

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени
М. В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ФИЗИКИ
КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
**«ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРЕМНИЕВОЙ
МЕТАМЕМБРАНЫ С МАКСИМАЛЬНОЙ
ХИРАЛЬНОСТЬЮ ДЛЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО
ДИАПАЗОНА»**

Выполнил
студент 2 курса магистратуры
группы 221М
Роман Олегович Маликов

Научный руководитель:
проф. Сергей Григорьевич Тиходеев

Допущен к защите _____

Зав. кафедрой _____

Москва
2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.	5
1. Обзор литературы	5
2. Численные методы расчета	6
2.1. Фурье-модальный метод	6
2.2. Метод S-матрицы рассеяния	10
2.3. Собственные моды	13
2.4. Генетический алгоритм оптимизации	14
3. Результаты исследований	16
3.1. Геометрия исследуемой структуры	16
3.2. Параметры циркулярного дихроизма	18
3.3. Собственные моды	26
3.4. Отклонение от начальной геометрии с понижением сим- метрии	33
3.5. 3D хиральная система	39
3.6. Резонатор на основе 3D хиральных структур	45
3.7. Экспериментальные данные	47
ВЫВОДЫ	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	50
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	51

ВВЕДЕНИЕ

Поляризационные преобразователи и фильтры являются важными оптическими устройствами, широко используемыми в спектроскопии, сенсорике, включая био- и медицинскую сенсорiku, обработке оптической информации и других областях. Большие возможности для разработки таких оптических устройств появились в последние десятилетия благодаря развитию технологий нано- и микроструктуризации различных материалов — полупроводников, диэлектриков — и появлению метаматериалов и метаповерхностей. Важное значение при этом имеют исследования в области терагерцовой оптики.

Целью данной работы является разработка кремниевой метамембраны для терагерцового диапазона, обладающей так называемым максимально хиральным откликом.

Устройства с максимально хиральным откликом для оптического диапазона в последнее время привлекли большой интерес исследователей [1, 2]. Они обладают свойством резонансно преобразовывать, например, правую циркулярную поляризацию с конверсией в левую при пропускании света, одновременно отражая левую циркулярную поляризацию в левую (или наоборот). Нужно отметить, что циркулярная поляризация определяется по направлению вращения винта, который направлен на наблюдателя. В настоящей работе показано, что устройства, обладающие максимально хиральным откликом, могут быть реализованы с использованием гораздо более простой геометрии, а именно, в виде двумерной моноклинной решетки цилиндрических отверстий в свободно подвешенном (или изготовленном на диэлектрической подложке) плоском слое кремния.

Под 3D хиральностью понимается свойство объекта не совмещаться со своим зеркальным отражением. 2D хиральной является та система, которая представляет собой слой с горизонтальной плоскостью симметрии и не имеет

вертикальных плоскостей зеркальной симметрии. 2D хиральная кремниевая метамембрана проще в изготовлении и в исследовании.

Симметрии геометрии C_2 и C_{2h} , объекты которых рассматриваются в работе, позволяют разделить в базисе циркулярных поляризаций коэффициенты отражения R_{ij} и пропускания T_{ij} (правый индекс обозначает начальное состояния, а левый — конечное) с конверсией и без конверсии поляризации. Из-за этого можно определить коэффициенты циркулярного дихроизма отражения CDR и пропускания CDT

$$\text{CDR} = \frac{R_L - R_R}{R_R + R_R}, \quad \text{CDT} = \frac{T_L - T_R}{T_L + T_R},$$

где $R_L = R_{RL} + R_{LL}$ и т.д., достигающие максимально возможных значений $+1$ и -1 соответственно на резонансной длине волны в случае отсутствия потерь.

В работе определены оптимальные параметры кремниевой метамембраны с моноклинной элементарной ячейкой под терагерцовый диапазон для достижения максимально хирального отклика. Для объяснения резонансного отклика проведено теоретическое исследование собственных мод структуры. Также в работе рассмотрена моноклинная решетка воздушных отверстий на подложке конечной толщины, на основе которой рассмотрен резонатор циркулярно поляризованного света.

