии на пути световой волны препятствий. При дифракции в области, где по законам геометрической оптики должна быть тень, а также вне области тени вблизи её границ, как правило, наблюдается закономерное чередование светлых и тёмных пятен (рис. 1). Распределение интенсивности света, возникающее вследствие дифракции, называется дифракционной картиной.

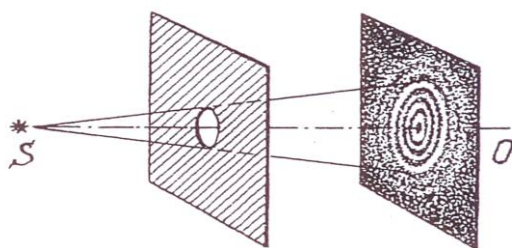


Рис. 1

Дифракция возникает в любом случае, если на пути волны имеются препятствия. Однако обнаруживается она легко лишь в тех случаях, когда размеры препятствий сравнимы с величиной длины волны. Для световых волн оптического диапазона (длина волны $\lambda \sim 0,5 \text{ мкм}$) размеры препятствий в подавляющем большинстве случаев во много раз

превышают длину волны. Углы, на которые отклоняются световые лучи, проходящие вблизи препятствий такого размера, оказываются весьма малыми. Чтобы получить дифракционную картину достаточно больших размеров, экран для её наблюдения приходится ставить на значительном удалении от препятствия. В этом случае дифракционная картина при пользовании точечным источником света имеет малую интенсивность. Интенсивность можно увеличить путём увеличения размеров источника. Однако свет, идущий от каждой точки источника, образует свою дифракционную картину. Наложение этих не совпадающих между собой картин приводит к тому, что чёткой дифракционной картины наблюдать не удаётся. Она практически полностью скрадывается наличием полутеней. Поэтому, если для каких-либо целей, научных или практических, требуется наблюдение чёткой дифракционной картины, то приходится соблюдать целый ряд часто противоречащих условий (соотношение между размерами препятствия и длины волны света, удаление источника света от препятствия и препятствия от места наблюдения дифракционной картины, размеры источника и степень его монохроматичности).

Геометрическая оптика не накладывает никаких ограничений на величину и качество изображений, получаемых при помощи таких приборов как микроскоп, телескоп, фотоаппарат. Если устранить недостатки оптических систем, связанные с немонахроматичностью света и неточностью изображений, даваемых сферическими преломляющими

поверхностями при широких пучках, то становится заметной дифракция света на диафрагмах приборов. Проявляется дифракция в том, что каждая точка предмета изображается оптической системой в виде пятнышка, окружённого тёмными и светлыми кольцами. Детали изображения, размеры которых меньше диаметров пятнышек, различить не удаётся. Поэтому дальнейшее увеличение изображения бесполезно. Ограничения, накладываемые дифракцией на увеличение оптических приборов и на качество изображений, даваемых ими, принципиально неустранимы. Однако влияние дифракции может быть уменьшено увеличением диаметров объективов либо использованием света с возможно меньшей длиной волны.

Наличие в дифракционной картине максимумов и минимумов интенсивности показывает, что при дифракции имеет место интерференция. Поэтому перед тем, как обратиться непосредственно к объяснению дифракции, коротко остановимся на интерференции света.

ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

Интерференцией света называется такое наложение световых волн, при котором в некоторой области пространства наблюдается закономерное чередование максимумов и минимумов интенсивности света. Для световых волн интерференция возникает лишь в том случае, если складываемые волны испускаются так называемыми *когерентными* (т.е. согласованными) источниками. В противном случае происходит простое сложение интенсивностей пучков света без образования максимумов и минимумов.

Когерентными являются источники, испускающие монохроматические волны с одинаковой частотой. Колебания в таких источниках происходят по гармоническому закону, причём разность фаз колебаний должна оставаться постоянной, по крайней мере, в течение времени, необходимого для наблюдения интерференции. Вследствие поперечности электромагнитных световых волн имеется ещё добавочное условие когерентности: векторы напряжённости электрического поля складываемых волн не должны быть взаимно перпендикулярны. Волны (световые пучки), испускаемые когерентными источниками, также называются когерентными.

Если источники света когерентны, то величина интенсивности в той или иной точке пространства определяется лишь взаимным расположением этой точки и источников. Например, пусть имеются два когерентных источника, колебания которых происходят в одной фазе. В некоторой точке пространства волны, приходящие от этих источников, создают гармонические колебания. Результат сложения гармонических

колебаний с одинаковой частотой, как известно, определяется разностью фаз складываемых колебаний. В частности, если время распределения света до данной точки от одного из источников отличается от времени его распространения от другого источника на целое число периодов колебаний, то складываемые колебания имеют одинаковую фазу. В этом случае амплитуда результирующего колебания равна сумме амплитуд складываемых колебаний и, следовательно, больше амплитуды каждого из них. Так как за время, равное периоду колебаний, световое возмущение проходит расстояние, равное длине волны λ , то разность расстояний d_2 и d_1 от источников до рассматриваемой точки (так называемая разность хода волн) равна целому числу длин волн ¹. Таким образом, в данном случае

$$d_2 - d_1 = m\lambda, \quad (1)$$

где m - целое число (см. рис. 2, на котором S_1 и S_2 - когерентные источники света, B - точка, где происходит сложение колебаний).

Если разность хода волн от источников до некоторой другой точки составляет нечётное число полуволен (полуцелое число длин волн), т.е.

$$d_2 - d_1 = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

то времена распространения светового возмущения от источников до этой

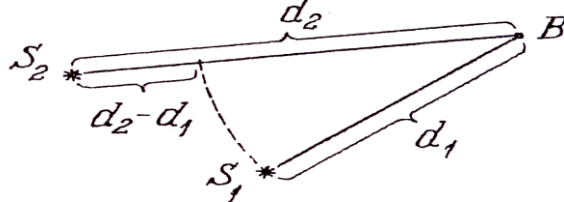


Рис. 2

точки отличаются на нечётное число половин периодов и, следовательно, колебания, приносимые в эту точку волнами, имеют противоположные фазы. При сложении таких колебаний получается колебание с амплитудой равной разности их амплитуд.

