



ДИНАМИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА НА СКАМЬЕ С ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКОЙ

Цель работы

Изучение динамики прямолинейного движения тела.

Идея эксперимента

Использование горизонтальной скамьи с воздушной подушкой позволяет практически полностью устранить силу сухого трения между движущимся телом и поверхностью.

Теоретическое введение

В реальном мире, который и является предметом изучения физики, связи между явлениями, материальными объектами столь разнообразны, что их принципиально невозможно описать во всех деталях. Так же, как человек в повседневной жизни пользуется построенными им моделями поведения, общения, модельными (общими) представлениями о происходящих событиях, так и физика при анализе реального мира создает и использует модели физической действительности. При создании моделей принимаются только существенные для данного круга явлений и объектов свойства и связи.

Созданию моделей предшествует формирование понятий, относящихся к объекту исследования. Например, для обозначения физических тел, размеры которых несущественны в условиях данной задачи, вводится понятие *материальная точка*. Это позволяет при формировании моделей более сложных явлений задавать положение материальной точки ее радиус-вектором.

Важнейшим понятием в механике является понятие об *инерциальной системе отсчета* – такой системе отсчета, относительно которой тела остаются в состоянии покоя или движутся равномерно и прямолинейно, если на них не действуют другие тела.

Именно для *инерциальных систем отсчета* сформулированы основные законы классической механики.

Система отсчета – это совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов, синхронизованных в каждой точке пространства.

Тело отсчета – тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

Система координат – совокупность трех некопланарных осей, пересекающихся в одной точке, с указанием на них масштаба. Декартова система координат – это прямоугольная система координат, оси которой – три взаимно перпендикулярные прямые линии, пересекающиеся в одной точке – начале системы координат.

Часы – прибор для измерения времени, принцип действия которого основан на сравнении длительности исследуемого временного интервала с длительностью выбранного за эталон периодического процесса.

Радиус-вектор – вектор, начало которого совпадает с началом системы координат, а конец – с текущим положением материальной точки:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} = \{x, y, z\},$$

где \mathbf{i} , \mathbf{j} и \mathbf{k} – орты системы отсчета S ($|\mathbf{i}|=1$, $|\mathbf{j}|=1$, $|\mathbf{k}|=1$); x , y , z – координаты материальной точки в выбранной системе отсчета.

Закон движения – зависимость радиус-вектора или координат материальной точки от времени:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} = \{x(t), y(t), z(t)\}.$$

Траектория – кривая, вдоль которой движется материальная точка.

Путь – длина траектории от начальной точки движения до конечной.

Перемещение материальной точки $\Delta\mathbf{r}(t)$ – вектор, начало которого находится в начальной, а конец – в конечной точке движения.

Скорость материальной точки

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i} \frac{dx}{dt} + \mathbf{j} \frac{dy}{dt} + \mathbf{k} \frac{dz}{dt}.$$

Ускорение материальной точки

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{i} \frac{dv_x}{dt} + \mathbf{j} \frac{dv_y}{dt} + \mathbf{k} \frac{dv_z}{dt}.$$

Для определения угловой скорости целесообразно вначале ввести в рассмотрение вектор элементарного углового перемещения:

$$d\varphi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[\mathbf{r}(t) \times \mathbf{r}(t + dt)]}{|\mathbf{r}(t)|^2}.$$

Очевидно, что элементарное угловое перемещение равно углу $d\varphi$ (см. рис. 1.1).

Действительно,

$$|d\varphi| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\mathbf{r}(t)| \cdot |\mathbf{r}(t + dt)| \cdot \sin d\varphi}{|\mathbf{r}(t)|^2} = d\varphi.$$

Заметим что $d\varphi$ – псевдовектор, или аксиальный вектор, а его направление определяется выбором правой или левой тройки базисных векторов системы координат.

Угловая скорость также является векторной величиной:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}.$$

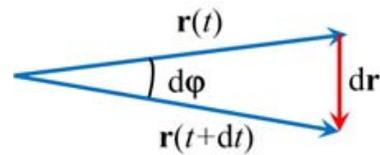


Рис. 1.1. Элементарное угловое перемещение.

