

12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА
ПО ДЕФОРМАЦИИ ИЗГИБА

Цель работы

Изучение деформации изгиба и измерение модуля Юнга.

Идея эксперимента

Измерение стрелы прогиба стержней из одного материала, но разной ширины и толщины и под разными нагрузками позволит установить зависимость деформации изгиба от этих факторов и найти модуль Юнга материала.

Теоретическое введение

При взаимодействии тела могут изменять как свое положение в пространстве, так и форму. В последнем случае говорят, что тела *деформируются*. Зачастую необходимо знать законы, связывающие действующие силы с вызываемыми ими деформациями.

Проводя анализ деформаций, следует учитывать, что нельзя переносить силу по линии ее действия, как это можно сделать в случае абсолютно твердого тела при изучении его поступательного движения. Это легко продемонстрировать на примере системы тел, состоящей из последовательности масс m , связанных пружинками (рис. 12.1). Деформации этой системы, очевидно, зависят от того, к какому телу приложена сила F .



Рис. 12.1. Деформация системы тел, связанных пружинками.

В общем случае законы, связывающие силы и деформации, весьма сложны. Однако в практически наиболее важных случаях, когда деформации малы, а сами тела упругие, силы однозначно определяют деформации, и наоборот.

Известны следующие виды деформаций: однородное *растяжение (сжатие)*, *сдвиг*, *кручение*, *изгиб*. В любом случае произвольный малый объем тела подвергается либо растяжению (сжатию), либо сдвигу, либо одновременному растяжению (сжатию) и

сдвигу. Эти два вида деформаций принято называть *элементарными*. Рассмотрим эти типы деформаций более подробно.

Деформация растяжения или сжатия. Деформацией *растяжения* или *сжатия* называется относительное удлинение или укорочение деформируемого участка. Такую деформацию можно характеризовать относительным удлинением ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (12.1)$$

где Δl удлинение отрезка стержня, имевшего первоначально длину l (см. рис. 12.2).

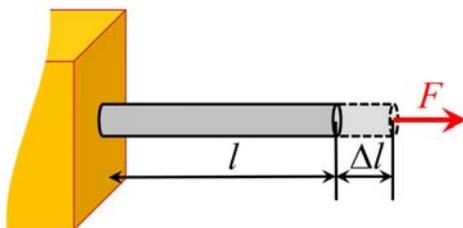


Рис. 12.2. Схематическое представление деформации растяжения.

Величину усилия, действующего на единицу площади поперечного сечения стержня, называют *напряжением* и обозначают σ . Напряжение, возникающее в произвольном сечении растягиваемого стержня, равно

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (12.2)$$

где F – сила растяжения, S – площадь поперечного сечения стержня.

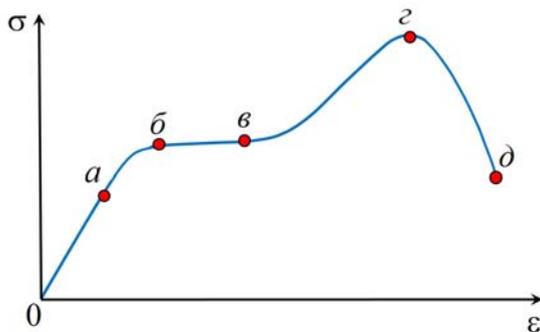


Рис. 12.3. Диаграмма растяжения образца.

Как показывает опыт, при небольших усилиях относительное удлинение ε пропорционально напряжению σ . При больших значениях σ связь становится нелинейной (рис. 12.3). После снятия нагрузки тело может возвратиться в исходное состояние. При дальнейшем увеличении напряжения деформации перестают быть упругими и становятся необратимыми.

Выделим на кривой $\sigma(\varepsilon)$ (рис. 12.3) характерные участки.

Прямолинейный участок 0–а соответствует *закону Гука*:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (12.3)$$

Постоянный коэффициент E называется *модулем Юнга*. Максимальное значение $\sigma_{\text{пл}}$, при котором еще справедливо соотношение (12.3), называется *пределом пропорциональности*, а участок 0–а – областью *пропорциональности*.