Интенсивность, наблюдаемая в данной точке, пропорциональна среднему значению квадрата амплитуды колебаний за время, необходимое для регистрации картины. Стало быть, условие (1), соответствующее наибольшему значению амплитуды результирующих колебаний, определяет положение точек, в которых *интенсивность максимальна*. Условие же (2), соответствующее наименьшему значению амплитуды результирующих колебаний, определяет положение точек, в которых *интенсивность минимальна*. В точках, для которых условия (1) и (2) не выполняются, значения интенсивности оказывается промежуточными. В целом распределение интенсивности в пространстве представляет собой

¹ Здесь предполагается, что распространение света происходит в однородной среде и что длина волны λ соответствует длине волны света также в этой среде. Если свет проходит через области, в которых среда обладает разными оптическими свойствами, то время прохождения светового возмущения через каждую область нужно учитывать отдельно. На практике это сводится к подсчёту так называемой оптической длины пути.

интерференционную картину в виде закономерно чередующихся светлых и тёмных пятен.

Суть дела не меняется, если имеется не два, а большее число когерентных источников. При заданных частоте и начальных фазах колебаний источников интерференционная картина по-прежнему будет определяться расположением источников, хотя, конечно, условия максимумов и минимумов будут иметь более сложный вид.

Наблюдение интерференции в оптике связано с получением когерентных пучков света. Возбуждённые атомы, входящие в состав источников света, испускают световые волны в виде так называемых *цугов* – отрезков электромагнитных волн, близких к монохроматическим. Обычно цуг испускается в течение времени порядка $10^{-8}c$. Энергию, необходимую для возбуждения, атомы чаще всего получают за счёт хаотического теплового движения. Поэтому и спускание цугов (за исключением случаев, когда источником служит оптический квантовый генератор – лазер) происходит *несогласованно*, беспорядочно во времени. Колебания, вызываемые многочисленными цугами в какой-либо точке пространства, за время наблюдения успевают сменить фазу огромное число раз, т.е. условия когерентности не выполняются. В результате интерференцию при помощи независимых источников света получить не удаётся.

Для получения интерференции используется следующий приём. Свет, идущий от одного источника, делится на несколько пучков. Затем эти пучки направляются в одну область пространства при помощи каких-либо оптических устройств (зеркал, линз, призм и т.д.). Части одного и того же цуга приходят в некоторую точку пространства в составе разных пучков, пройдя разные пути. Разность фаз колебаний, вызываемых этими частями цуга, определяется разностью их хода от источника до рассматриваемой точки. Если размеры источника достаточно малы (источник точечный), то разность хода частей цуга оказывается одной и той же независимо от того, какой из атомов источника испустил цуг, и в какой момент времени произошло испускание. Поэтому и результат сложения колебаний, вызванных частями цуга, для всех цугов с одной и той же длиной волны оказывается одинаковым. Если, например, при сложении колебаний, вызванных частями одного цуга в данной точке, получилась максимальная амплитуда, то части и всех других цугов в этой точке дадут при сложении максимальную амплитуду. В другой точке части всех цугов при сложении могут дать минимальные амплитуды. В результате в одной точке получится максимум интенсивности, в другой – минимум, т.е. в пространстве образуется интерференционная картина. Таким образом, световые волны, приходящие в некоторую область пространства разными путями от одного и того же источника, могут интерферировать между собой, т.е. являются когерентными.

ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА – ФРЕНЕЛЯ

Основные особенности дифракции волн вообще и световых волн в частности можно объяснить при помощи так называемого *принципа Гюйгенса-Френеля*. Более строгое объяснение дифракции электромагнитных волн (в том числе световых) даёт теория электромагнетизма Максвелла. Однако ввиду её сложности мы здесь на ней останавливаться не будем.

Напомним, что согласно известному *принципу Гюйгенса*, каждую точку пространства, до которой дошло возмущение, распространяющееся в виде волны, можно принять за источник сферических волн. Принцип Гюйгенса позволяет проследить за распространением фронта волны – поверхности, до точек которой возмущение, распространяющееся от

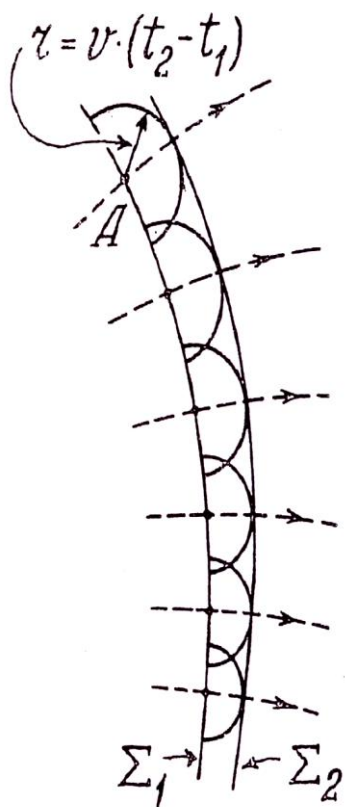


Рис. 3

данного источника, доходит одновременно. Для этого на пути распространения волны берут некоторую, вообще говоря, произвольную воображаемую поверхность Σ_1 (рис. 3). Пусть от источника до некоторой точки A , лежащей на этой поверхности, возмущение доходит за время t_1 . Если в данной области пространства возмущение распространяется со скоростью v , то к моменту времени t_2 (время отсчитывается с момента испускания возмущения первичным источником) возмущение, распространяющееся от точки A , принятой за вторичный источник, достигнет поверхности сферы радиуса $r = v(t_2 - t_1)$. Обычно изображают только часть этой сферы – полусферу в направлении распространения волны. Такие полусферы строят для большого числа вторичных источников, взятых на поверхности Σ_1 . Радиусы этих полусфер могут быть различными, так как времена t_1 для разных точек поверхности Σ_1 могут отличаться друг от друга и скорость v распространения возмущения в разных областях пространства может быть неодинаковой. Поверхность Σ_2 , касающаяся всех таких полусфер (огibaющая поверхность), представляет собой положение фронта волны в момент времени t_2 . Проводя такое построение для ряда моментов t_2 , можно получить последовательные фронты волны по мере распространения возмущения. Построение заметно облегчается, если в качестве вспомогательной поверхности Σ_1 взять фронт

волны в какой-либо момент времени. Тогда t_1 будет одинаково для всех вторичных источников, а величина $\Delta t = t_2 - t_1$ будет соответствовать промежутку времени, в течение которого фронт волны перемещается от поверхности Σ_1 до поверхности Σ_2 . Линии, перпендикулярные фронту волны, в геометрической оптике соответствуют лучам. Вдоль них в изотропной среде происходит распространение энергии, которую несёт с собой световая волна.