Уравнения кинематической связи – уравнения, связывающие кинематические характеристики тел системы.

Первый закон Ньютона. Существуют такие системы отсчета, относительно которых изолированная материальная точка (на которую не действуют силы) движется равномерно и прямолинейно или покоится. Такие системы отсчета называются **инерциальными**.

Второй закон Ньютона. В инерциальной системе отсчета произведение массы материальной точки на ее ускорение равно сумме всех сил, действующих на эту материальную точку:

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i.$$

Третий закон Ньютона. Силы взаимодействия двух материальных точек:

- равны по модулю,
- противоположны по направлению,
- направлены вдоль прямой, соединяющей материальные точки,
- одной природы,
- приложены к разным материальным точкам.

Уравнение движения – второй закон Ньютона, записанный в векторной форме или в проекциях на оси инерциальной системы отсчета:

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i \text{ или } \begin{cases} ma_x = \sum_i F_{ix}, \\ ma_y = \sum_i F_{iy}, \\ ma_z = \sum_i F_{iz}. \end{cases}$$

Заметим, что уравнение движения можно записать в проекциях на любую, в том числе и равномерно движущуюся относительно инерциальной системы отсчета ось. Для этого достаточно умножить скалярно левую и правую части векторного уравнения движения на единичный вектор (орт), задающий направление этой оси, например на направление скорости $\boldsymbol{\tau}$ в данный момент и на направление, перпендикулярное скорости, \mathbf{n} :

$$\begin{aligned} ma_n &= \sum_i F_{in}, \\ ma_\tau &= \sum_i F_{i\tau}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{a}_n(t) = a_n(t)\mathbf{n}(t)$ и $\mathbf{a}_\tau(t) = a_\tau(t)\boldsymbol{\tau}(t)$ – соответственно нормальная и тангенциальная составляющие ускорения материальной точки.

Законы динамики – это три закона Ньютона и законы, описывающие индивидуальные свойства сил.

Реальное тело можно рассматривать как систему материальных точек. Согласно теореме о движении центра масс, для механических систем (тел) второй закон Ньютона сохраняет свою форму, только ускорение понимается как *ускорение центра масс*, и учитываются только *внешние* силы, действующие на тело. Третий закон Ньютона также выполняется – силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению.

В данной лабораторной работе изучается поступательное движение тела по прямой под действием постоянной силы \mathbf{F} . Для проверки выполнения второго закона Ньютона при движении центра масс тела нужно убедиться, что:

- под действием постоянной силы центр масс тела движется равноускоренно;
- ускорение центра масс обратно пропорционально массе тела;
- ускорение центра масс тела прямо пропорционально силе.

Для реализации этих измерений принципиально важно устранить действие на тело всех других сил (в первую очередь – силы трения) кроме одной известной силы F . Для этой цели оптимально использовать воздушную подушку, которая создается при нагнетании воздуха между телом и поверхностью, которая разрывает контакт между ними. В этом случае отсутствует сила сухого трения между телом и опорой, но остается сила вязкого трения, которая очень мала ввиду малости коэффициента вязкости воздуха. Отличительной особенностью вязкого трения является отсутствие трения покоя, поэтому тело приводится в движение любой, даже малой силой.

Схема эксперимента

Принципиальная схема установки представлена на рис. 1.2.

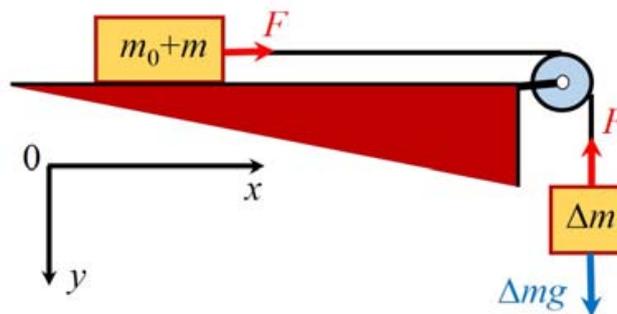


Рис. 1.2. Схема установки ($\Delta m \ll m_0, m$).