Структуры такой геометрии были недавно изготовлены и экспериментально исследованы, и было продемонстрировано качественное и количественное согласие с нашими расчетами [3].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1. Обзор литературы

Изучаемая в данной работе метаповерхность является так называемым двумерным фотонно-кристаллическим слоем, то есть, материалом с двумерно-периодической в плоскости слоя диэлектрической проницаемостью с субволновыми размерами элементарной ячейки. Первые фотонные кристаллы и метаповерхности были изучены в работах [4,5]. С наличием периодичности связано существование разрешенных и запрещенных зон в дисперсионной зависимости частоты фотонов от их продольного (к плоскости слоя) импульса, что можно использовать для достижения максимального пропускания или отражения света той или иной линейной или циркулярной поляризации в определенной области длин волн. Хиральные метаматериалы и метаповерхности представляют собой перспективный класс оптических структур, позволяющих эффективно управлять циркулярной поляризацией света [6–12].

Такие структуры актуальны также и в терагерцовом диапазоне, где в последнее время изучаются поляризационные устройства [13–17]. В последние годы значительное внимание уделяется разработке хиральных метамембран, в том числе диэлектрических, с так называемой максимальной хиральностью — способностью полностью пропускать излучение одной круговой поляризации с одновременной конверсией в противоположную и полностью отражать излучение другой поляризации без конверсии [1, 2, 18–20]. Такие структуры позволяют реализовать идеальный круговой дихроизм и находят применение в поляризационной оптике, сенсорике, квантовых технологиях и медицине [21–28].

Один из подходов к созданию хиральных откликов основан на использовании фотонно-кристаллических слоёв с элементарной ячейкой, обладающей симметрией класса C_2 или C_{2h} [1, 2, 20, 26, 29].

В работе [1] была предложена структура с квадратной решёткой, содер-

жащей комбинацию центрального цилиндрического и двух боковых эллиптических отверстий, оптимизированная для ближнего ИК-диапазона.

Позднее геометрия с квадратной решёткой, содержащей комбинацию центрального квадратного и двух боковых прямоугольных отверстий, была адаптирована для нанокристаллического алмаза в среднем ИК-диапазоне (целевой диапазон длин волн 10–12 мкм), где также была продемонстрирована максимальная хиральность в отсутствие потерь. Однако при изготовлении такой структуры на практике методом лазерной абляции оказалось, что при толщине диэлектрического алмазного слоя в 4 мкм образуется поглощающий поверхностный слой металлического графита толщины ~ 100 нм, и поглощение в нем существенно снижает хиральность отклика [20].

2. Численные методы расчета

Для расчёта электромагнитных полей в системах применяется метод Фурье-модального разложения и формализм S -матрицы рассеяния [6, 30–32], откуда рассчитываются коэффициенты пропускания и отражения.

Для определения собственных мод системы используется поиск полюсов S -матрицы рассеяния методом линеаризации частотной зависимости обратной S -матрицы [31, 32].

Для поиска оптимизированных наборов геометрических параметров, обеспечивающих максимальные значения интересных в данной работе коэффициентов на заданной длине волны, был использован генетический алгоритм оптимизации [33–37].

2.1. Фурье-модальный метод

Данный подход основан на разбиении периодической структуры вдоль осей x и y на слои, однородные вдоль направления распространения электромагнитной волны (перпендикулярного плоскости метамембраны) — вдоль оси z (см. рис. 1) — для решения уравнений Максвелла. В каждом таком слое по направлениям осей x и y электромагнитное поле представляется в

виде разложения по плоским волнам, соответствующим обратной решётке двумерной периодической структуры. Граничные условия на стыках слоёв обеспечивают непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, что позволяет последовательно сшивать решения и находить полный отклик системы.

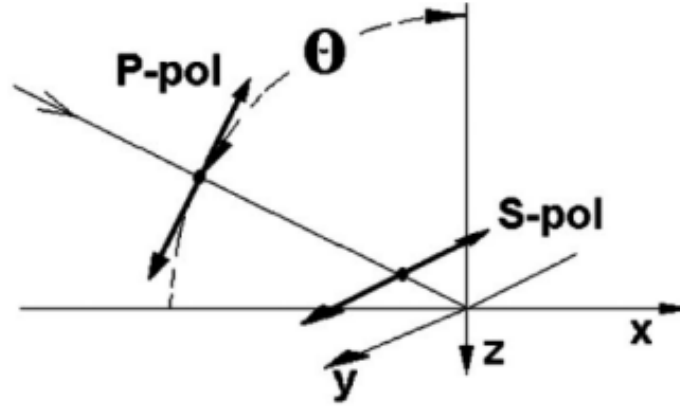


Рисунок 1 – Система координат и поляризация падающего излучения.