Предел пропорциональности определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{пл}} = \frac{F_{\text{пл}}}{S_0},$$

где $F_{\text{пл}}$ – наибольшая нагрузка, при которой еще выполняется закон Гука, S_0 – начальная площадь поперечного сечения образца. На *участке 0–а* деформации носят обратимый характер, т.е. при снятии нагрузки стержень возвращается к первоначальной длине. Такие деформации называются *упругими*, а участок 0–а – областью упругости.

Участок а–б. Деформации растут быстрее, чем нагрузка. Точка б соответствует пределу упругости. Если напряжения не превосходят *предела упругости* σ_y , то материал сохраняет свои упругие свойства.

Предел упругости вычисляется по формуле:

$$\sigma_y = \frac{F_y}{S_0},$$

где F_y – действующая сила.

Участок б–в. Деформации растут без дальнейшего увеличения нагрузки – материал образца начинает «течь».

Предел текучести (напряжение, при котором происходит «течение» материала) определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{т}} = \frac{F_{\text{т}}}{S_0}.$$

Участок в–г. На этом участке наблюдается некоторое увеличение нагрузки на образец (так называемое *упрочение* материала). В точке *г* кривая имеет наибольшую ординату, которая соответствует максимальной нагрузке $F_{\text{пч}}$, при которой материал образца претерпевает разрушение. Для характеристики этого процесса вводится понятие *предел прочности* $\sigma_{\text{пч}}$ – напряжение, при котором происходит разрушение материала:

$$\sigma_{\text{пч}} = \frac{F_{\text{пч}}}{S_0}.$$

Участок г–д. С момента достижения максимальной нагрузки деформация концентрируется на некотором участке образца, оказавшемся наиболее слабым. Сечение образца сильно уменьшается (возникает так называемая «шейка»). Дальнейшее растяжение образца требует меньших нагрузок, и это снижение нагрузок наблюдается вплоть до разрыва образца. Сила $F_{\text{разр}}$, соответствующая разрыву образца, называется *разрушающей*. Величина напряжения $\sigma_{\text{разр}}$ – истинное напряжение разрушения образца:

$$\sigma_{\text{разр}} = \frac{F_{\text{разр}}}{S_{\text{ш}}},$$

где $S_{\text{ш}}$ – площадь сечения образца в месте его разрушения.

Деформация сдвига. Рассмотрим деформацию кубика из однородного изотропного материала под действием распределенных касательных сил, приложенных к его противоположным граням. Для соблюдения условий равновесия кубика необходимо равенство всех касательных напряжений, приложенных к его граням (рис. 12.4 *а*):

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4. \quad (12.4)$$

Здесь τ_i – касательные напряжения, определяемые как отношение силы, действующей на соответствующую грань ($i = 1, 2, 3, 4$), к площади этой грани. Действительно, отсутствие поступательного движения кубика как целого возможно, если

$$\tau_1 = \tau_3, \quad \tau_2 = \tau_4,$$

а отсутствие вращения – если

$$\tau_1 = \tau_4, \quad \tau_2 = \tau_3,$$

что и доказывает условие (12.4).

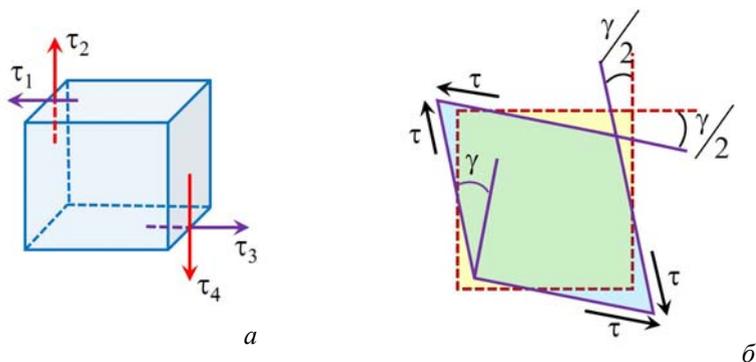


Рис. 12.4. Деформация тела кубической формы под действием распределенных касательных сил.