Запишем уравнения движения, считая, что нить невесома, а трения нет:

для тела 1: $(m_0 + m)a_{1x} = F$;

для тела 2: $\Delta m \cdot a_{2y} = \Delta mg - F$.

Кинематическая связь: $a_{1x} = a_{2y} = a$ (следствие нерастяжимости нити).

Решение системы уравнений дает:

$$a = g \frac{\Delta m}{m_0 + m + \Delta m} , \quad (1.1)$$

$$F = g \frac{\Delta m(m_0 + m)}{m_0 + m + \Delta m} = (g - a)\Delta m . \quad (1.2)$$

В процессе выполнения работы можно варьировать массы m и Δm .

Экспериментальная установка

Общий вид скамьи с воздушной подушкой показан на рис. 1.3, а ее поперечное сечение схематически представлено на рис. 1.4. Скамья представляет собой длинную *трубу* 1 квадратного сечения с одним глухим концом и с большим числом малых *отверстий* 2 по всей длине, через которые выходит воздух, нагнетаемый компрессором с другого конца.



Рис. 1.3. Общий вид воздушной скамьи (показано две каретки).

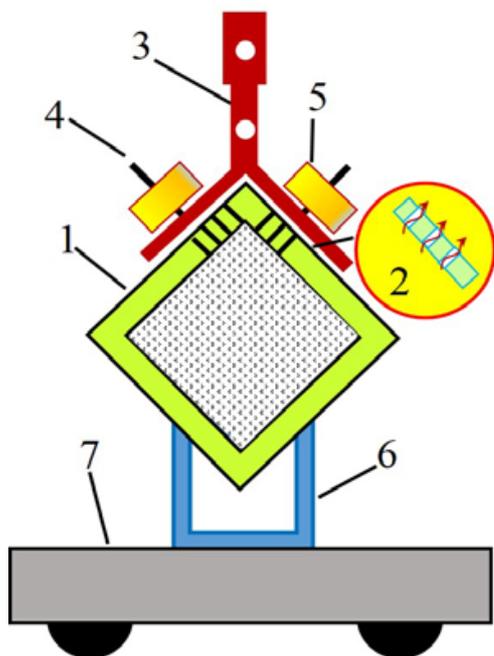


Рис. 1.4. Поперечное сечение воздушной скамьи.

По скамье может скользить *каретка* 3, опирающаяся на скамью двумя опорными поверхностями. На каретке имеются *штырьки* 4 для установки на ней цилиндрических *грузов* 5. При нагнетании воздуха между этими поверхностями и скамьей возникает воздушная подушка. В каретке имеются отверстия, предназначенные для крепления на ней дополнительных элементов – крючка для тяговой нити, флажка для фотодатчика и др. Труба закреплена на опорном *U-образном элементе* 6, который в свою очередь опирается на *подставку* 7 с регулируемыми по высоте ножками (для точной уставки скамьи по горизонтали).

Вид скамьи сбоку показан на рис. 1.5. К левому торцу скамьи подключена *труба* 1 от воздушного компрессора. На конце скамьи закреплен *электромагнит* 2 (служит

для фиксации каретки 5 перед началом движения), который управляется кнопкой 3 на пульте коммутации 4. На каретке закреплены железный сердечник 6, обеспечивающий ее притяжение к магниту, и с противоположной стороны – крючок 7 для присоединения тонкой нити 8. На правом конце скамьи нить перекинута через блок 9. К петле на ее конце подвешиваются грузы в виде крючков 10.

Система приводится в движение в результате натяжения нити, обусловленного действием на грузы 10 силы тяжести.

