МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.,ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

кафедра общей физики и физики конденсированного состояния

Методическая разработка по общему физическому практикуму

Лабораторная работа № 309

ПОТЕНЦИАЛ И НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

Описание составили профессор Казей З.А., доцент Гайдукова И.Ю., доцент Богданов А. Е.

ПОТЕНЦИАЛ И НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРО-СТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

<u>**Цель работы**</u>: исследование распределения потенциала и напряженности электростатического поля двухпроводной линии; сравнение экспериментальных характеристик поля с теоретическими расчетами.

При подготовке к задаче следует ознакомиться со следующими разделами в литературе: напряженность и потенциал электростатического поля, связь между этими характеристиками, принцип суперпозиции, теорема Гаусса о потоке вектора напряженности, применение теоремы Гаусса для расчета модельных полей (пособия [1] или [2] в списке литературы на стр. 21). Для удобства основные понятия и определения характеристик электростатического поля приводятся в разделе I "Теоретическое введение" настоящего описания.

І. Теоретическое введение

Электрический заряд и электростатическое поле. Закон Кулона. Заряженные тела, как известно из опыта, взаимодействуют друг с другом посредством электромагнитного поля. Это взаимодействие зависит от величины и знака электрического заряда, который считается фундаментальной характеристикой вещества. В системе СИ единица заряда кулон (Кл) является производной и определяется через основную электрическую единицу силы тока 1 Кл = 1 А·с.

Основу теории электричества составляет экспериментальный закон Кулона, описывающий взаимодействия двух точечных зарядов - заряженных тел, размеры которых существенно меньше расстояния между ними. В векторной форме в вакууме этот закон имеет вид:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \ q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}},\tag{1}$$

где \overrightarrow{F}_{12} - сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2 , \overrightarrow{r}_{12} - вектор, направленный к заряду q_1 от заряда q_2 . Величина $\varepsilon_0 = 0.885 \cdot 10^{-11} \; \mathrm{K} \pi^2 / \mathrm{H} \cdot \mathrm{M}^2$ называется электрической постоянной и определяется экспериментально.

В задаче изучаются основные свойства статического электрического (электростатического; далее используется также термин электрическое поле) поля в вакууме, имеющего постоянные во времени характеристики и создающегося зарядами, распределение которых в пространстве не изменяется со временем.

Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Линии напряженности. Произвольное электростатическое поле, создаваемое какой-либо системой зарядов, в любой его точке можно описывать вектором напряженности \vec{E} . Напряженность электрического поля равна отношению силы \vec{F} , действующей со стороны этого поля, на пробный заряд q_0 к величине этого заряда

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \,. \tag{2}$$

Вектор \vec{E} в данной точке полностью определяется системой зарядов, создающих поле, и не зависит от величины <u>пробного точечного заряда qo</u> которая выбирается настолько малой, чтобы не искажать поле. Единицей напряженности в СИ является 1 Н/Кл (ньютон на кулон) или 1 В/м (вольт на метр). <u>Напряженность поля точечного заряда q</u> в точке с радиус-вектором \vec{r} получается из закона Кулона

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}.$$
 (3)

Для напряженности электрического поля выполняется <u>принцип</u> <u>суперпозиции</u> (наложения), согласно которому вектор напряженности поля \vec{E} , создаваемого системой зарядов, в каждой точке пространства равен сумме векторов напряженностей полей $\vec{E}_{(i)}$, которые создавались бы в этой точке каждым зарядом системы в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i} \overset{\rightarrow}{E_{(i)}} .$$
(4)

Для наглядного представления картины векторного электрического поля используют <u>линии напряженности поля</u> (силовые линии). Касательные к этим линиям задают направление вектора \vec{E} в каждой точке поля, а плотность линий, т. е. число линий, пересекающих перпендикулярную к ним единичную площадку, пропорциональна модулю

вектора \vec{E} . Линии напряженности электростатического поля идут непрерывно вне заряженных тел и прерываются на зарядах. Линии начинаются/кончаются на положительных/отрицательных зарядах (или в бесконечности; рис. 1). Этот вывод является прямым следствием теоремы Гаусса (см. далее стр. 5-6).

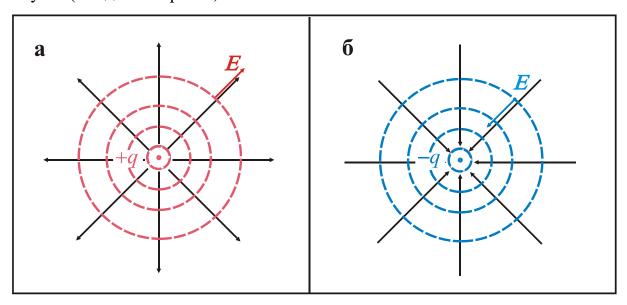


Рис. 1. Эквипотенциальные поверхности (цветные пунктирные линии) и линии напряженности (черные сплошные линии) электрического поля точечных зарядов

Потенциал и разность потенциалов. Эквипотенциальные поверхности. Работа электростатических сил при перемещении заряда в поле. Электростатические силы, описываемые законом Кулона, потенциальны, а пробный заряд в электростатическом поле обладает потенциальной энергией. Работа этих сил $A_{1,2}(x,y,z)$ зависит только от начального 1 и конечного 2 состояния системы и не зависит от конкретной траектории, по которой перемещался пробный заряд. Потенциальная энергия $W_n(x,y,z)$ определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении пробного заряда из рассматриваемой точки (x,y,z) в точку отсчета потенциальной энергии (в качестве такой точки чаще всего выбирается бесконечно удаленная точка)

$$W_n(x, y, z) = A_{x, y, z; \infty} = \int_{x, y, z}^{\infty} F_l dl = q_0 \int_{x, y, z}^{\infty} E_l dl$$
 (5)

где F_l и E_l — проекции векторов силы и напряженности электрического поля на направление перемещения.

Отношение потенциальной энергии пробного заряда в данной точке поля к величине пробного заряда, которое не зависит от величины

пробного заряда, называется потенциалом электростатического поля в этой точке

$$\varphi(x, y, z) = \frac{W_n(x, y, z)}{q_0} = \int_{x, y, z}^{\infty} E_l dl.$$
 (6)

Работу, совершаемую силами поля при перемещении пробного заряда q_0 из точки B поля в точку C, можно выразить через разность потенциалов

$$A_{BC} = q_0(\varphi(B) - \varphi(C)). \tag{7}$$

Единица потенциала в СИ называется "вольт", 1В = 1 Дж/1 Кл.

Для потенциала также выполняется <u>принцип суперпозиции</u>: потенциал φ поля системы зарядов в любой точке равен сумме потенциалов полей φ_i , создаваемых в этой точке каждым i-м зарядом системы в отдельности:

$$\varphi = \sum_{i} \varphi_{i} \ . \tag{8}$$

<u>Потенциал поля точечного заряда q</u> на расстоянии r от него дается формулой:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} \,. \tag{9}$$

Совокупность точек с одинаковыми значениями потенциала образует поверхность равного потенциала - <u>эквипотенциальную поверхность</u>. Любая линия напряженности пересекает любую эквипотенциальную поверхность под прямым углом (рис. 1).