Волновой вектор $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ падающей электромагнитной волны частоты ω представляется в декартовой системе координат обычным образом как

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \varphi, \\ k_y &= \frac{\omega}{c} \sin \theta \sin \varphi, \\ k_z &= \frac{\omega}{c} \cos \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Учитывая гармонические зависимости полей $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B} \sim \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$, получим систему уравнений, которую требуется решить

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= i\frac{\omega}{c}\vec{B}, \\ \nabla \times \vec{H} &= -i\frac{\omega}{c}\vec{D}. \end{aligned} \quad (2)$$

Учитывая только диэлектрические свойства системы и не учитывая магнитные ($\mu = 1$), эту систему нужно решать с материальными уравнениями

вида

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \epsilon \vec{E}, \\ \vec{B} &= \vec{H}.\end{aligned}\tag{3}$$

После преобразований, получим систему уравнений на электрические поля, которую требуется решить

$$\begin{aligned}-\Delta \vec{E} + \text{grad div} \vec{E} &= \frac{\omega^2}{c^2} \vec{D}, \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E}.\end{aligned}\tag{4}$$

Находя из них электрические поля, с помощью первого роторного уравнения можно найти также и магнитные поля.

Собственно для решения уравнений на электрические поля применим Фурье-модальный метод.

Поскольку рассматриваемая система периодическая вдоль осей x и y для каждого слоя вдоль оси z , решения внутри него в согласии с теоремой Блоха можно разложить в ряд Фурье по плоским волнам

$$\vec{E} = \sum_{\vec{G}} \vec{E}_{\vec{G}} e^{ik_{x,\vec{G}}x + ik_{y,\vec{G}}y + iKz},\tag{5}$$

где введен вектор обратной решетки

$$\vec{G} = \left(\frac{2\pi}{p_x} g_x, \frac{2\pi}{p_y} g_y, 0 \right),\tag{6}$$

$$g_x, g_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty,\tag{7}$$

где p_x, p_y — периоды структуры вдоль осей x и y соответственно, и поэтому

$$k_{x,\vec{G}} = k_x + G_x,\tag{8}$$

$$k_{y,\vec{G}} = k_y + G_y,\tag{9}$$

$$k_{z,\vec{G},m} = \sqrt{\frac{\omega^2 \epsilon_m}{c^2} - (k_x + G_x)^2 - (k_y + G_y)^2},\tag{10}$$

где для вакуума $m = v$ и $\epsilon_v = 1$, а для материала $m = s$ и $\epsilon_s = \epsilon$.

При численном же счете возможно разложение до конечного числа членов, максимальный по модулю из которых обозначим за $g_{mx,ax}$ и $g_{y,max}$ в направлении x и y соответственно, отсюда, для всей системы будет использоваться $N_g = (2g_{x,max} + 1)(2g_{y,max} + 1)$ векторов обратной решетки.

Из численных расчетов оказалось, что для диэлектрических структур уже при $g_{max} \sim 3-4$ имеет место хорошая сходимость, а при $g_{max} \sim 6-7$ достигается практически неизменная картина [6]. Для металлических же структур из-за сильного эффекта Гиббса требуется на порядок большее g_{max} . Кроме того, для лучшей сходимости можно использовать адаптивное пространственное разрешение [38].

По аналогии будут иметь тот же вид и остальные поля $\vec{D}$, $\vec{H}$, $\vec{E}$ внутри данного слоя.

Из преобразования Фурье для материального уравнения на электрическое поле с учетом интересующей нас диэлектрической проницаемости ϵ , постоянной в слое z и периодической в плоскости (xy) имеем

$$\vec{D}_{\vec{G}} = \sum_{\vec{G}'} \epsilon_{\vec{G}\vec{G}'} \vec{E}_{\vec{G}'}, \quad (11)$$

$$\epsilon_{\vec{G}\vec{G}'} = \frac{1}{S} \int_S \epsilon(\vec{r}) e^{i(\vec{G}' - \vec{G}) \cdot \vec{r}} d\vec{r}, \quad (12)$$

где S — площадь элементарной ячейки.