Из принципа Гюйгенса следует, что при наличии на пути волны каких-либо препятствий могут возникать отклонения от законов геометрической оптики, т.е. может наблюдаться дифракция. Например, пусть на пути световой волны, испускаемой точечным источником S , имеется непрозрачный экран с малым отверстием (рис.4). Согласно законам геометрической оптики, свет, прошедший через отверстие, должен распространяться узким пучком, показанным на рис. 4 штриховыми линиями. В то же время при достаточно малой величине отверстия участок фронта волны, лежащий в самом отверстии, можно, согласно принципу Гюйгенса, принять за точечный источник, от которого распространяется сферическая волна, заходящая и в область геометрической тени.

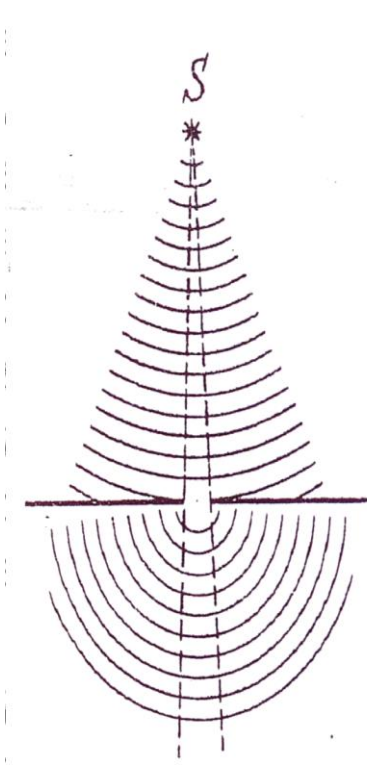


Рис. 4

Для объяснения распределения интенсивности в дифракционной картине Френель дополнил принцип Гюйгенса следующими предположениями:

- 1) монохроматический свет представляет собой распространение в пространстве гармонических колебаний;
- 2) распределение интенсивности в дифракционной картине можно представить как результат интерференции волн, испускаемых вторичными источниками.

Рассмотрим теперь принцип Гюйгенса-Френеля более подробно.

Прежде всего, мы в дальнейшем будем считать, что каким-либо способом, например, при помощи светофильтра, обеспечена монохроматичность света, который используется для получения дифракционной картины. Примем в качестве характеристики возмущения, распространяющегося в виде световой электромагнитной волны, напряжённость электрического поля E . Пусть источник испускает электромагнитную волну, в которой колебания происходят по гармоническому закону с частотой ω . Если начальная фаза колебаний

источника принята за нуль, то в какой-либо точке пространства, где проходит волна, колебания напряжённости происходят по закону

$$E = E_0 \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \sin[\omega(t - t_{зан})], \quad (3)$$

Здесь $t_{зан}$ представляет собой время запаздывания, т.е. промежуток времени, в течение которого возмущение распространяется от источника до этой точки. Из формулы (3) видно, что в точках пространства, для которых $t_{зан}$ одно и то же, колебания происходят в одной фазе. Отсюда следует, что в случае монохроматической волны построение Гюйгенса определяет расположение *поверхностей равных фаз*, или иначе *волновых поверхностей*.

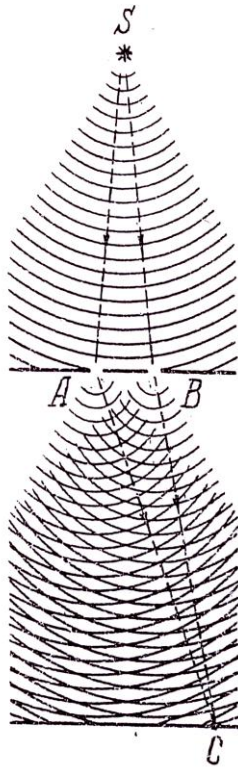


Рис. 5

То, что волны, испускаемые вторичными источниками, интерферируют, т.е. являются когерентными, можно уяснить, обратившись к интерференционной схеме Юнга, в которой для получения интерферирующих пучков света используется непрозрачный экран с двумя малыми отверстиями A и B (рис. 5). Участки волновой поверхности, расположенные в отверстиях, являются здесь вторичными источниками, испускающими сферические волны в пространство за экраном. Эти сферические волны включают в себя части одного и того же цуга электромагнитной волны, испущенной атомом источника, идущие к произвольной точке C разными путями SAC и SBC .

Согласно изложенным в предыдущем параграфе представлениям, наложение таких частей цуга и приводит к возникновению интерференционной картины.

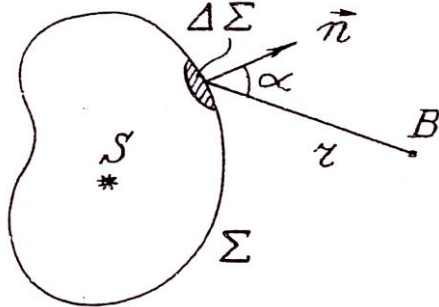


Рис. 6

Применение принципа Гюйгенса-Френеля осуществляется следующим образом. Пусть требуется найти интенсивность света, испускаемого источником света S , в некоторой точке B , которую в дальнейшем мы будем называть точкой наблюдения (рис. 6). Окружим источник произвольной вспомогательной поверхностью Σ и разобьём эту поверхность на малые участки $\Delta\Sigma$. На размеры участков накладываемся условие:

разница между расстояниями от двух любых точек участка до точки наблюдения должна быть значительно меньше длины световой волны.

Примем каждый такой участок за точечный вторичный источник. Волны, испускаемые вторичными источниками, создают в точке наблюдения гармонические колебания той же частоты, которую имеет световая волна, испускаемая источником S . Сложим колебания, приходящие от всех участков поверхности Σ с учётом их амплитуд и начальных фаз. Интенсивность света в точке B определится как величина, пропорциональная квадрату амплитуды суммарного колебания.

Рассмотрим условия, которые определяют амплитуды и начальную фазу колебаний, приходящих в точку наблюдения от какого-либо вторичного источника, расположенного на вспомогательной поверхности.

Амплитуда колебаний в точке наблюдения B : 1) пропорциональна площади участка $\Delta\Sigma$, 2) пропорциональна амплитуде колебаний, создаваемых источником S на участке $\Delta\Sigma$, 3) обратно пропорциональна расстоянию r от участка $\Delta\Sigma$ до точки B (что характерно для любой сферической волны) и 4) по предположению Френеля, убывает по мере увеличения угла α между нормалью \vec{n} к участку $\Delta\Sigma$ и направлением на точку B . В свою очередь, амплитуда колебаний, создаваемых источником S на участке $\Delta\Sigma$, зависит от расстояния между источником и участком. Наконец, в некоторых случаях приходится учитывать уменьшение амплитуды вследствие поглощения света средой.