Интегральная связь между напряженностью и потенциалом дается формулой (6). Также используется локальное соотношение между напряженностью и потенциалом электростатического поля в одной точке. Напряженность направлена в сторону наиболее быстрого убывания потенциала и по модулю равна взятой с обратным знаком производной потенциала по этому направлению.

$$E = -\left(\frac{d\varphi}{dl}\right)_{\text{grapp } \stackrel{\rightarrow}{E}}, \qquad \stackrel{\rightarrow}{E} = -\operatorname{grad} \varphi. \tag{10}$$

Это соотношение можно записать, используя проекции вектора $\operatorname{grad} \varphi$ на оси x, y, z декартовой системы координат:

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$
 (11)

Поток напряженности. Теорема Гаусса в интегральной форме. Для характеристики свойств электростатического поля вводится скалярная величина - *поток вектора напряженности через поверхность*. В общем

случае, когда поле неоднородно и поверхность S не плоская, сначала определяется поток вектора напряженности $\Delta\Phi$ для малого участка ΔS поверхности в виде

$$\Delta \Phi = (\overrightarrow{E} \cdot \Delta \overrightarrow{S}) = E\Delta S \cos \alpha = E_n \Delta S, \qquad (12)$$

где E и E_n - модуль вектора напряженности и его проекции на нормаль n на участке ΔS , α - угол между векторами $\stackrel{\rightarrow}{E}$ и $\stackrel{\rightarrow}{n}$. Полный поток напряженности Φ через поверхность S получается при суммировании потоков $\Delta \Phi_i$ через малые участки при $\Delta S_i \rightarrow 0$:

$$\Phi = \lim_{\Delta S \to 0} \sum_{\Delta S_i} E_n \Delta S_i = \int_{S} E_n dS .$$
 (13)

Для замкнутой поверхности принято выбирать внешнюю нормаль к поверхности, тогда поток положителен на тех участках, где линии напряженности выходят из поверхности ($\alpha < \pi/2$, $E_n > 0$, $\Delta \Phi > 0$) и отрицателен там, где линии напряженности входят в поверхность ($\alpha > \pi/2$, $E_n < 0$, $\Delta \Phi < 0$).

Для электростатического поля справедлива следующая фундаментальная теорема о потоке (теорема Гаусса): <u>поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность пропорционален суммарному заряду, находящемуся внутри этой поверхности:</u>

$$\oint_{S} E_{n} dS = \frac{1}{\varepsilon_{0}} \sum_{i} q_{i} . \tag{14}$$

Проводники в электростатическом поле. Электростатическое поле зависит от распределения заряда на телах, когда они заряжены или помещены в поле. В проводниках существуют свободные заряды, которые под действием постоянного электрического поля могут перемещаться в пределах проводника, приводя к возникновению электрического тока. Опыт показывает, что в случае электростатического поля на проводнике достаточно быстро установится равновесное, т. е. не изменяющееся во времени, распределение заряда. При установившемся распределении заряда (и при отсутствии источников тока) в проводнике нет токов, т. е. на свободные электроны не действуют силы И, следовательно, электростатическое поле внутри проводника $E_{\text{внутр}} = 0$.

При этом в любом малом объеме проводника положительные и отрицательные заряды скомпенсированы (объемная плотность заряда $\rho = 0$), и нескомпенсированный заряд может располагаться только по поверхности проводника. Поскольку поле внутри проводника отсутствует,

работа по перемещению пробного заряда внутри проводника равна нулю и потенциал во всех точках проводника одинаков. *Поверхность проводника является эквипотенциальной*, при этом линии напряженности начинаются на поверхности и выходят наружу перпендикулярно поверхности.

Моделирование электростатического поля при помощи электролитической ванны. Для изучения электрического поля между электродами различной формы часто используется электролитическая ванна, которая представляет собой сосуд, заполненный слабо проводящей электрический ток жидкостью (электролитом). В жидкость погружены металлические электроды, между которыми за счет источника ЭДС поддерживается необходимая разность потенциалов, и в жидкости возникает электрический ток.

Задача нахождения электростатического поля между заряженными электродами в вакууме может быть заменена задачей о нахождении электрического поля, возникающего при протекании тока через электролитическую ванну. В условиях задачи можно считать, что поверхности электродов в электролитической ванне, так же как в случае электростатики, являются практически эквипотенциальными поверхностями, благодаря их незначительному сопротивлению по сравнению с сопротивлением электролита (падение потенциала вдоль проводника, пропорциональное его сопротивлению, очень мало).

При этом, поскольку электролит в целом электрически нейтрален, двигающиеся в электролите заряды электрического поля не создают, и все электрическое поле между электродами целиком определяется зарядами (или потенциалами) электродов. Таким образом, электрические поля 1) вокруг погруженных в электролитическую ванну электродов при протекании в ней тока и 2) между заряженными до такой же разности потенциалов электродами в вакууме -- имеют одинаковую картину силовых линий и эквипотенциальных поверхностей.

<u>При прохождении постоянного тока через электролит в результате</u> <u>электролиза возникает их поляризация</u> — скачки потенциала на поверхности электродов. Для устранения искажения распределения потенциала между электродами за счет поляризации в электролитической ванне <u>вместо постоянного тока</u> используется переменный.

II. Расчет напряженности электростатического поля двухпроводной линии

Поле равномерно заряженного цилиндра. Вначале рассчитаем, используя теорему Гаусса, вектор напряженности поля бесконечного цилиндра, равномерно заряженного по поверхности с линейной плотностью заряда $\tau > 0$. Линейной плотностью заряда $\tau > 0$. Линейной плотностью заряда $\tau = \Delta n$ Динейной динь $\tau = \Delta n$ Динейной динь $\tau = \Delta n$ Динейной варяда можно сделать заключение, что напряженность поля всюду направлена по полярному радиусу перпендикулярно оси цилиндра и одинакова по модулю во всех точках, равноудаленных от оси (рис. 2 а). Для расчета напряженности в точке τ выберем в теореме о потоке (см. формулу (14)) замкнутую поверхность (вымышленную, "нереальную", которая показана на рис. пунктиром) в виде прямого цилиндра, коаксиального (соосного,

т. е. имеющего ту же ось) с заряженным, радиуса $r > R_1$ и высоты h (R_1 – радиус заряженного цилиндра).