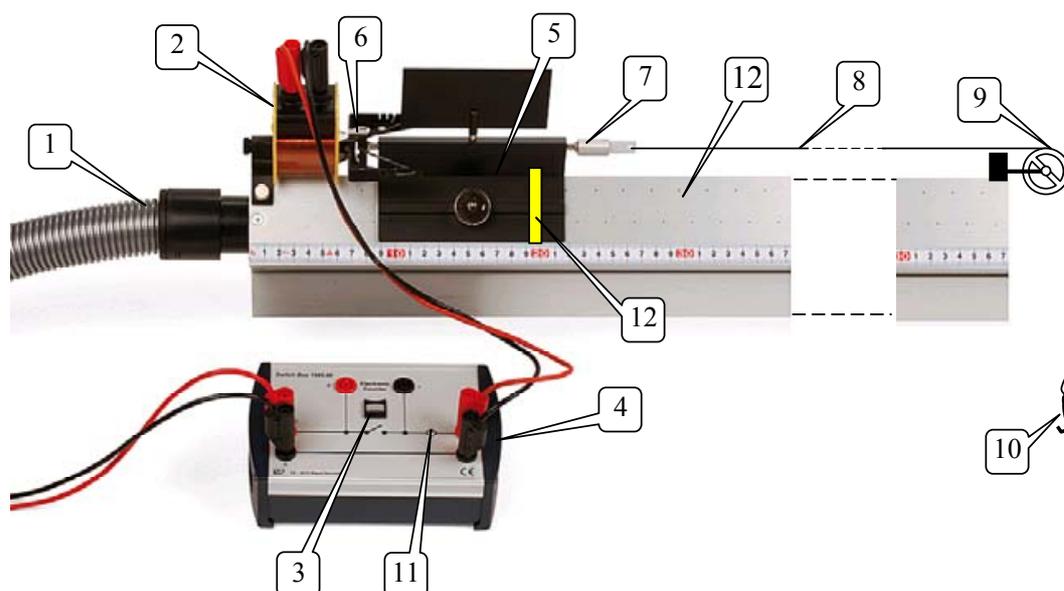


Рис. 1.5. Воздушная скамья (вид сбоку) и пульт коммутации для пуска каретки.

Для измерения времени прохождения кареткой заданного пути используется цифровой таймер^{*}), который запускается в момент отрыва каретки от магнита при нажатии пусковой кнопки 3 на пульте и останавливается сигналом от фотодатчика, когда его пересекает флажок, горизонтально установленный на каретке. Положение каретки определяется по переднему в направлении движения краю этого флажка и отсчитывается по шкале, расположенной вдоль скамьи. Поскольку флажок находится далеко от шкалы, на боковой части каретки вблизи шкалы приклеена индикаторная полоса 12, правый край которой совпадает с передним краем флажка и используется для определения координаты каретки.

^{*}) Описание управления цифровым таймером описано в *Приложении 1*.

Начальное (левое) положение каретки на скамье фиксируется магнитом и не регулируется. Конец измеряемого пути определяется координатой фотодатчика. Так как высота опускания груза ограничена высотой стола над полом, рабочая часть скамьи меньше ее полной длины и ограничена справа мягкой амортизирующей накладкой.

В комплект задачи также входят: настольный компрессор для подачи сжатого воздуха и источник постоянного тока для питания пускового магнита (рис. 1.6). На рабочем месте имеются 4 цилиндрических груза (5 на рис. 1.4) по 50,0 граммов каждый для установки на каретку, и 5 крючков массой 2,1 грамма каждый для подвешивания на нить (10 на рис. 1.5).