Начальная фаза колебаний, приходящих в точку наблюдения B , определяется начальной фазой колебаний вторичного источника и временем распространения светового возмущения от вторичного источника до точки B . В свою очередь, начальная фаза колебаний вторичного источника зависит от времени распространения возмущения от источника S до данного участка $\Delta\Sigma$. В обоих случаях время распространения возмущения зависит от расстояний, проходимых возмущениями, и от свойств среды, и в конечном итоге определяется оптической длиной соответствующих путей.

Если на пути распространения света имеются препятствия в виде непрозрачных экранов, то в поверхность Σ включают поверхность этих экранов, полагая, что на участках, совпадающих с экранами, вторичные источники отсутствуют.

Ввиду большого числа величин, подлежащих учёту для установления распределения интенсивности в дифракционной картине, применение принципа Гюйгенса-Френеля приводит к весьма сложным математическим задачам. Однако в конкретных случаях возможны значительные упрощения. В дальнейшем мы будем считать, что свет распространяется в пустоте. В этом случае оптическая длина пути совпадает с геометрической, а поглощение света отсутствует. Если в качестве вспомогательной поверхности Σ взята волновая поверхность, то колебания всех вторичных источников происходит в одинаковой фазе, которую можно считать равной нулю. В результате начальная фаза колебаний, приходящих в точку наблюдения, определяется только расстоянием до неё от вторичного источника. Далее мы будем

рассматривать только такие случаи, когда во всех точках поверхности Σ колебания, приходящие от источника S , имеют одинаковую амплитуду и, стало быть, амплитуда колебаний, приходящих в точку наблюдения от данного участка $\Delta\Sigma$, определяется в основном площадью этого участка. Наконец, в тех случаях, когда нет необходимости в определении интенсивности в различных точках дифракционной картины, а требуется найти лишь положение максимумов и минимумов интенсивности, то в некоторых сравнительно простых случаях можно воспользоваться качественными методами – методом зон Френеля и методом векторных диаграмм.

ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ И КРУГЛОМ ЭКРАНЕ

Зоны Френеля. Для того, чтобы упростить процесс суммирования колебаний, Френель предложил в качестве вспомогательной поверхности Σ брать волновую поверхность и разбивать её на участки с таким расчётом, чтобы колебания, приходящие в точку наблюдения от двух соседних участков, гасили друг друга. Такие участки волновой поверхности называют *зонами Френеля*. Чтобы произошло гашение колебаний, расстояния от соседних зон до точки наблюдения должны отличаться друг от друга на половину длины волны – такая разность хода обеспечит противоположность фаз колебаний, приходящих в точку наблюдения от этих зон. Поскольку величина амплитуды суммарного колебания в точке наблюдения в основном определяется площадью участка вспомогательной поверхности, то полное гашение колебаний, приходящих в точку наблюдения от двух соседних зон, происходит, если

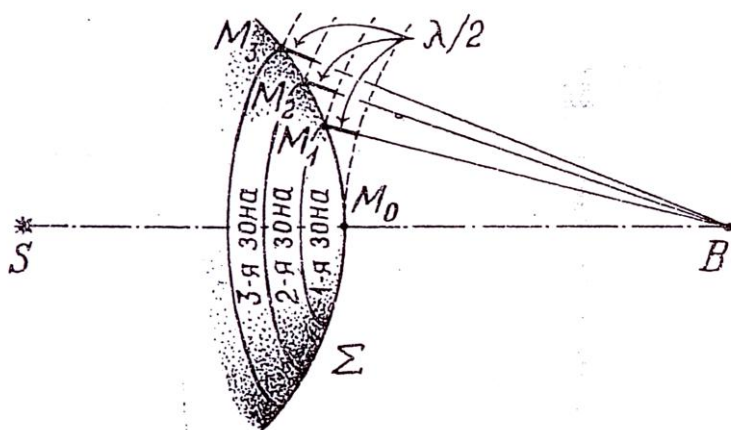


Рис. 7

зоны имеют одинаковую площадь. Следует, однако, иметь в виду, что из способа разделения волновой поверхности на зоны, равенства площадей зон не вытекает.

Построим зоны Френеля для случая, когда точечный источник S испускает свет с длиной волны λ . В этом случае, как известно, волновыми

поверхностями являются сферы, центры которых совпадают с источником. Выберем одну из таких сфер в качестве вспомогательной поверхности Σ (рис. 7). Пусть B - точка наблюдения. Проведём на поверхности Σ

окружности таким образом, чтобы каждая последующая отстояла от точки B на половину длины волны дальше, чем предыдущая. Это означает, что расстояния от точки B до этих окружностей связаны между собой следующими условиями:

$$M_1B = M_0B + \frac{\lambda}{2}; M_2B = M_1B + \frac{\lambda}{2} = M_0B + 2\frac{\lambda}{2}; M_3B = M_2B + \frac{\lambda}{2} = M_0B + 3\frac{\lambda}{2}; \dots M_nB = M_{n-1}B + \frac{\lambda}{2} = M_0B + n\frac{\lambda}{2}. \quad (4)$$

Кольцеобразные участки на сфере, заключённые между соседними окружностями, и представляют собой зоны Френеля для точки наблюдения B (первая зона имеет вид круга на сфере). Целое число n в формуле (4) показывает, сколько зон находится внутри окружности, до которой расстояние от точки наблюдения равно M_nB . Это число можно принять за номер зоны. Способ построения приводит к тому, что с увеличением номера зоны на единицу среднее расстояние от

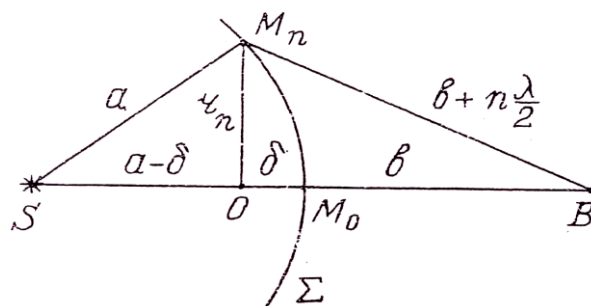


Рис. 8

точки наблюдения до зоны возрастает на $\frac{\lambda}{2}$. Найдём радиусы зон. Введём следующие обозначения (рис. 8): S - источник света, B - точка наблюдения, Σ - сферическая волновая поверхность, a - её радиус, $r_n = M_nO$ - внешний радиус зоны с номером n ($M_nO \perp SB$), $OM_0 = \delta$, $M_0B = b$. Из правила построения зон следует, что $M_nB = b + n\frac{\lambda}{2}$.