Поток напряженности через поверхность этого цилиндра складывается из потоков через боковую поверхность и два основания: $\Phi = \Phi_{\delta,n} + \Phi_1 + \Phi_2$. Поток через основания $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$, так как всюду на

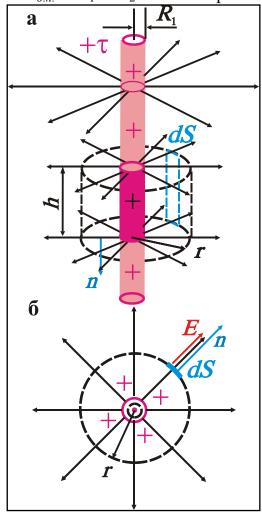


Рис. 2. К расчету потока Ф напряженности поля заряженного цилиндра (а – общий вид, б - вид сверху)

них $\vec{E} \perp \vec{n}$ и, следовательно, $E_n = 0$. Во всех точках боковой поверхности напряженность одинакова и $E_n = E$, (рис. 2 б, проекция на плоскость, перпендикулярную оси), поэтому

$$\Phi_{\tilde{o}.n.} = \int_{S} E_{n} dS = E \int_{S} dS = E(2\pi rh),$$
(15)

где $S = 2\pi rh$ — площадь боковой поверхности цилиндра. Это выражение для потока остается справедливым для любой точки наблюдения r. Заряд, заключенный внутри замкнутой цилиндрической поверхности, расположен на выделенной более темным цветом части заряженного цилиндра и равен τh , так что по теореме Гаусса имеем $2\pi rhE = \tau h/\varepsilon_0$. Отсюда, используя обозначение $U_C = \tau/2\pi\varepsilon_0$, имеем

$$E(r) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{U_C}{r} \tag{16}$$

Внутри цилиндра, заряженного по поверхности, для $r < R_1$ (область показана пунктиром на рис. 2 б)

рассмотрение поэтому аналогичное показывает, (рис. 3). Для напряженность \boldsymbol{E} там равна нулю проводника нескомпенсированный заряд распределен по поверхности, поэтому напряженность полого и сплошного проводящих заряженных цилиндров будет одинакова. Очевидно, что поле отрицательно заряженного цилиндра $(\tau < 0)$ отличается OT рассмотренного случая только тем, ЧТО напряженность направлена к оси цилиндра.

Распределение потенциала, создаваемого положительно заряженным цилиндром, в цилиндрической системе с началом координат на оси цилиндра получим из формулы (16) (далее для радиуса цилиндра вводится обозначение $r_0 = R_1$).

$$\varphi(r) = \int_{r}^{r_S} \frac{U_C}{r} dr = U_C \ln |\vec{r}| \begin{vmatrix} r_S \\ r \end{vmatrix} = -U_C \ln \frac{|\vec{r}|}{r_S}, |r| \ge r_0 , \qquad (17)$$

где начало отсчета потенциала выбирается на заземленном экране r_S (или на стенках ванны; внутри цилиндра потенциал остается постоянным).

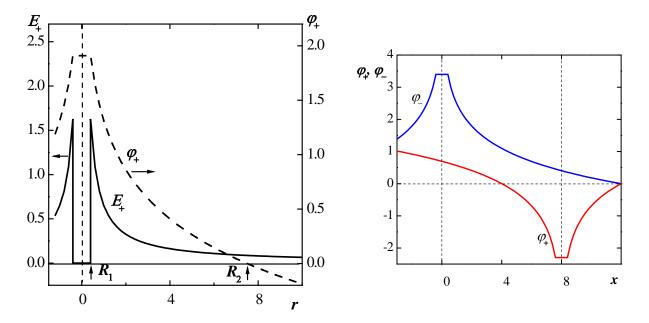


Рис. 3. Напряженность и потенциал электрического поля заряженного цилиндра

Рис. 4. Потенциал электрического поля цилиндров с зарядами $+\tau$ и $-\tau$ вдоль оси OX

Расчет электростатического поля двухпроводной линии. Двухпроводная линия образована двумя бесконечными цилиндрами радиуса r_0 , оси которых параллельны, а расстояние l между ними велико по сравнению с радиусом: $l >> r_0$ (рис. 5). Цилиндры равномерно заряжены с одинаковой по модулю линейной плотностью $\pm \tau$. Наиболее простое выражение напряженность и потенциал имеют вдоль оси OX, проходящей через оси цилиндров перпендикулярно им (начало декартовой системы координат выбрано на положительном электроде, при этом y = 0). Для заряженного цилиндра, ось которого смещена на вектор $\vec{l} = \{l, 0, 0\}$ от начала координат системы, в формуле (17) нужно заменить $\ln |\vec{r}|$ на $\ln |\vec{r} - \vec{l}|$ (под

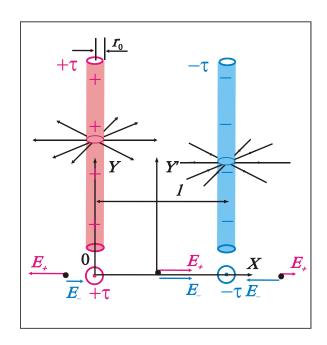


Рис. 5. Напряженность электрического поля двухпроводной линии

черкнем, что под знаком \ln стоит модуль вектора |r-l|).

В выбранной системе координат вдоль оси OX вектор r имеет проекции $\{x,0,0\}$, а вдоль оси $OY'//OY - \{(l/2), y, 0\}$. Проекции разностного вектора $\stackrel{\rightarrow}{r-l}$ получаются как разность проекций составляющих векторов.

Распределение потенциалов $\varphi_{+}(x)$ и $\varphi_{-}(x)$, создаваемых отдельно каждым из заряженных цилиндров вдоль оси OX в областях вне цилиндров, задается формулами

$$\varphi_{+}(x) = -U_C \ln \left| \frac{x}{x_S} \right|, |x| \ge r_0$$
 (18 a)

$$\varphi_{-}(x) = U_C \ln \left| \frac{x-l}{x_S-l} \right|, |x-l| \ge r_0$$
(186),

где x_S – точка на заземленном экране (ноль отсчета потенциала). Результирующий потенциал линии относительно экрана вдоль оси OX получим по принципу суперпозиции

$$\varphi(x) = \varphi_{+}(x) + \varphi_{-}(x) = -U_{C}[\ln |\frac{x}{x_{S}}| - \ln |\frac{x-l}{x_{S}-l}|].$$
 (19)

В задаче измеряется разность потенциалов (напряжение) $U(x) = \Delta \varphi(x) = \varphi(x) - \varphi(l)$ точки с координатой x относительно отрицательного электрода с x = l. Разность потенциалов $\Delta \varphi_0(x)$ между электродами для x = 0 и x = l $U_0 = \varphi(0) - \varphi(l) = -2U_C \ln(r_0/l)$ получается из формул (18 а, б). Окончательно для разности потенциалов $\Delta \varphi(x)$ вдоль оси OX запишем общую формулу, справедливую в областях вне заряженных цилиндров (вывод этой формулы приведен в приложении)

$$U(x) = \Delta \varphi(x) = -U_C \left[\ln \left| \frac{x}{x-l} \right| + \ln \frac{r_0}{l} \right], |x|, |x-l| > r_0$$
 (20)

Зная распределение потенциала U(x), можно получить зависимость $E_x(x)$ проекции вектора напряженности вдоль оси для двухпроводной линии (ф-ла (10)) в области вне электродов

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} = \frac{U_C}{x} - \frac{U_C}{x-l}, |x|, |x-l| > r_0$$
 (21)

Именно это распределение потенциала экспериментально исследуется в настоящей задаче.