При изменении напряжений ($\tau_1 - \tau_4$) будут меняться только углы между гранями кубика (но не его объем, см. рис. 12.4 б). Пусть под действием этих напряжений углы между соответствующими гранями изменятся на малый угол γ . Опыт показывает, что для многих материалов при малых деформациях связь между γ и τ линейная (закон Гука для деформации сдвига):

$$\tau = G \cdot \gamma. \quad (12.5)$$

Коэффициент G в (12.5) называется *модулем сдвига*.

Размерности модулей E и G одинаковы (Па).

Деформация изгиба. Если один конец прямого упругого стержня закрепить в твердой стенке («консольное» крепление), а к другому приложить силу F , то стержень изогнется (рис. 12.5 а). При таком изгибе верхние слои стержня будут растягиваться, а нижние – сжиматься. Некоторый средний слой, который называют нейтральным, сохранит длину, но претерпит искривление.

Перемещение λ свободного конца стержня называется *стрелой прогиба*. Стрела прогиба тем больше, чем больше нагрузка, и, кроме того, зависит от формы стержня, его размеров и модуля упругости.

Точный анализ деформаций и напряжений в упругом стержне довольно сложен. Приближенные результаты можно получить, используя так называемую *гипотезу Бернулли*: *в каждом малом объеме стержня происходит только продольная деформация сжатия или растяжения*. Будем считать, что поперечные сечения балки, будучи плоскими до нагружения, остаются плоскими и после нагруже-

ния, поворачиваясь относительно нейтральной линии, разделяющей сжатую и растянутую области сечения (гипотеза плоских сечений).

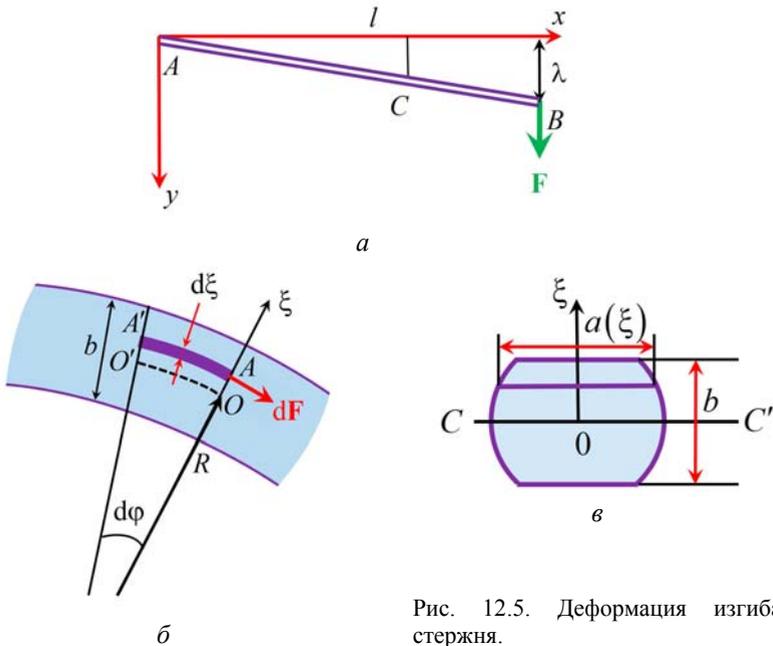


Рис. 12.5. Деформация изгиба стержня.

Определим деформации стержня под действием момента силы, приложенной к его концу: $M = F \cdot l$. Выберем систему координат (x, y) , связанную со стержнем до начала деформации (рис. 12.5 а). Введем также локальную ось 0ξ , перпендикулярную к нейтральному слою деформированного стержня в каждом его сечении (рис. 12.5 б, в).

Предположим, что сечение стержня имеет симметричную форму, т.е. $a(\xi) = a(-\xi)$ на рис. 12.5 в. Будем считать, что деформации в стержне малы, то есть стрела прогиба много меньше его длины ($\lambda \ll l$).