Выразим r_n^2 из прямоугольных треугольников SM_nO и M_nBO при помощи теоремы Пифагора:

$$r_n^2 = a^2 - (a - \delta)^2 = 2a\delta + \delta^2, \quad (5)$$

$$r_n^2 = (b + n\frac{\lambda}{2})^2 - (b + \delta)^2 = bn\lambda + (n\frac{\lambda}{2})^2 - 2b\delta + \delta^2. \quad (6)$$

В тех случаях, с которыми приходится иметь дело на практике, радиус зоны мал по сравнению с расстояниями a и b , а длина световой волны λ мала по сравнению с радиусом зоны. Поэтому $n\frac{\lambda}{2} \ll b$ и, как можно заключить из рис. 8, $\delta \ll a$. При этих условиях в формулах (5) и (6) можно пренебречь величинами δ^2 и $(n\frac{\lambda}{2})^2$ по сравнению с другими членами. В результате из (1.5) и (1.6) получается

$$r_n^2 = 2a\delta = bn\lambda - 2b\delta. \quad (7)$$

Отсюда следует

$$\delta = \frac{bn\lambda}{2(a+b)}, \quad (8)$$

$$r_n^2 = \frac{abn\lambda}{a+b}, \quad (9)$$

$$r_n = \sqrt{\frac{abn\lambda}{a+b}}, \quad (10)$$

$$\lambda = \frac{(a+b)r_n^2}{abn}. \quad (11)$$

Вычислим теперь площадь S_n зоны с номером n , считая, что при малых δ выпуклость поверхности Σ так мала, что зону можно считать плоским кольцом с наружным радиусом r_n и внутренним радиусом r_{n-1} . При помощи формулы (9) получим

$$S_n = \pi r_n^2 - \pi r_{n-1}^2 = \frac{abn\lambda}{a+b} - \frac{ab(n-1)\lambda}{a+b} = \frac{ab\lambda}{a+b}. \quad (12)$$

Так как выражение для S_n не зависит от номера зоны, то в данном случае площади всех зон равны между собой.

Метод векторных диаграмм. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты удобно делать при помощи векторных диаграмм. Напомним, что на векторной диаграмме колебание изображается вектором, модуль которого равен амплитуде колебания, а угол, который он составляет с некоторым фиксированным направлением (на чертеже – обычно горизонтальным), равен начальной фазе колебания.

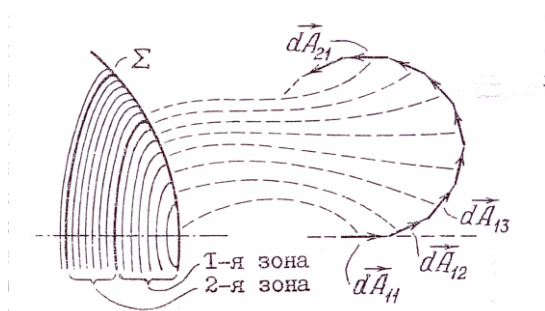


Рис. 9

При сложении нескольких векторов, изображающих колебания, получается вектор, модуль которого равен амплитуде суммарного колебания (фазой суммарного колебания мы здесь интересоваться не будем). При сложении большого числа векторов их располагают цепочкой, совмещая начало каждого следующего вектора с концом предыдущего, сохраняя при этом

направления векторов. Суммой векторов является замыкающий вектор, т.е. вектор, проведённый от начала первого вектора цепочки к концу последнего.

Воспользуемся этими правилами для сложения колебаний, приходящих в точку наблюдения B от вспомогательной поверхности Σ (см. рис. 7). Разобьём каждую зону Френеля на большое число колечек,

настолько узких, что расстояния от любых точек одного и того же колечка до точки B можно считать одинаковыми (рис. 9). Примем за нуль фазу колебания, приходящего в точку B от центрального кружка первой зоны. Тогда на векторной диаграмме это колебание можно изобразить в виде горизонтально направленного вектора $d\vec{A}_{11}$. Вследствие того, что колечко, прилегающее к центральному кружку, находится от точки B несколько дальше, чем центральный кружок, колебание от этого колечка приходит в точку B с некоторым запаздыванием по фазе по сравнению с колебанием, приходящим от центрального кружка. Поэтому на векторной диаграмме это колебание изображается вектором $d\vec{A}_{12}$, повернутым на небольшой угол по отношению к вектору $d\vec{A}_{11}$. От следующего колечка колебание в точку B приходит с ещё большим запаздыванием по фазе. Вектор $d\vec{A}_{13}$, изображающей это колебание, также должен быть повернут на некоторый угол по отношению к вектору $d\vec{A}_{12}$ и т.д. В результате векторы, изображающие колебания, приходящие в точку B от следующих друг за другом колечек, образуют ломаную линию.

Так как расстояние M_1B от границы между первой и второй зонами до точки B превышает расстояние M_0B от центра первой зоны до точки B на половину длины волны (см. рис. 7), то от первого колечка второй зоны колебание в точку B приходит с противоположной фазой по

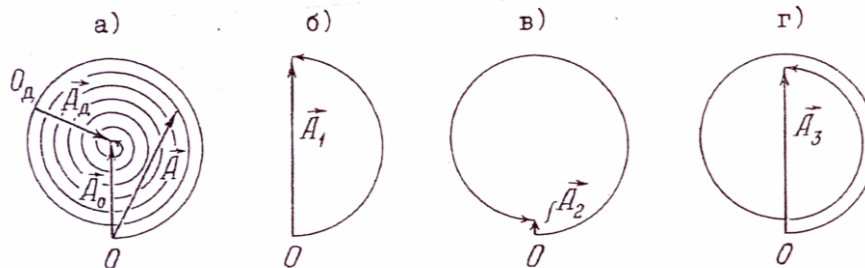


Рис. 10

сравнению с колебанием, приходящим от центрального кружка. Это означает, что вектор $d\vec{A}_{21}$, изображающий колебание, приходящее от первого колечка второй зоны, должен быть направлен противоположно вектору $d\vec{A}_{11}$.