Отметим, что в нашем рассмотрении распределение потенциала $\Delta \varphi(x)$ оказалось различным на разных сторонах заряженных цилиндров (сравните $\varphi_+(x)$ в точках с $x=(l-r_0)$ и $x=(l+r_0)$ для цилиндра с центром x=0), что должно приводить к небольшому перераспределению заряда (неоднородному его распределению). Однако в условиях задачи $l>>r_0$ и неоднородностью распределения заряда можно пренебречь

Экспериментальная установка

Для изучения распределения потенциала электростатического поля двухпроводной линии в электролитической ванне используется установка, схема и общий вид которой представлены на рис. 6 и 7, соответственно

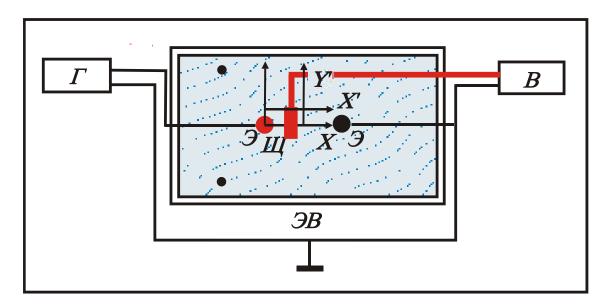


Рис. 6. Схема соединения приборов: Г – генератор, В – вольтметр, ЭВ – электролитическая ванна, Э – электроды, Щ – измерительный щуп

В состав установки входят приборы:

- 1. Цифровой генератор AWG 4150
- 2. Цифровой вольтметр GDM 78261

Включение используемых приборов и их настройка проводится лаборантом. Перед выполнением работы проверяется правильность настройки и установки параметров выходного сигнала генератора AWG-4150 и вольтметра GDM-78261. Расположение и функциональное назначение основных органов управления используемых генератора и вольтметра, а также краткие рекомендации по их установке приводятся для ознакомления в Приложении 3 на стр. 27.

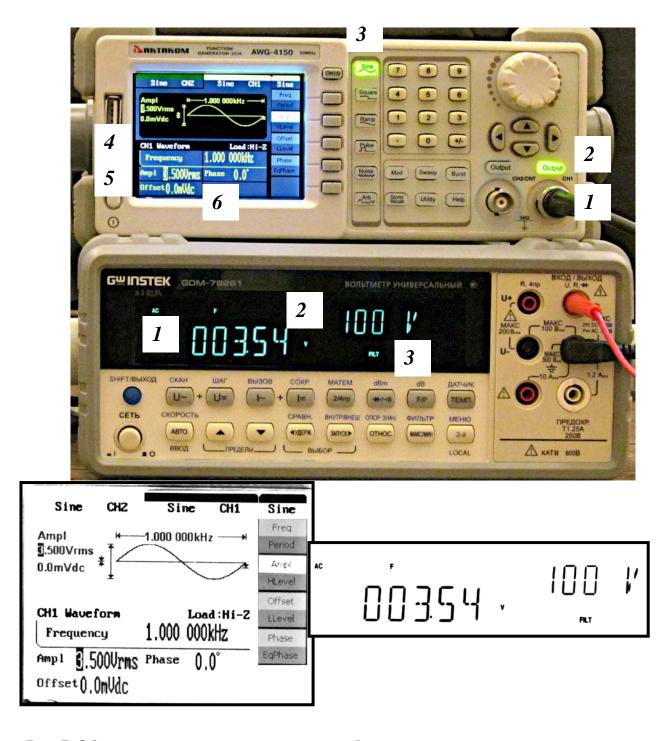


Рис. 7. Общий вид установки и дисплеев приборов с заданными параметрами

Параметры *выходного сигнала генератора*, отображаемые на его дисплее, должны иметь следующие значения (рис. 7):

- кабель подключен к выходу канала СН1 (1)
- используемый канал выхода CH1 (2, лампочка Output горит)
- форма сигнала синусоидальная (3, лампочка Sine горит)
- частота сигнала 1.000 000 КНz (1 кГц) (4)
- амплитуда сигнала от 2.5 до 3.5 Vrms по указанию преподавателя (root mean square –эффективное значение) (5)
- offset 0.0mVdc (6, постоянная составляющая сигнала отсутствует) Установки **цифрового вольтметра** должны иметь следующие значения:
 - режим измерения переменного напряжения (1, на дисплее горит АС)
 - предел измерения 100 V (2, три значащие цифры сигнала)
 - фильтр включен (3, на дисплее горит FILT)
 - подключение щупов с черным и красным проводами как на фото

Если какой-либо из параметров генератора или вольтметра не соответствует требуемой установке, следует обратиться к лаборанту для его корректировки

Проведение эксперимента

По указанию преподавателя выполняется одно или несколько упражнений.

Упражнение 1

Измерение распределения потенциала вдоль оси двухпроводной линии

- 1. Положить масштабную сетку с цилиндрическими электродами на дно электролитической ванны и налить воду так, чтобы электроды были полностью покрыты водой. Проводники, подводящие напряжение к электродам, должны располагаться внизу под сеткой.
- 2. Соединить приборы и электроды согласно схеме, приведенной на рис. 6. При этом черные провода, идущие от генератора и вольтметра, необходимо подключить к правому электроду, потенциал которого будет равен нулю, так как приборы заземлены.
- 3. Измерить разность потенциалов $\Delta \varphi_0 = U_0$ между электродами и определить параметры U_0 и U_C в формулах (20, 21). Для этого щупом на красном проводе (предварительно снять с него наконечник) коснуться в нескольких точках положительного электрода, соединенного с генератором красным проводом. Записать значения U_0 и U_C во вторую

строчку Таблицы 1, а также в строки с r_i = -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3,0.4 (малый шаг Δx =0.1 требуется для численного дифференцирования).

- 4. На измерительный щуп с красным проводом *надеть специальный наконечник*, который фиксирует положение щупа в ванне по высоте и позволяет измерять потенциал вдоль линии, соединяющей середины электродов. Так как распределение потенциала по глубине ванны может сильно меняться, *применение наконечника при измерении обязательно*. При измерении потенциала в выбранной точке ванны щуп надо располагать перпендикулярно к поверхности воды, и перед считыванием показаний вольтметра выжидать 2 3 секунды, чтобы установились показания на световом табло прибора.
- 5. Используя масштабную сетку в ванне, измерить значение потенциала вдоль оси OX двухпроводной линии для значений x в интервалах $0.4 \le x \le 7.6$ и $8.4 \le x \le 12.5$ с шагом $\Delta x = 0.5$ см и занести данные в третью колонку Таблицы 1. Значения x = 0 и x = 8.0 отвечают положительному и отрицательному (заземленный черный провод) электродам, соответственно (рис. 6).