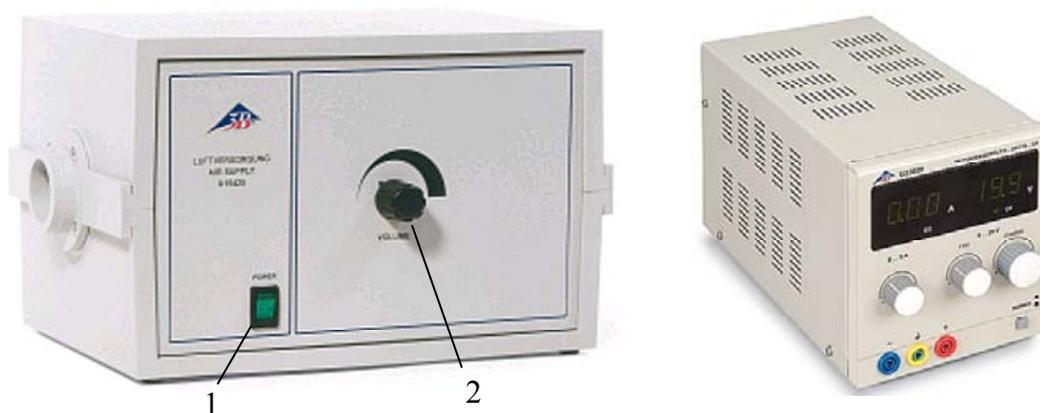


Рис. 1.6. Настольный компрессор (слева) и источник постоянного тока (справа).

Массы грузов и деталей установки:

каретка с установленными элементами:

$$m_0 = 214,2 \text{ г};$$

грузы для установки на каретку:

$$m = 50,0 \text{ г} - 4 \text{ шт.};$$

грузы для подвески на нить (крючки)

$$\Delta m = 2,1 \text{ г} - 5 \text{ шт.}$$

Эксперимент

Все электрические соединения на установке выполнены заранее, поэтому установка полностью готова к работе.

Перед началом работы следует убедиться, что включены таймер (светится его индикатор) и источник постоянного тока (показывает напряжение 6 В). Ручку 15 выбора режима работы таймера (см. **Приложение 1**) установить в одно из трех положений, соответствующих измерению интервалов времени (значок Δt_{AB}), при котором загорится индикаторный светодиод «ms» в группе светодиодов 5, и

на индикаторе 6 появится знак десятичной запятой, определяющий десятые доли миллисекунды. Этот режим обеспечит максимальную для данного прибора точность измерения интервалов времени.

Передвиньте каретку влево до упора и запишите значение координаты x_0 по шкале, совпадающей с правым краем индикаторной полосы на каретке. Эта координата будет началом отсчета перемещения каретки во всех упражнениях. Фотодатчик установите у противоположного конца скамьи в положение $x_0 + s$, где s – длина требуемого пути. Положение датчика определяется по положению его центра, где расположено отверстие фотодиода.

Упражнение 1. Проверка постоянства ускорения тела при его движении под действием постоянной силы.

Измерения

Если тело движется с постоянным ускорением без начальной скорости, то его путь определяется формулой $s = at^2/2$. Чтобы экспериментально проверить это соотношение, нужно экспериментально измерить время прохождения кареткой ряда заданных расстояний и убедиться, что перемещение будет пропорционально квадрату времени.

1. Установите на каретку два груза (общей массой 100 г) и подвесьте на нить все 5 крючков (суммарной массой 10,5 г).

2. Установите фотодатчик в положение, при котором $s = 100$ мм, а начальная координата $x_0 = 185$ мм.

3. Включите компрессор кнопкой 1 (см. рис. 1.6). Ручка регулятора мощности 2 должна находиться в положении, соответствующем приблизительно 2/3 от максимального положения (направление риски на ручке соответствует 3 часам на часовом циферблате). Передвинув каретку по скамье, убедитесь, что она легко скользит и без помех проходит мимо фотодатчика, а флажок на каретке перекрывает переднюю часть датчика.

4. Передвинув каретку к магниту, нажмите кнопку 3 на пульте и убедитесь, что каретка удерживается электромагнитом и горит лампочка 11 (см. рис. 1.5). Нажмите кнопку «Reset» на таймере, при этом на индикаторе должны появиться нулевые показания. Установка готова к работе.

5. Нажмите кнопку 3 на пульте; лампочка 11 погаснет, электромагнит отключится, каретка придет в движение, и таймер начнет отсчет времени. После прохождения каретки мимо фотодатчика

таймер покажет время t_i прохождения заданного пути. Запишите s и t_i в табл. 1.1.