Рассмотрим малый участок стержня (рис. 12.5 б). Относительное удлинение слоя AA' , отстоящего на расстоянии ξ от недеформированного центрального слоя OO' , составляет

$$\varepsilon = \frac{(R + \xi)d\varphi - R d\varphi}{R d\varphi} = \frac{\xi}{R},$$

где R – радиус кривизны нейтрального слоя в данной точке. По закону Гука эта деформация связана с продольным напряжением в слое AA' :

$$\sigma(\xi) = \varepsilon E = E \frac{\xi}{R}.$$

Рассмотрим участок поперечного сечения балки, имеющий малую толщину $d\xi$ в окрестности ξ . Если ширина стержня в этом месте равна $a(\xi)$, то площадь этого участка $dS = a d\xi$. На эту площадку перпендикулярно к ней будет действовать продольная сила

$$dF = \sigma dS = E \frac{\xi}{R} a d\xi,$$

которая создаст момент относительно оси CC' , проходящей через нейтральный слой (рис. 12.5 в):

$$dM = \xi dF = \frac{Ea}{R} \xi^2 d\xi.$$

Полный момент найдем, интегрируя по толщине балки. Если ширина балки везде одинакова и равна a , то

$$M = \frac{Ea}{R} \int_{-b/2}^{b/2} \xi^2 d\xi = \frac{E}{R} \frac{1}{12} ab^3 = \frac{1}{R} EJ. \quad (12.6)$$

Постоянная величина J определяется только размерами и формой поперечного сечения балки и исторически называется «моментом инерции» сечения. Для нашего случая прямоугольного стержня:

$$J = \frac{1}{12} ab^3. \quad (12.7)$$

Эта величина имеет размерность м^3 и, разумеется, это не тот момент инерции, который вводится при рассмотрении вращательного движения тел и который имеет размерность $\text{кг} \cdot \text{м}^2$. Такое название объясняется тем, что $J = a \int_{-b/2}^{b/2} \xi^2 dS$ формально представляет собой момент инерции пластинки единичной плотности относительно горизонтальной оси CC' , проходящей через середину сечения (рис. 12.5 в).

Таким образом, в соответствии с (12.6) в любом сечении балки при ее изгибе момент сил упругости в любом сечении балки при

ее изгибе определяется радиусом кривизны в данной точке. Исходя из этого результата, можно найти форму, принимаемую балкой под действием приложенных сил.

Рассмотрим на балке произвольную точку C с координатой x (рис. 12.5 *a*) Момент силы F относительно этой точки равен $F(l-x)$. При равновесии он должен компенсироваться моментом упругих сил в этом сечении (12.6). Как известно из математики, радиус кривизны кривой равен

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{(1+(y')^2)^{3/2}} \approx y'' ,$$

где штрихи означают порядок производных по x . Здесь учтено, что при малых деформациях $(y')^2 \ll 1$. Из условия компенсации моментов сил следует, что

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{F}{EJ}(l-x).$$

Решая это уравнение, получаем:

$$y = \frac{F}{EJ} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right). \quad (12.8)$$

При интегрировании учтено, что на левом конце $y(0) = y'(0) = 0$. Таким образом, форма балки описывается кубической параболой. Стрела прогиба λ на правом конце ($x=l$) равна

$$\lambda = \frac{Fl^3}{3EJ}. \quad (12.9)$$

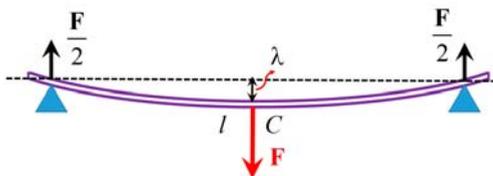


Рис. 12.6. Балка на двух опорах.