Таблица 1 Значения потенциала U(x) и напряженности $E_x(x)$ поля вдоль оси OX двухпроводной линии

$r_0 = 0.4 \text{ cm}$		l = 8.0	см	$y_0 = 0 \text{ cm}$		
$U_0 = \Delta$	$\Delta \varphi_0 = \dots E$	$U_C = -U_0/2\ln(r_0/l) = \dots B$				
		эксперимент		теория		
		$E_{x,i}=-\Delta U_i/\Delta r_i$				
i	x_i , cm	U_i , B	В/см	U^{meop} , B	E_x^{meop} , B/cm	
1	-0.4					
2	-0.3					
•••	• • •					
	0					
•••	• • •					
	0.3					
	0.4					
	1.0					
	1.5					
	2.0					
	2.5					
n	7.6					
<i>n</i> +1	7.7					
•••	•••					

	8.0		
•••	•••		
	8.3		
	8.4		
	9.0		
•••	•••		
•••	12.5		

Упражнение 2 Измерение распределения потенциала вдоль оси OX'||OX| на расстоянии $y_0 = 1.0$ см

- 1. (по указанию преподавателя) Измерить распределение потенциала вдоль оси OX'||OX| на расстоянии $y_0 = 1.0$ см. Подключение приборов остается таким же, как при измерении распределения потенциала вдоль оси OX двухпроводной линии.
 - 2. Провести измерения согласно пункта 5 в Упражнении 1.

$r_0 = 0.4 \text{ cm}$		l = 8.0 cm	$y_0 = 1.0 \text{ cm}$	
$U_0 = \Delta \varphi_0 = \dots$ F		$U_C = -U_0/2\ln(r_0/l) = \dots B$		
		i	i	
i	i			
1	-0.4			
2	0			
3	0.4			
4	1.0			
5	1.5			
6	2.0			
7	2.5			
•••	• • •			
n	7.6			
n+1	8.4			
n+2	9.0			
•••	•••			
•••	12.5			

Упражнение 3

Построение эквипотенциальных поверхностей (линий) поля двухпроводной линии

- 1. По указанию преподавателя можно использовать один из двух способов регистрации измеренных данных: а) на графике на миллиметровой бумаге в масштабе 1:1 (отметив на бумаге расположение электродов) или б) в Таблице 3 (этот способ предпочтительнее).
- 2. На прямой, соединяющей электроды, выбрать точки с координатами $x_0 = 1.5, 2.5, 3.0, 4$ см, отсчитываемыми OT центра положительного электрода (рис. 6), измерить для них потенциал U_n и записать во вторую строчку Таблицы 3. Для каждого значения потенциала U_n найти еще 6 - 7 точек c таким же значением потенциала с одной стороны от оси OXлинии. При поиске этих точек рекомендуется придерживаться значений y_i из Таблицы 3 и следующей процедуры. Сместить щуп вверх на линию сетки с $y = y_i$ параллельную оси двухпроводной линии из Таблицы 3, и медленно перемещать его вдоль этой линии по направлению к электроду до тех пор, пока показание вольтметра не будет соответствовать значению потенциала U_n в точке на оси. Измеренное значение x_i записать в Таблицу 3 (или нанести на график на миллиметровой сетке и указать рядом значение U_n). Повторить последовательно процедуру для других значений y_i из Таблицы 3, записывая значения x_i для каждого y_i в Таблицу 3. Учитывая симметрию распределения поля (зарядов) достаточно провести измерения и построение только для области значений x < l/2 и $0 < y < y_b/2$ (y_b – размер ванны по оси y) поля между электродами.
- 3. Для замкнутых эквипотенциальных линий (например, с $x_{i,0} = 1.5$) лучше использовать следующую процедуру. Сначала найти точки, соответствующие потенциалу U_n , для y = 0 слева от электрода с отрицательным значением x_{min} и для x = 0 с y_{max} (максимальная координата y_{max}). Между точками 0, y_{max} найти еще по 3-и точки слева и справа от электрода с искомым потенциалом U_n .
- 4. Повторить пункт 1 для всех значений потенциала U_n в одной четверти поля между электродами и записать данные в Таблицу 3.

Таблица ${\bf 3}$ Значения координат (x_i,y_i) на линиях равного потенциала U_n

$r_0 =$	$r_0 = 0.4 \text{ cm}; l = 8.0 \text{ cm}; U_0 = \Delta \varphi_0 = \dots \text{ B} U_C = -U_0/2\ln(r_0/l) = \dots \text{ B}$							
	$U_1 = B$		$U_2 = B$		$U_3 = B$		$U_4 = B$	
i	x_i , cm	y_i , cm	x_i , cm	y_i , cm	x_i , cm	y_i , cm	x_i , cm	y_i , cm
0	1.5	0	2.5	0	3.0	0	4	0
1	•••	•••	• • •	1.5	• • •	1.5	• • •	1.5
2	• • •	• • •	• • •	2.5	• • •	2.5	• • •	2.5
3	•••	•••		3.5		3.5		3.5
4				4.5		4.5	•••	4.5
5	0	y_{max}		5.5		5.5	•••	5.5
6	•••	•••		6.5		6.5	•••	6.5
7				7.0		7.0		7.0
8	•••	• • •		7.5		7.5	• • •	7.5
9	x_{min}	0		•••	•••	•••	•••	

После окончания измерений выключить приборы и вылить воду из ванны (вначале с помощью небольшого стаканчика удалить из ванны ~ 3 - 4 порций воды, а затем оставшуюся воду вылить в кувшин или контейнер).

Обработка результатов

Упражнение 1

- 1. Используя связь между потенциалом и вектором напряженности (формула (11)), из измеренного распределения потенциала U(x) вдоль оси OX в Таблице 1 рассчитать проекцию $E_x(x) = -(U_{i+1} U_i)/(x_{i+1} x_i)$.
- 2. По формулам (21) и (22) рассчитать теоретическое распределение потенциала $U^{meop}(x)$ и проекции вектора напряженности $E_x^{meop}(x)$ вдоль оси линии. При расчете использовать параметры $r_0 = 0.4$ см, l = 8.0 см и определенные значения потенциалов U_0 и U_C из Таблицы 1.
- 3. Построить на одном графике измеренные U(x) и рассчитанные $U^{meop}(x)$ зависимости потенциала вдоль оси и сравнить эти зависимости.
- 4. Построить на одном графике экспериментальные $E_x(x)$ и рассчитанные $E_x^{meop}(x)$ зависимости проекции вектора напряженности вдоль оси и сравнить эти зависимости.
- 5. Для выполнения однотипных расчетов зависимостей потенциала $U^{meop}(x)$ и проекции вектора напряженности $E_x^{meop}(x)$ вдоль оси и построения графиков рекомендуется использовать <u>готовую таблицу</u> обработки результатов (файл Task_309_res.xls), которая инсталлирована

на рабочих компьютерах в лаборатории практикума. Правила пользования **Таблицей обработки** задачи практикума описаны в **Приложении 2** настоящего описания.