6. После остановки каретки на упоре в конце скамьи снова передвиньте ее к магниту и нажмите кнопку на пульте для включения магнита, а затем кнопку «Reset» на таймере. Установка готова к повторному пуску. Проведите измерение времени прохождения каретки еще дважды. Результаты запишите в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Значение времени t_i для различных значений пути s

x	s	t_i	\bar{t}	$\sigma_{\bar{t}\Sigma}$	\bar{t}^2	$\sigma_{\bar{t}^2}$	A	σ_A	a	σ_a
м	м	с	с	с	с ²	с ²	с ² /м	с ² /м	м/с ²	м/с ²
	0,1									
...										

Начальная координата $x_0 =$

7. Увеличьте длину пути на 100 мм и снова проведите измерения t_i трижды. Результаты запишите в табл. 1.1.

8. Последовательно увеличивая путь на 100 мм (в интервале до 800 мм) проведите измерения t_i в соответствии с пп. 5 и 6. Результаты запишите в табл. 1.1.

Обработка результатов

1. Для каждого значения пути вычислите среднее арифметическое значение времени:

$$\bar{t} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_i .$$

2. Вычислите случайную погрешность $S_{\bar{t}}$ среднего арифметического*) по формуле:

*) Краткие сведения о погрешностях измерений представлены в *Прилож. 2 и 3.*

$$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{1}{k(k-1)} \sum (t_i - \bar{t})^2}.$$

3. Рассчитайте суммарную погрешность по формуле:

$$\sigma_{t\Sigma} = \sqrt{S_{\bar{t}}^2 + \sigma_t^2},$$

где σ_t – приборная погрешность таймера. При отсутствии заводского описания погрешность цифровых приборов можно приближенно оценить в 2-3 единицы младшего разряда индикатора. В нашем случае это 0,2 мс.

Результаты пп. 1–3 запишите в табл. 1.1.

4. Вычислите \bar{t}^2 и погрешности определения этих величин по формуле для косвенных измерений

$$\sigma_{\bar{t}^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\bar{t}^2)}{\partial\bar{t}}\right)^2} \cdot \sigma_{\bar{t}\Sigma} = 2\bar{t} \cdot \sigma_{\bar{t}\Sigma}.$$

Результаты запишите в табл. 1.1.

5. Постройте график*) зависимости $t^2(s)$. Методом наименьших квадратов**) определите коэффициент A для линейной аппроксимации $t^2 = As$ и его погрешность σ_A . Результаты запишите в табл. 1.1.

6. Вычислите ускорение $a = 2/A$ и погрешность по формуле для косвенных измерений

$$\sigma_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial A}\right)^2} \cdot \sigma_A = \frac{a^2}{2} \sigma_A$$

Результаты запишите в табл. 1.1.

7. Рассчитайте ускорение по формуле (1.1) и сравните это значение с полученным экспериментально. Ускорение свободного падения на широте Баку $g = 9,8010 \text{ м/с}^2$ ***).

*) Правила графического оформления результатов эксперимента представлены в **Приложении 4**.

) Краткое описание метода наименьших квадратов (МНК) представлено в **Приложении 5.

***) Значения g для различных городов указаны в **Приложении 6**.

Упражнение 2. Исследование зависимости ускорения тела от его массы.

В данном упражнении сила, вызывающая ускорение, постоянна, а полная масса M каретки меняется путем навешивания на нее дополнительных грузов.

Измерения

1. Установите фотодатчик в положение, соответствующее максимальному пути $s = 800$ мм. Оставьте на нити груз из 5 крючков. Снимите с каретки все грузы.

Таблица 1.2

Значение времени t_i для различных масс каретки

m	M	t_i	\bar{t}	$\sigma_{\bar{t}}$	a	σ_a	y	σ_y
кг	кг	с	с	с	м/с ²	м/с ²	Н	Н
0,0								
0,05								
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0,2								

2. Измерьте время прохождения пути (см. *упр. 1*) три раза. Результаты запишите в табл. 1.2.