Рассмотрим теперь важный для данной задачи случай, когда балка, свободно лежит своими концами на двух опорах, а к ее середине приложена сила F (рис. 12.6). Этот случай легко сводится к предыдущему. Действительно, центральный участок балки (точка C) горизонтален, а каждая ее половина эквивалентна балке, закрепленной в точке C и находящейся под действием силы $F/2$, прило-

женной к другому концу. Поэтому стрелу прогиба находим, просто заменяя в формуле (10.9) l на $l/2$ и F на $F/2$:

$$\lambda = \frac{Fl^3}{48EJ}. \quad (12.10)$$

Экспериментальная установка

Общий вид установки показан на рис. 12.7. На основании 1, 2 установлены стойки 5, 22, на которых закреплены зажимные опоры 20 для измеряемого стержня. Концы стержня опираются на острые ребра прямоугольных призм 6. К середине стержня на петле 7 с помощью крючка подвешивается блок наборных грузов 21 массой от 50 до 250 граммов. Над серединой стержня на кронштейне 19 закреплен индикатор смещений часового типа 12, измерительный щуп 8 которого при измерениях деформации упирается в деформируемый стержень.

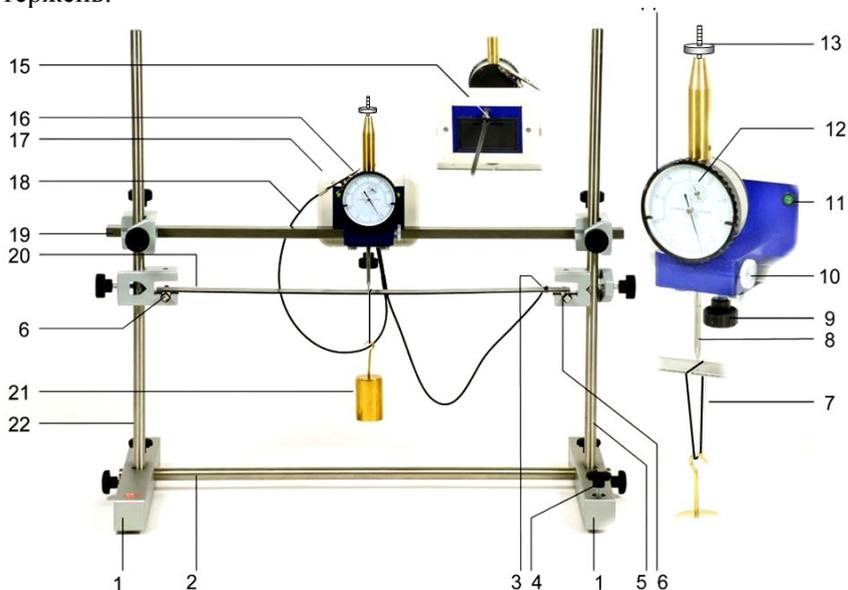


Рис. 12.7. Экспериментальная установка.

Индикатор показан отдельно на рис. 12.8. Проходящий через корпус индикатора измерительный щуп 1 всегда находится под давлением пружины. Если нажать на стержень снизу вверх, он сожмет пружину и переместится в осевом направлении. При этом повернется стрелка 2, конец которой покажет величину перемещения по циферблату, имеющему шкалу в 100 делений, каждое из которых соот-

ветствует перемещению на 0,01 мм. При перемещении щупа на 1 мм *стрелка 2* делает по циферблату полный оборот и пойдет на следующий. Для отсчета числа полных оборотов служит *стрелка 3*. Таким образом, полное перемещение будет суммой целого числа миллиметров, показываемого малой *стрелкой 3*, и сотых долей миллиметра, показываемых большой *стрелкой 2*.

На верхней части индикатора имеется *винт с гайкой-колесиком 13* (рис. 12.7), с помощью которой можно перемещать щуп и регулировать его давление на поверхность.

При наличии контакта щупа с измеряемым металлическим стержнем замыкается низковольтная электрическая цепь и загораются две зеленые *лампочки 11* на корпусе блока индикации контакта (закрепленном сзади индикатора). *Провода этой электрической цепи 3, 18* (рис. 12.7) подключены к *контакту 4* (рис. 12.8) на индикаторе и к одной из опорных призм, на которых лежит измеряемый стержень.