Чем уже колечки, тем точнее получается результат. При неограниченном уменьшении ширины колечек и одновременном увеличении их числа ломаная линия превращается в плавную кривую. Хотя площади колечек и равны, но амплитуды колебаний, приходящих от них в точку B , постепенно уменьшаются по мере роста радиусов колечек. Это вызвано, во-первых, удалением колечек от точки B и, во-вторых, увеличением углов между направлениями лучей, идущих от колечек к точке B , и направлениями нормалей к поверхности колечек. В результате, линия, в которую переходит ломаная при неограниченном уменьшении

ширины колечек, представляет собой медленно закручивающуюся спираль (рис. 10,а).

Если учитываются колебания, приходящие в точку B только от первой зоны, то конец дуги спирали должен быть направлен противоположно её началу. Векторная диаграмма в этом случае представляет собой полвитка спирали (рис. 10,б). Суммарное колебание, приходящее от первой зоны, изображается вектором \vec{A}_1 .

Расстояние M_2B больше расстояния M_0B на длину волны (см. рис. 7). Поэтому колебание, приходящее в точку B от границы между второй и третьей зонами, происходит в одной фазе с колебанием, приходящим от центра первой зоны. Следовательно, конец и начало части спирали, изображающей на векторной диаграмме колебания, приходящие в точку B от первой и второй зон вместе, должны иметь одинаковые направления. Эта часть спирали представляет собой один её виток. Суммарное колебание изображается вектором \vec{A}_2 , идущим от начала витка к его концу и имеющим весьма малую величину по сравнению с вектором \vec{A}_1 (рис. 10, в).

Таким же способом можно прийти к выводу, что векторная диаграмма колебаний трёх первых зон представляет собой полтора витка спирали и что суммарному колебанию в этом случае соответствует вектор \vec{A}_3 , по величине мало уступающий вектору \vec{A}_1 (рис. 10, г).

Продолжая эти рассуждения, легко заключить, что если принимается во внимание нечётное число зон, то амплитуда суммарного колебания получается большой, при чётном же числе зон она оказывается маленькой. Однако по мере увеличения числа рассматриваемых зон эта разница постепенно сглаживается. В конце концов, если на пути света не имеется никаких препятствий, то суммарное колебание определяется вектором \vec{A}_0 , проведённом от начала спирали до её асимптотической точки (рис. 10, а). Обратим внимание на то, что при отсутствии препятствий на поверхности Σ помещаются сотни тысяч зон. Поэтому спираль содержит огромное число витков, расположенных гораздо теснее, чем это показано на рис. 10. Векторы, замыкающие полуцелое число витков спирали (\vec{A}_1, \vec{A}_3 и т.д.), даже если рассматривается первая сотня витков, практически равны между собой. Векторы же, замыкающие целое число витков (\vec{A}_2, \vec{A}_4 и т.п.), ничтожно малы. При этих условиях величина векторов \vec{A}_1, \vec{A}_3 и т.д. вдвое больше величины вектора \vec{A}_0 .

Дифракция на круглом отверстии. Пусть имеется непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r . Источник S , испускающий свет с длиной волны λ , и точка наблюдения B находятся на оси отверстия, т.е. на прямой, перпендикулярной плоскости экрана и проходящей через центр отверстия (рис. 11). Расстояния от источника до экрана и от экрана до точки B равны a и b соответственно.

Изложенная выше теория даёт возможность определить отношение интенсивности в точке B дифракционной картины, получающейся при прохождении светом отверстия, к интенсивности, которая создаётся в точке B этим же источником, если экран убрать.

Возьмём в качестве вспомогательной поверхности Σ поверхность экрана и волновую поверхность, представляющую собой часть сферы с центром в точке S , опирающуюся на края отверстия. Поверхность экрана вкладывается в дифракционную картину, разумеется, не вносит. Вся интенсивность в точке B определяется амплитудой суммарного колебания, создаваемого в этой точке вторичными источниками, расположенными на

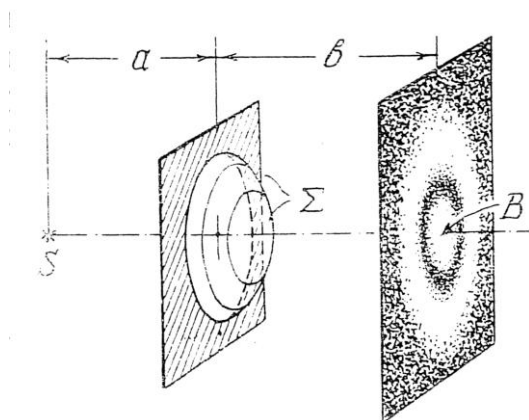


Рис. 11

сферической части поверхности Σ . Величину амплитуды суммарного колебания можно найти при помощи векторной диаграммы, представленной на рис. 10,а. Для этого следует из формулы (1.9) определить число n зон Френеля, укладываемых на сферической части поверхности Σ , ограниченной краями отверстия (число n может оказаться и нецелым). Далее нужно найти часть спирали, соответствующую этому числу зон и провести вектор \vec{A} от начала

спирали к концу этой части. Отношение $\left(\frac{A}{A_0}\right)^2$ даст искомое отношение

интенсивностей. Нас интересует это отношение в тех случаях, когда число зон, укладываемых в отверстии, невелико. В частности, если это число чётное, то в точке B интенсивность практически равна нулю – в центре дифракционной картины наблюдается тёмное пятно. При нечётном числе зон амплитуды суммарных колебаний имеют величину $A_1 \approx A_3 \approx A_5 \dots \approx A_0$ и, следовательно, интенсивность в точке B в четыре раза больше интенсивности в той же точке, если экран отсутствует. В этом случае в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно.

Нахождение интенсивности в точках дифракционной картины, лежащих в стороне от оси, весьма сложно. Здесь мы на этом останавливаться не будем.² Опыт показывает, что вокруг точки B наблюдаются чередующиеся светлые и тёмные кольца, причём общее число колец, включая и центральное пятно, равно числу зон, укладываемых в отверстии. Например, на рис. 11 изображён случай, когда в отверстии укладывается три зоны. Если в отверстии укладывается

² Качественное объяснение см., например, Д.В. Белов, Г.Е. Пустовалов Краткий курс физики, ч. IV. Оптика, § 14. Изд-во МГУ, 1982.

одна зона или только часть зоны, то дифракционная картина имеет вид одного светлого пятна.