Упражнение 2

- 1. Результаты измерения в <u>Упражнении 2</u> обрабатываются <u>аналогично</u> <u>Упражнению 1</u>. При расчете теоретического распределения потенциала $U^{meop}(x, y_0)$ и проекции вектора напряженности $E_x^{meop}(x, y_0)$ вдоль оси OX'||OX| по формулам (П10) и (П11) из **Приложения 1** использовать параметры $r_0 = 0.4$ см, l = 8.0 см, $y_0 = 1.0$ см.
- 2. Построить на одном графике измеренные U(x) и рассчитанные $U^{meop}(x)$ зависимости потенциала вдоль оси OX'||OX| для двух значений $y_0=0$ см $y_0=1.0$ см и сравнить эти зависимости.

Упражнение 3

- 1а. По данным (x_i, y_i) из Таблицы 3 построить эквипотенциальные поверхности/линии для измеренных значений потенциала U_n (использовать электронные таблицы типа *Microsoft Excel* или *LibreOffice Calc*. Построить линии напряженности, используя связь между вектором напряженности и эквипотенциальной поверхностью.
- 16. Если используется регистрация данных на миллиметровой бумаге, найденные точки с одинаковым значением потенциала соединить на графике плавной кривой и по ним построить линии напряженности.
- 2. Теоретический расчет эквипотенциальных поверхностей и линий напряженности в общем случае даже для простых систем типа исследуемой двухпроводной линии достаточно трудоемок и проводится чаще всего с пользованием программ численного расчета. Результаты такого расчета для исследуемой линии приведены на рис. 8.

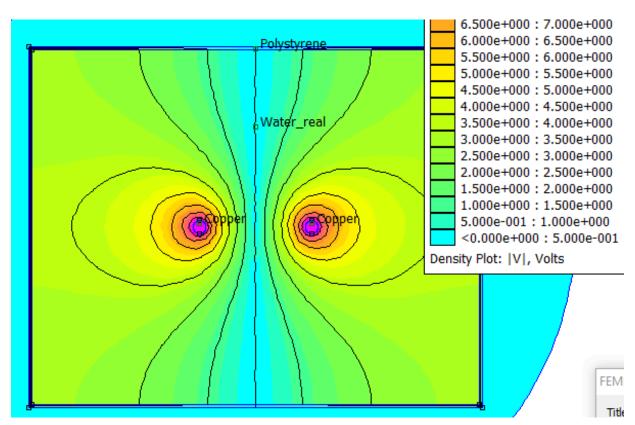


Рис. 8. Результаты численного расчета линий равного потенциала для двухпроводной линии

Отметим, что вблизи стенок ванны, которые являются непрводящими, линии равного потенциала искажаются и могут существенно отличаться от тех, которые наблюдались бы для двух разноименно заряженных цилиндров в неограниченном пространстве.

Основные итоги работы

В результате выполнения работы должны быть получены зависимости потенциала U(x) и проекции вектора напряженности $E_x(x)$ вдоль осей OX и OX'||OX|двухпроводной эквипотенциальные линии, также поверхности/линии для нескольких значений потенциала. Должны быть потенциала U(x), рассчитаны зависимости проекции вектора напряженности $E_x(x)$ вдоль осей OX и OX'||OX| двухпроводной линии. Должно быть проверено соответствие экспериментальных данных и теории.

Контрольные вопросы

1. Напряженность электростатического поля, линии напряженности. Принцип суперпозиции для напряженности поля.

- 2. Потенциальная энергия и потенциал электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности.
- 3. Интегральная и локальная (в заданной точке) связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля. Доказать, что линии напряженности поля в любой точке перпендикулярны соответствующим эквипотенциальным поверхностям.
- 4. Изобразить эквипотенциальные кривые для картины линий напряженности E электростатического поля, приведенной на рис. 9 а (указать направление вдоль линий поля, в котором потенциал возрастает). Изобразить линии напряженности E электростатического поля для приведенных на рис. 9 б эквипотенциальных кривых (указать направление вектора E).
- 5. Распределение заряда на проводнике в электростатическом поле. Напряженность и потенциал поля внутри проводника.

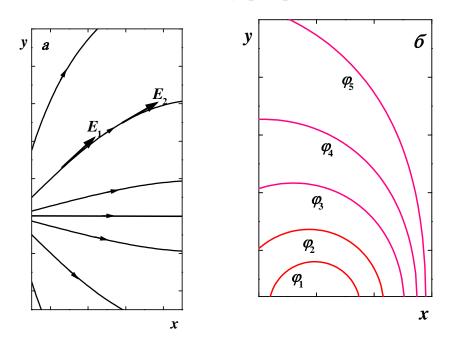


Рис. 8. Линии напряженности E (a) и эквипотенциальные поверхности/кривые φ_I (б) электростатического поля

- 6. Нарисовать схему экспериментальной установки и объяснить порядок работы. Как обосновывается возможность замены экспериментального изучения электростатического поля изучением поля стационарного тока?
- 7. Какой вид имеют зависимости U(x) потенциала и $E_x(x)$ проекции напряженности электрического поля двухпроводной линии.

- 8. Поток вектора напряженности электростатического поля. Теорема Гаусса для потока вектора напряженности. Используя теорему Гаусса получить зависимость E(r) вектора напряженности поля вдоль радиуса r для бесконечных равномерно заряженных по объему и по поверхности цилиндров.
- 9. Как экранировать некоторое пространство от поля зарядов, расположенных вне этого пространства?