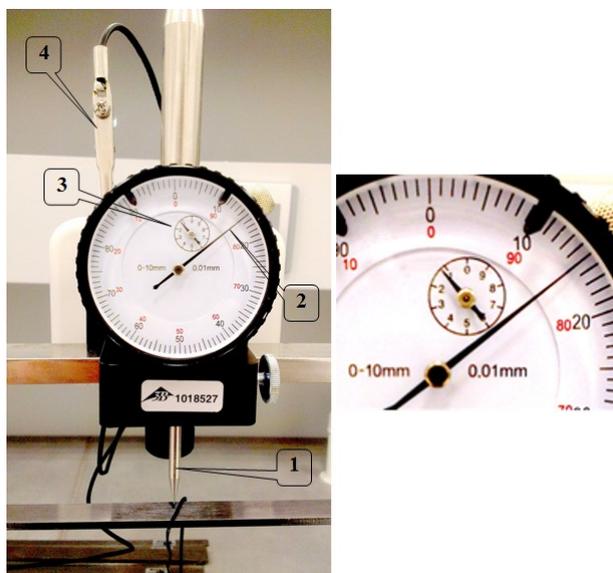


Рис. 12.8. Индикатор перемещения.

1 – щуп; 2 – стрелка шкалы 0-1 мм с шагом 0,01 мм; 3 – стрелка шкалы 0-10 мм с шагом 1 мм; 4 – контакт электрической цепи. Справа – увеличенный фрагмент шкал.

На рабочем месте имеется набор стальных и алюминиевых стержней прямоугольного сечения разной толщины и ширины. Размеры стержней указаны на приклеенных к ним этикетках.

Проведение эксперимента

Все части установки закреплены в нужных положениях, поэтому перед началом работы дополнительной их регулировки не требуется.

Упражнение 1. Проверка закономерностей деформации изгиба и измерение модуля Юнга.

Измерения

Вначале нужно с помощью линейки измерить и записать расстояние между вершинами *призм-опор* b для стержня, которое остается неизменным при последующих измерениях (рис. 12.7).

Чтобы проверить теоретическую формулу (12.10), необходимо измерить стрелу прогиба для образцов разной толщины и ширины. Начать целесообразно со стального стержня (маркировка Fe) с наибольшим сечением, имеющего размеры $415 \times 20 \times 2,97$ мм (415 – это длина стержня в мм). Чтобы положить его на опоры, надо сначала **поднять щуп измерителя**. Для этого вращаем (по часовой стрелке, если смотреть сверху) колесико на винтовой оси наверху индикатора 13 (рис. 12.7), пока **обе стрелки** не встанут на нуль, что соответствует максимальной высоте щупа. Далее осторожно, не касаясь щупа, укладываем стержень по центрам опор.

Теперь надо определить координату начального недеформированного положения стержня. Для этого вращаем указанное колесико против часовой стрелки, пока щуп не коснется поверхности стержня. Момент касания определяется по загоранию зеленых лампочек индикатора контакта.

Для обеспечения хорошей точности измерений прогиба стержня необходимо обратить внимание на следующее.

- Чтобы предотвратить дополнительную нежелательную деформацию стержня из-за нажима щупа, при всех измерениях необходимо обеспечить его минимальное давление. Этому будет соответствовать такая установка колесика перемещения щупа, когда при малейшей вибрации зеленые лампочки будут мигать из-за микроскопических разрывов контакта между щупом и образцом.

- Поиск контакта щупа с образцом следует всегда выполнять 2-3 раза, убеждаясь, что получаются одинаковые результаты в пределах приборной точности ± 0.01 мм.

- Необходимо правильно считывать показания индикатора. Обратите внимание, что показания по большой шкале (цена деления

0.01 мм) возрастают по часовой стрелке (черные цифры), а по малой миллиметровой шкале – против часовой стрелки. Для самопроверки посмотрите на рис. 12.7. Показания индикатора на нем 1,15 мм.

1. Установите стальной стержень (маркировка Fe) с наибольшим сечением $20 \times 2,97 \text{ мм}^3$. Запишите в таблицу измеренную начальную координату x_0 . Убедитесь, что петля для подвески груза находится рядом со щупом.

2. Подвесьте на петлю груз массой 50 г, при этом из-за прогиба стержня контакт щупа со стержнем разорвется, и лампочки погаснут. Вращая колесико подачи щупа 13 (рис. 12.7) против часовой стрелки, надо снова добиться контакта (мигающие лампочки). Запишите новую координату x_1 в табл. 12.1.