Число зон, укладываемых в отверстие, а, следовательно, и интенсивность в центре дифракционной картины можно изменять,

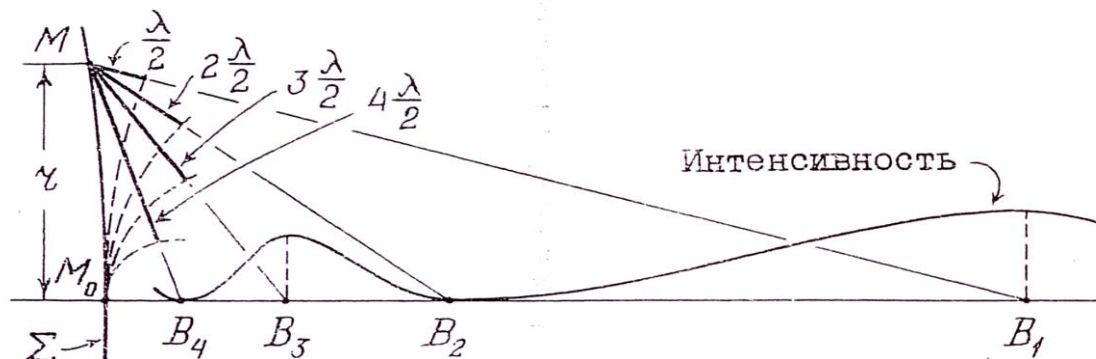


Рис. 12

увеличивая или уменьшая радиус отверстия. Однако этого можно добиться также, изменяя положение точки наблюдения на оси отверстия при неизменном его радиусе. Как видно из рис. 7, в отверстии укладывается столько зон, сколько раз половина длины волны содержится в разности расстояний от края отверстия до точки наблюдения и от центра первой зоны до этой точки. По мере приближения точки наблюдения к экрану с отверстием эта разность возрастает. На рис. 12 показаны точки B_1, B_2, B_3, B_4 , лежащие на оси отверстия, для которых открыты соответственно одна, две, три и четыре зоны Френеля. В точках, для которых открыто нечётное число зон (B_1, B_3) наблюдаются максимумы интенсивности, в точках же, для которых открыто чётное число зон (B_2, B_4) – минимумы. Между этими точками интенсивность вдоль оси отверстия изменяется плавно, что качественно показано на рис. 12.

Дифракция на круглом экране. Пусть круглый непрозрачный экран (диск) расположен так, что плоскость его перпендикулярна линии, проходящей через источник света S и точку наблюдения B , а центр находится на этой линии (рис. 13). На сферической волновой поверхности Σ диск закрывает центральную часть. Вторичные источники, расположенные на этой части поверхности, не вносят вклада в дифракционную картину. Поэтому на векторной диаграмме (рис. 10, в) должна отсутствовать некоторая начальная часть спирали, соответствующая закрытой части волновой поверхности. Замыкающий вектор \vec{A}_d следует проводить уже не из точки 0 , а из некоторой точки 0_d - нового начала спирали. Так как вся остальная часть волновой

поверхности участвует в создании колебаний в точке B , то заканчивается замыкающий вектор в асимптотической точке спирали. При изменении радиуса диска начало O_D вектора \vec{A}_D перемещается вдоль спирали, а конец остаётся на месте. Величина вектора \vec{A}_D меняется при этом постепенно, не проходя через максимумы и минимумы, несмотря на разное число зон Френеля, закрываемых диском. Если закрыто не очень большое число зон, то величина вектора \vec{A}_D практически равна величине вектора \vec{A}_0 . Таким образом, в любом случае в центре тени диска имеется светлое пятно такой интенсивности, которая имеет место в этой точке, когда диск отсутствует. Называется оно *пятном Пуассона*. По краям тени наблюдается некоторое число размытых тёмных колец.

Рассмотренные выше случаи дифракции имеют следующую существенную особенность. Разности хода, которыми обусловлено

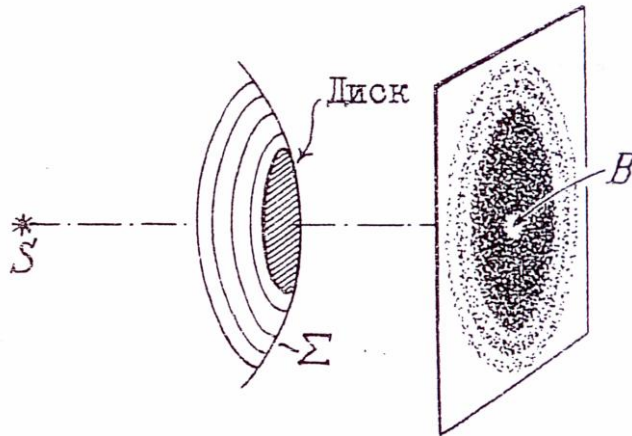


Рис. 13

распределение интенсивности в дифракционной картине, получаются из-за того, что сходящиеся к точке наблюдения от разных точек вспомогательной поверхности лучи имеют разную длину. Дифракция «в сходящихся лучах» называется *дифракцией Френеля*. Она наблюдается на сравнительно небольших расстояниях от препятствий.

Некоторые характерные черты рассмотренных выше дифракционных картин могут встретиться при дифракции Френеля и от препятствий другой формы. Например, при дифракции на узкой щели в непрозрачном экране дифракционная картина имеет вид светлых и тёмных полос, расположенных вдоль щели, причём в центре лежит в зависимости от ширины щели и расстояния до неё либо светлая, либо тёмная полоса. Если препятствие имеет вид узкой непрозрачной ленты, то в середине тени обнаруживается светлая полоса, аналог пятна Пуассона.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ

В работе при помощи дифракции Френеля на круглом отверстии определяется радиус отверстия и неизвестная длина волны света, а также проводится качественное изучение дифракции Френеля на различных объектах.

Описание установки

Схема установки изображена на рис.14. В качестве источника света используется ртутная лампа высокого давления СВДШ. Необходимый для схемы дифракции Френеля точечный источник света обеспечивается следующим образом. Выходящий из окошка в кожухе лампы световой поток конденсируется собирающей линзой на малое круглое отверстие S диаметром $0,05$ мм, находящееся на торце трубы. От отверстия внутрь трубы идет расходящийся пучок лучей. Это отверстие и представляет собой точечный источник света. Такой способ дает значительный выигрыш в интенсивности по сравнению со случаем, когда отверстие малого диаметра делается непосредственно в кожухе лампы. Препятствие, на котором происходит дифракция, располагается на другом конце трубы.