Литература

- 1. Белов Д.В. «Электромагнетизм и волновая оптика». Учебное пособие. Изд. Московского университета, 1994 г.
 - Часть I. Электромагнетизм.
 - § 1. Понятие об электростатическом поле и электрическом заряде.
- § 2. Напряженность. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса.
 - § 3. Потенциал.
 - § 4. Проводник в электростатическом поле.
- 2. И. В. Савельев. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 3-х т. Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М.: Наука. 1982.
 - Часть I. Электричество и магнетизм
 - § 1. Электрический заряд
 - § 2. Закон Кулона
 - § 5. Электрическое поле. Напряженность поля
 - § 6. Потенциал
- § 8. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом
 - § 13. Теорема Гаусса
 - § 14. Вычисление полей с помощью теоремы Гаусса
 - § 24. Равновесие зарядов на проводнике
 - § 25. Проводник во внешнем электрическом поле
- 3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Учеб. пособие: Для вузов. В 5 т. Т. III. Электричество. 4-е изд., стереот. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 656 с.
 - Глава I. Электрическое поле
 - 3. Закон Кулона. Принцип суперпозиции электростатических полей
- 5. Поток вектора и электростатическая теорема Гаусса. Применения теоремы Гаусса
 - 11. Проводники в электрическом поле

- 17. Потенциальность электростатического поля
- 18. Электрический потенциал
- 19. Вычисление потенциала по напряженности поля
- 4. описание лабораторной работы на сайте кафедры: https://condmatt.phys.msu.ru/practical-work/electricity/

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Распределение потенциала, создаваемого положительно заряженным с линейной плотностью τ цилиндром, в цилиндрической системе с началом координат на оси цилиндра получается из формулы (16) ($U_C = \tau/2\pi\epsilon_0$; внутри цилиндра потенциал остается постоянным)

$$\varphi_{+}(r) = \int_{r}^{r_{S}} \frac{U_{C}}{r} dr = U_{C} \ln |\vec{r}| \left| r_{b} = -U_{C} \ln \frac{r}{r_{b}}, |r| \ge r_{0} \right|, \quad (\Pi 1)$$

где начало отсчета потенциала выбирается на стенках ванны r_b (или на заземленном экране r_s). Для заряженного цилиндра, ось которого смещена на вектор $\vec{l}=\{l,0,0\}$ от начала координат системы, в формуле (П1) нужно заменить $\ln |\vec{r}|$ на $\ln |\vec{r}'| = \ln |\vec{r}-\vec{l}|$ (под знаком $\ln |\vec{r}-\vec{l}|$ стоит модуль вектора). В формулу входит полярный радиус, который выражается через координаты точки наблюдения $r=(x^2+y^2)^{1/2}$ и $r'=[(x-l)^2+y^2]^{1/2}$ для двух указанных цилиндров.

Наиболее простые выражения напряженность и потенциал имеют вдоль оси OX, проходящей через оси цилиндров, перпендикулярно им (начало декартовой системы координат выбрано на положительном электроде, при этом y=0). Распределения потенциалов $\varphi_+(x)$ и $\varphi_-(x)$, создаваемых отдельно каждым из цилиндров, и результирующего потенциала системы вдоль оси OX в областях вне цилиндров имеют вид

$$\varphi_{+}(x) = -U_C \ln \left| \frac{x}{x_b} \right|, \quad |x| > r_0$$
 (II2)

$$\varphi_{-}(x) = U_C \ln \left| \frac{x - l}{x_b - l} \right|, \quad |x - l| > r_0$$
(II3)

$$\varphi(x) = \varphi_{+}(x) + \varphi_{-}(x) = -U_{C}[\ln |\frac{x}{x-l}| - \ln |\frac{x_{b}}{x_{b}-l}|], (\Pi 4)$$

где x_b – точка на границе ванны, в которой выбирается ноль отсчета потенциала. На электродах собственные потенциалы постоянны и равны $\varphi_+(0) = \varphi_+(r_0) = -U_C \ln(r_0/x_b), \ \varphi_-(l) = \varphi_-(l-r_0) = U_C \ln|r_0/(x_b-l)|,$ соответственно.

В задаче измеряется разность потенциалов (напряжение) $U(x) = \Delta \varphi(x) = \varphi(x) - \varphi(l)$ точки с координатой x относительно отрицательного электрода с x = l. При этом результирующей потенциал $\varphi(l)$ на электроде с x = l и разность потенциалов $\Delta \varphi_0(x)$ между электродами $\varphi(0) - \varphi(l) = -2U_{\rm C} \ln(r_0/l) = U_0$ получаются из формул ($\Pi 2 - \Pi 4$).

$$\varphi(l) = U_C \left[\ln \frac{x_b}{x_b - l} + \ln \frac{r_0}{l} \right] \tag{II5}$$

$$U_0 = \Delta \varphi_0 = \varphi(0) - \varphi(l) = -2U_C \ln \frac{r_0}{l}$$
 (II6)

Окончательно для разности потенциалов $\Delta \phi(x)$ вдоль оси OX запишем общую формулу, справедливую в областях вне заряженных цилиндров

$$U(x) = \Delta \varphi(x) = -U_C \left[\ln \left| \frac{x}{x - l} \right| + \ln \frac{r_0}{l} \right], \quad |x| > r_0, \quad |x - l| > r_0$$
 (II7)

Именно это распределение потенциала экспериментально исследуется в Упражнении 1 настоящей задачи. Формулу (П7) можно обобщить на случай оси OX'||OX| на расстоянии $y = y_0$, для чего в формулу (П1) нужно подставить $r = [x^2 + y_0^2]^{1/2}$ и $r' = [(x - l)^2 + y_0^2]^{1/2}$ (Упражнение 2).

$$\varphi_{+}(x) = -U_C \ln \left| \frac{x^2 + y_0^2}{x_b^2 + y_0^2} \right|^{1/2},$$
(II8)

$$\varphi_{+}(x) = -U_C \ln \left| \frac{(x-l)^2 + y_0^2}{(x_b - l)^2 + y_0^2} \right|^{1/2},$$
(II9)

$$\varphi(x) = \varphi_{+}(x) + \varphi_{-}(x) =$$

$$= -U_C \left[\ln \left| \frac{x^2 + y_0^2}{(x - l)^2 + y_0^2} \right|^{1/2} - \ln \left| \frac{x_b^2 + y_0^2}{(x_b - l)^2 + y_0^2} \right|^{1/2} \right]$$
 (II10)

Зная $\varphi(x)$ путем дифференцирования можно получить проекцию вектора напряженности

$$E_{x}(x) = -\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \tag{\Pi11}$$

приложение 2

Работа с готовой таблицей обработки Task_309_res.xls

Таблицу обработки результатов к Задаче 309 можно сделать самостоятельно, или использовать готовые файлы этих таблиц. Готовые файлы таблиц можно скачать с сайта кафедры https://condmatt.phys.msu.ru/ и использовать на PC, на котором установлен Microsoft Office 2019 и выше или LibreOffice 7 (русскоязычные или англоязычные версии). Для студентов, которые недостаточно хорошо знакомы с электронной таблицей Microsoft Excel следует вначале прочитать методическое описание "Электронные таблицы обработки задач практикума", в которой описываются основные правила и особенности работы с электронными таблицами.

При использовании <u>готовой таблицы обработки результатов</u> к задаче 309 практикума (файл **Task_309_res.xls**) следует придерживаться следующих рекомендаций.