Таблица 12.1

Значения стрелы прогиба λ стальных стержней для различных масс m

m , г	Номера стержней											
	№1 Fe $415 \times 20 \times 2,97$			№2 Fe $415 \times 20 \times 1,92$			№3 Fe $415 \times 10 \times 2,96$			№4 Fe $415 \times 10 \times 1,91$		
	x_0	x_1	λ_1	x_0	x_1	λ_2	x_0	x_1	λ_3	x_0	x_1	λ_4
	мм	мм	мм									
50												
100												
150												
200												
250												

3. Аналогично измерьте координаты x_1 , добавляя каждый раз дополнительные грузы массой по 50 г до максимальной массы 250 г (то есть всего 5 измерений). После последнего измерения проверьте отсутствие остаточной деформации стержня. Для этого нужно снять все грузы и снова измерить координату x_0 , которая должна совпасть с ранее измеренной (в пределах приборной точности $\pm 0.01 \text{ мм}$). В случае несовпадения данную серию измерений нужно повторить. Результаты измерений записать в табл. 12.1.

4. Аналогичные измерения провести для стальных стержней с маркировкой Fe $415 \times 20 \times 1,92 \text{ мм}^3$, Fe $415 \times 10 \times 2,96 \text{ мм}^3$ и Fe $415 \times 10 \times 1,91 \text{ мм}^3$. Результаты измерений записать в табл. 12.1.

5. Провести измерения для алюминиевых стержней Al $415 \times 20 \times 1,96 \text{ мм}^3$ и Al $415 \times 10 \times 1,95 \text{ мм}^3$, ограничившись максимальной нагрузкой 200 г. Результаты записать в табл. 12.2.

Таблица 12.2

**Значения стрелы прогиба λ алюминиевых стержней
для различных масс груза**

m , г	Номера стержней					
	№1 Al $415 \times 20 \times 1,96$			№2 Al $415 \times 10 \times 1,95$		
	x_0	x_1	λ	x_0	x_1	λ
	мм	мм	мм	мм	мм	мм
50						
100						
150						
200						

Обработка результатов

1. Для всех исследованных стержней определить значения стрелы прогиба λ при различных массах грузов по формуле: $\lambda = x_1 - x_0$. Результаты записать в табл. 12.1 и 12.2.

2. Проверить теоретическую зависимость стрелы прогиба от ширины и толщины прямоугольного стержня.

Как следует из формул (12.8, 12.10), прогиб прямоугольного стержня должен быть обратно пропорционален его ширине a и кубу его толщины b : $\lambda \sim 1/(ab^3)$.

Для проверки зависимости λ от толщины b достаточно сравнить величины прогибов у стержней №1 Fe и №2 Fe, имеющих одинаковую ширину. Если зависимость от b кубическая, то экспериментальная величина показателя степени p для параметра b , рассчитанная по формуле

$$p = \frac{\ln b_2/b_1}{\ln \lambda_1/\lambda_2},$$

должна быть близка к *трем* при любых нагрузках.

Аналогично, величина q , рассчитанная для стержней №1 Fe и №3 Fe с одинаковой толщиной, но разной ширины a ,

$$q = \frac{\ln a_3/a_1}{\ln \lambda_1/\lambda_3},$$

должна быть близка к 1.

Рассчитайте p и q для всех 5 нагрузок, учитывая погрешность заданных поперечных размеров стержней $S_a = S_b = 0,01$ мм. Найдите их средние значения и стандартные погрешности среднего по формулам:

$$\bar{X} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i \quad \text{и} \quad X_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2}{k(k-1)}},$$

где $X = (p, q)$, $k = 5$. Все результаты запишите в табл. 12.3. Проанализируйте их и сформулируйте выводы.