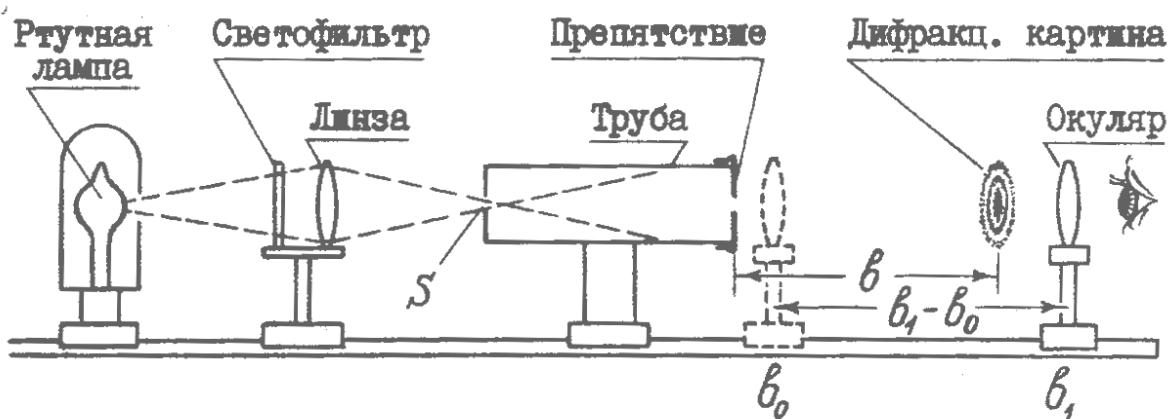


Рис. 14

Дифракционная картина наблюдается при помощи окуляра, дающего увеличение в $15-20$ раз. Окуляр можно перемещать вдоль оптической скамьи, на которой закреплены все детали установки. Для выделения из светового потока света с нужной длиной волны перед линзой можно помещать тот или иной светофильтр.

Упражнение 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЯ

Подготовка к измерениям

К работе можно приступить через 10–15 минут после того, как лаборант зажжет лампу, и она разгорится достаточно ярко. На конец трубы, обращенный к окуляру, надевают в качестве препятствия крышку с круглым отверстием, радиус которого подлежит измерению, и ставят оранжевый светофильтр.

Сначала изучают дифракционную картину качественно. Пододвигают окуляр почти вплотную к трубе, пока в нем не будет видно четкое изображение отверстия, а затем начинают медленно отодвигать окуляр от препятствия. При этом изображение отверстия становится менее четким, и внутри него можно обнаружить чередующиеся светлые и темные кольца, т.е. наблюдается дифракционная картина. По мере удаления окуляра от препятствия число колец уменьшается, а в центре картины наблюдается смена интенсивности от максимальной до минимальной и наоборот. Когда окуляр приближается к концу скамьи, в центре картины последний раз наблюдается темное пятно (открыто две зоны). Затем темное пятно светлеет и, наконец, совсем исчезает: наблюдается лишь размытое светлое пятно (открыта одна зона или только часть ее). Если при отодвигании окуляра дифракционная картина существенно смещается в сторону или вообще исчезает из поля зрения вследствие непараллельности оси трубы скамье, то следует обратиться к лаборанту.

Измерения и вычисления

Радиус отверстия вычисляется по формуле

$$r = \sqrt{\frac{n\lambda}{1/a + 1/b}}, \quad (13)$$

вытекающей из формулы (10), в которой для сокращения вычислений числитель и знаменатель поделены на ab . Эффективная длина волны, выделяемая оранжевым светофильтром, $\lambda = (578 \pm 10)$ нм, расстояние от источника света до отверстия $a = 280$ мм и экспериментальная часть задачи сводится к измерению расстояния b от отверстия до тех дифракционных картин, у которых в центре интенсивность минимальна (пятно оптимально темное, число открытых зон n четное) и максимальна (пятно оптимально светлое, число зон нечетное).

Для этого окуляр из положения на самом конце оптической скамьи начинают медленно приближать к отверстию и отмечать на шкале оптической скамьи те последовательные положения окуляра, при которых интенсивность в центре картины минимальна и максимальна, занося

отсчеты в мм в графу “ b_n ” табл.1 (первый по счету минимум соответствует $n = 2$, первый максимум $n = 3$ и т.д. до $n = 7$). Затем придвигают окуляр почти вплотную к трубе, добиваясь четкого изображения отверстия (это положение окуляра показано на рис.14 штриховыми линиями) и записывают соответствующий отсчет b_0 . (Во избежание возможного промаха, который повлияет на все измеренные значения b , желательно величину b_0 измерить несколько раз). Как видно из рис.14, расстояние от отверстия до дифракционной картины $b = |b_n - b_0|$. Вычисляют эти разности, заносая результаты в графу “ b ” табл.1 и для каждого n рассчитывают r по формуле (13) (случай $n = 2$ можно опустить, так как b_2 измеряется с большой погрешностью).

Находят среднее значение радиуса отверстия, оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

Таблица 1

	n	b_n	$b = b_n - b_0 $	$r(\text{mm})$
1-й мин				
1-й макс				
2-й мин				
2-й макс				
3-й мин				
3-й макс				
b_0				

Упражнение 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

Заменяют оранжевый светофильтр желтым. Теперь известен радиус отверстия (из упр.1), но неизвестна эффективная длина волны, пропускаемая светофильтром. Она вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{r^2}{n} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad (14)$$

непосредственно вытекающей из (13).

Все измерения проводятся так же, как в упр.1. Результаты измерений и вычислений заносятся в таблицу, аналогичную табл.1 с заменой последней графы “ r ” на графу “ λ ”. Вычисляют среднее значение λ , оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

Упражнение 3

НАБЛЮДЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ НА ПРЕПЯТСТВИЯХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

В качестве препятствий поочередно надевают на конец трубы крышки, на которых реализованы последовательно объекты различной формы: полуплоскость, нить, щель, диск. Получающиеся дифракционные картины наблюдают в окуляр и аккуратно зарисовывают карандашом.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое дифракция света?
2. Нарисуйте и прокомментируйте дифракционную схему, используемую в данной задаче.
3. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
4. По какому принципу строятся зоны Френеля? Почему колебания, приходящие в точку наблюдения от двух соседних зон, эффективно погашаются, но погашение не полное?
5. Выведите расчетную формулу для радиуса отверстия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Д.В. Электромагнетизм и волновая оптика. МГУ, 1994:
§§ 25–29, 31.
2. Савельев И. В. Курс общей физики: уч. пособие. в 5 кн. кн. 4.
Волны. Оптика.. М. Наука Физматлит, 1998.
Глава 5. Дифракция света..
§ 5.1 Введение.
§ 5.2 Принцип Гюйгенса-Френеля.
§ 5.3 Зоны Френеля.