- Упражнения и графики к ним в файле представлены на отдельных листах, которые выбираются внизу экрана (Упражн._1_2, График_1_2, График_1_E, Упражн. 3, График_3).
- Константы, которые могут понадобиться при расчете, типа число π , электрическая постоянная ε_0 и др., приведены в начале листа в единицах системы СИ (см. ячейки В6, В7) и используются далее в формулах с указанием абсолютных адресов ячеек.
- Параметры ванны и эксперимента (r_0 , l, x_b , $U_0 = \Delta \phi_0$) вносятся в указанные ячейки на листе Упражн. 1_2 электронной таблицы.
- Измеренные величины, а также параметры, которые могут понадобиться при расчете, вводятся в ячейки таблицы, выделенные красным цветом. Ячейки таблицы, формулы расчета для которых могут требовать редактирования, выделены коричневым цветом. Остальные ячейки таблицы, в которые заведены не требующие изменения формулы, должны оставаться без изменения (эти ячейки могут быть закрыты для записи).

Для выполнения расчетов и построения графиков необходимо

Упражнение_1 и Упражнение_2.

I. Внести измеренные величины U_i при $y_0 = 0$ и $y_0 = 1.5$ для указанных в таблицах значений x_i непосредственно в единицах измерения В в ячейки (D26 – D66) и (J26 – J56), соответственно (неиспользуемые ячейки в конце столбца должны оставаться пустыми).

II. Формулы для расчета E_x при $y_0 = 0$ и $y_0 = 1.50$ уже внесены в ячейки (E27 – E66) и (K27 – K56) для всех измеренных значений $U_i(x_i)$). Электронная таблица путем численного дифференцирования рассчитает проекции $E_x = -(U_{i+1} - U_i)/(x_{i+1} - x_i)$ вектора

напряженности вдоль осей OX и OX' в ячейках (E27 - E66) и (K27 - K56), соответственно.

Упражнение_3.

III. Внести измеренные координаты x_i (в выделенные красным цветом ячейки) для заданных значений координат y_i и выбранных величин U_n в Таблицу 3. Электронная таблица по данным (x_i, y_i) из Таблицы 3 построит эквипотенциальные поверхности/линии для измеренных значений потенциала U_n , которые можно видеть на листе График_3. Построить линии напряженности, используя связь между вектором напряженности и эквипотенциальной поверхностью. Если используется регистрация данных на миллиметровой бумаге, найденные точки с одинаковым значением потенциала соединить на графике плавной кривой и по ним построить линии напряженности.

IY. В <u>Упраженениях 1 и 2</u> проводятся также теоретические расчеты потенциалов двухпроводной линии вдоль осей OX и OX, которые сравниваются с результатами измерения из Таблиц_1 и Таблиц_2. Для расчета вначале нужно внести/проверить параметры ванны и эксперимента $(r_0, l, x_b, U_0 = \Delta \varphi_0)$ в указанные ячейки на этом листе электронной таблицы. Результирующие разность потенциалов $U_i^{meop}(x_i) = \Delta \varphi(x_i)$ и проекция вектора напряженности $E_i^{meop}(x_i)$ приводятся в ячейках (X26 – X107) и (Y26 – Y107), соответственно, для данных вдоль оси OX и в ячейках (AE26 – AE107) и (AF26 – AF107) вдоль оси OX. При вычислении теоретической разности потенциалов используется более мелкий шаг $\Delta x = 0.2$ по координате, что повышает точность при численном дифференцировании $\Delta U/\Delta x$.

V. Электронная таблица по данным (x_i, U_i) построит экспериментальные кривые $U^{\text{экс}}(x)$ разности потенциалов и проекции $E_x^{\text{экс}}(x)$ вдоль осей ОХ и ОХ', которые можно видеть на листе График_1 _2 (сплошные символы). Электронная таблица по данным (x_i, U_i^{meop}) и (x_i, E_i^{meop}) построит теоретические кривые $U^{\text{meop}}(x)$ разности потенциалов и $E_x^{\text{meop}}(x)$ проекции вектора вдоль осей ОХ и ОХ', которые можно видеть на том же листе График_1_2 (открытые символы) и сравнить соответствующими экспериментальными кривыми. Подобрать или изменить масштаб по осям OX и OY на графике так, чтобы кривые занимали не менее 80 % поля рисунка, и внести дополнительные пояснения к кривым.

VI. После завершения расчетов следует записать рассчитанные величины в таблицы в рабочей тетради, оставив необходимое число значащих цифр в соответствие с теорией ошибок (можно распечатать и вклеить таблицы и графики в тетрадь).

приложение 3

Краткая информация о настройке параметров используемых электроизмерительных приборов

Универсальный вольтметр GDM 78261 (фото)

(приводится только описание кнопок, которые используются для установки параметров)

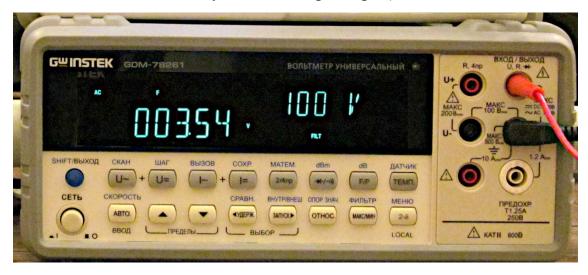


Рис. 6. Общий вид вольтметра GDM 78261

Щупы подключаются так, как показано на фотографии: красный щуп - к гнезду **ВХОД/ВЫХОД** U, R для переменного напряжения $\sim AC$; черный щуп - к заземленному гнезду

- Включить прибор кнопкой СЕТЬ
- Установить режим измерения переменного напряжения кнопкой U~ (на дисплее горит AC)
- ullet Установить моду быстрое измерение кнопкой **СКОРОСТЬ** (на дисплее горит **F**)
- Установить предел измерения **100** V кнопками **ПРЕДЕЛЫ** (на дисплее горит **100** V и отображается 3 знака измеряемого напряжения)
- Подключить фильтр (на дисплее горит **FILT**)

Генератор переменного напряжения AWG -4150 (фото)

(приводится только описание кнопок, которые используются для установки параметров)

- 1. Включить прибор нижней левой кнопкой
- 2. Выходной кабель подключен к каналу СН1



Рис. 7. Общий вид генератора AWG -4150

- 3. Устанавливаемый параметр индицируется в правой колонке на дисплее (соответствующий элемент горит) и выбирается соседней кнопкой. Изменение параметра производится стрелками вправо-влево или вверх-вниз и на цифровой клавиатуре (справа на передней панели)
 - 4. Последовательно установить/проверить
 - кабель подключен к выходу канала СН1 (см. фото))
 - используемый канал выхода **CH1** (лампочка output горит)
 - форма сигнала синусоидальная **Sine** (лампочка горит)
 - частота сигнала (Freq) **1.000 000 KHz**
 - амплитуда сигнала (Ampl) **2.5**, **3.0** или **3.5 Vrms** по указанию преподавателя (root mean square "эффективное" значение выбирается кнопкой, соседней с ячейкой в правой колонке на дисплее)
 - постоянная составляющая на выходе (Offset) **0.0mVdc** (постоянная составляющая сигнала отсутствует)