Таблица 12.3

Значения параметров p и q

m , г	P	S_p	\bar{p}	$S_{\bar{p}}$	q	S_q	\bar{q}	$S_{\bar{q}}$
50								
100								
150								
200								
250								

3. Рассчитайте значения модуля Юнга для исследованных стержней. Так как согласно (12.15) зависимость стрелы прогиба от приложенной силы $F = mg$ для каждого стержня и для каждой нагрузки имеет вид

$$\lambda = \frac{l^3}{48EJ} mg,$$

где $J = ab^3/12$ – «момент инерции» сечения стержня, то вначале рассчитайте величину J для всех четырех образцов, исходя из заданных размеров и считая, что их погрешности равны $\pm 0,01$ мм, и запишите в табл. 12.4. При расчете погрешности J основной вклад обусловлен параметром b , поскольку он входит в кубе, поэтому учетом погрешности, которую вносит измерение ширины a , можно пренебречь.

Таблица 12.4

Значения модуля Юнга для стальных стержней

	J	S_J	A	S_A	E	S_E	\bar{E}	$S_{\bar{E}}$
	мм ⁴	мм ⁴	мм/кг	мм/кг	ГПа	ГПа	ГПа	ГПа
№1 Fe 415 × 20 × 2,97								
№2 Fe 415 × 20 × 1,92								
№3 Fe 415 × 10 × 2,96								
№4 Fe 415 × 10 × 1,91								

Для определения модуля Юнга E постройте для каждого образца графики зависимости стрелы прогиба от величины массы подвешенного груза $\lambda(m)$, аппроксимируйте их прямыми линиями $\lambda(m) = Am$ с помощью метода наименьших квадратов (МНК) и найдите соответствующие коэффициенты A и стандартные погрешности S_A . По полученным данным для каждого образца рассчитайте модуль Юнга по формуле:

$$E = \frac{l^3 g}{48JA}.$$

Перед вычислением модуля Юнга необходимо все величины перевести в систему СИ, значение модуля Юнга необходимо перевести в ГПа.

Ввиду того, что все параметры входят в эту формулу в виде произведения их степеней, при расчете погрешности величины E удобно сначала найти ее относительную погрешность:

$$\delta_E = \frac{S_E}{E} = \sqrt{(3\delta_l)^2 + \delta_J^2 + \delta_A^2},$$

где $\delta_l = S_l/l$, $\delta_J = S_J/J$ и $\delta_A = S_A/A$ – относительные погрешности всех этих величин, а затем – найти абсолютную погрешность $S_E = E\delta_E$.

Поскольку все четыре полученные значения E относятся к одному материалу – стали, найти среднее значение \bar{E} и стандартную погрешность $S_{\bar{E}}$. Это и будет окончательным результатом определения модуля Юнга для стали, из которой сделаны стержни.

Аналогично выполнить обработку результатов для двух стержней из алюминия, записав результаты в табл. 12.5 и построив график $\lambda(m) = Am$.

Таблица 12.5

Значения модуля Юнга для алюминиевых стержней

	J , мм ³	S_J , мм ³	A , мм/кг	S_A , мм/кг	E , ГПа	S_E , ГПа	\bar{E} , ГПа	$S_{\bar{E}}$, ГПа
№1 Al 415 × 20 × 1,96								
№2 Al 415 × 10 × 1,95								

Обязательно сравните полученные значения модулей Юнга с табличными значениями *).

Основные итоги работы

В результате выполнения лабораторной работы должны быть измерены модули Юнга для железа и алюминия, проведено сравнение с табличными значениями. Кроме того, должна быть измерена стрела прогиба для различных ширин и толщин прямоугольных стержней и осуществлена проверка закономерностей деформации изгиба.

*) Значения модуля Юнга для различных материалов представлены в **Приложении 8**.

Контрольные вопросы

1. Какие виды деформаций вам известны? Какие из них считаются элементарными?
2. Сформулируйте закон Гука и условия его применимости.
3. Зависит ли модуль Юнга от геометрических параметров образца?
4. Какие деформации испытывают различные слои стержня при изгибе?
5. Что такое стрела прогиба? Как она зависит от модуля Юнга?
6. Как распределяются нормальные напряжения по высоте сечения стержня при плоском изгибе?
7. От чего зависит момент упругих сил в поперечном сечении стержня?
8. Как получить приближённое дифференциальное уравнение для определения формы изогнутого стержня?
9. Как определить прогиб стержня опытным путём?