3. Повторите измерения в соответствии с п. 2, каждый раз добавляя по два груза массой 50 г (до максимальной нагрузки $m = 200$ г). Результаты запишите в табл. 1.2.

Обработка результатов

Как видно из формулы (1.1), при постоянной приложенной силе произведение полной массы движущейся системы M на ее ускорение a должно быть постоянным, и равняться этой силе:

$$Ma = (m_0 + m + \Delta m)a = g\Delta m = \text{const}.$$

Δm	t_i	\bar{t}	$\sigma_{\bar{t}\Sigma}$	a	σ_a	$A_{\text{эксп}}$	$\sigma_{A_{\text{эксп}}}$	$A_{\text{теор}}$	$\sigma_{A_{\text{теор}}}$
г	с	с	с	м/с ²	м/с ²	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}$
4,2									
10,5									

Обработка результатов

В условиях проводимого эксперимента масса подвешенного груза мала по сравнению с другими массами: $\Delta m \ll m_0 + m$, поэтому из (1.1) и (1.2) получаем следующие приближения:

$$F = g \cdot \Delta m \left(1 - \frac{\Delta m}{m_0 + m + \Delta m} \right) \simeq g \cdot \Delta m \left(1 - \frac{\Delta m}{m_0 + m} \right) \simeq g \cdot \Delta m,$$

$$a \approx \frac{g \Delta m}{m_0 + m} = \frac{F}{m_0 + m}. \quad (1.3)$$

Таким образом, хотя каретка ускоряется силой натяжения нити F , однако ее величина в данном случае практически совпадает с величиной силы тяжести $g \Delta m$, действующей на подвешенный груз. Как видно из (1.3), при таком приближении относительная ошибка будет равна

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta m}{m_0 + m}$$

и в зависимости от величины Δm составляет 0,5 – 2,5%, т.е. не превышает 2,5%.

Ускорение каретки должно линейно зависеть от действующей на нее силы, т.е. быть пропорциональным Δm с коэффициентом пропорциональности

$$A_{\text{теор}} = \frac{g}{m_0 + m}.$$

1. Вычислите значения: \bar{t} , $\sigma_{\bar{t}\Sigma}$ (как в *унр. 1*).

2. Вычислите ускорения по формуле $a = 2s/t^2$ и соответствующие погрешности $\sigma_a = 2a(\sigma_t / \bar{t})$. Результаты пп. 1 и 2 запишите в табл. 1.3.

3. Постройте график зависимости a от Δm . Методом наименьших квадратов определите коэффициент $A_{\text{эксп}}$ в формуле $a = A_{\text{эксп}} \Delta m$ и погрешность значения $A_{\text{эксп}}$. Помимо координат точек, при расчете, используйте и найденные для них интервалы погрешностей. Результаты записать в табл. 1.3.

4. Вычислите $A_{\text{теор}}$ и соответствующую погрешность (по формулам для косвенных измерений). Результаты запишите в табл. 1.3.

5. Сравните значения $A_{\text{эксп}}$ и $A_{\text{теор}}$.

Основные итоги работы

В результате выполнения работы должен быть получен ответ на вопрос: является ли движение тела вдоль наклонной плоскости равноускоренным, а ускорение – не зависящим от массы и пропорциональным приложенной силе.

Контрольные вопросы

1. Что такое инерциальные системы отсчета? Сформулируйте первый закон Ньютона.
2. Что такое масса? Как ее измерить?
3. Сформулируйте второй закон Ньютона.
4. Сформулируйте третий закон Ньютона.
5. Напишите уравнение движения для тележки, соединенной с грузом нитью, перекинутой через блок.
6. Напишите закон движения для тележки.
7. Что такое скорость и ускорение тела?
8. Что такое средняя скорость, мгновенная скорость?
9. Объясните использованные в задаче способы проверки второго закона Ньютона.