Далее, используя Фурье-модальное разложение в уравнении Максвелла, подставляя уравнение на третью компоненту $\vec{D}$ в первые два уравнения, введя $2N_g$ -мерный вектор горизонтальных Фурье-компонент электрического

поля

$$\vec{\mathcal{E}}_{\parallel} = \begin{pmatrix} E_{x, \vec{G}_1} \\ \vdots \\ E_{x, \vec{G}_{N_g}} \\ E_{y, \vec{G}_1} \\ \vdots \\ E_{y, \vec{G}_{N_g}} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

получим матричное уравнение вида

$$\mathcal{M} \vec{\mathcal{E}}_{\parallel} = \mathcal{K}^2 \mathcal{N} \vec{\mathcal{E}}_{\parallel}, \quad (14)$$

представляющее собой уравнение на собственные вектора

$$\mathcal{E}_{\parallel} = \left(\vec{\mathcal{E}}_{\parallel}^{(1)}, \dots, \vec{\mathcal{E}}_{\parallel}^{(2N_g)} \right) \quad (15)$$

и собственные значения $(K^{(i)})^2, i = \overline{1, 2N_g}$. Матрицы $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ размерности $2N_g \times 2N_g$ составлены из волновых векторов, векторов обратной решетки и частоты ω и имеют определенный вид для разных геометрий систем. Матрица $\mathcal{K}^2$ размерности $2N_g \times 2N_g$ представляет собой матрицу собственных значений волновых векторов в квадрате $(K^{(i)})^2$, расположенных на главной диагонали.

2.2. Метод S-матрицы рассеяния

Для учета перехода электромагнитного поля от одного значения $z = \text{const}$ со своей периодической в плоскости (xy) функцией диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x, y, z = \text{const})$ к следующему $z' = \text{const}$ со своей функцией диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(x, y, z' = \text{const})$ можно воспользоваться Т-матрицей переноса. В данном формализме связываются поля с одной стороны от структуры с полями по другую сторону от структуры. Однако в процессе расчета коэффициентов Т-матрицы, учитывая падающую с одной стороны волну и отсутствующую падающую волну с противоположной стороны, возникают сложности с численным учетом в одной матрице значений в экспоненте большого порядка и при этом разного знака [6, 30].

Чтобы разрешить эту проблему, можно воспользоваться формализмом S-матрицы рассеяния [6], где через нее связываются не поля с одной стороны структуры и поля с другой стороны структуры, как в формализме T-матрицы, а поля входящие в структуру и выходящие из нее.

Для этого решения уравнения Максвелла раскладываются для каждого слоя с координатой $z = \text{const}$ со своей диэлектрической проницаемостью по полученным ранее собственным векторам (15), причем рассматриваются как распространяющиеся вдоль оси z ($\sim \exp[iKz - i\omega t]$), так и против оси z ($\sim \exp[-iKz - i\omega t]$).

Составим для данного слоя в координате z $4N_g$ -вектор из амплитуд двух собственных $2N_g$ -векторов (13), отвечающих распространению вдоль оси z $\vec{\mathcal{A}}^+(z)$ и против нее $\vec{\mathcal{A}}^-(z)$

$$\vec{\mathbb{A}}(z) = \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}^+(z) \\ \vec{\mathcal{A}}^-(z) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Соответственно, вектор компонент электрического поля (13) выражается через матрицу из собственных векторов (15) и $4N_g$ -вектор (16) следующим образом

$$\vec{\mathcal{E}}(z) = (\mathcal{E}_{||}, \mathcal{E}_{||}) \vec{\mathbb{A}}(z). \quad (17)$$

Тогда амплитуды падающего из вакуума сверху вниз электрического поля на поверхность системы и распространяющегося вдоль оси z для света

S-поляризации имеют вид

$$\vec{\mathcal{A}}_{t,S}^+ = \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\cos \varphi \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

а для Р-поляризации —

$$\vec{\mathcal{A}}_{t,P}^+ = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \cos \theta \sin \varphi \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

И так как мы рассматриваем падение света только с одной стороны — сверху вниз — вдоль оси z , то с обратной стороны снизу вверх против оси z амплитуды равны нулю для обеих поляризаций

$$\vec{\mathcal{A}}_{b,S}^- = \vec{\mathcal{A}}_{b,P}^- = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Отметим, что компоненты основных гармоник мы расположили в первом и $(N_g + 1)$ -м месте векторов амплитуд.

Тогда в соответствии с формализмом S-матрицы для входящих в систе-

му амплитуд

$$\vec{\mathbb{B}}_{\text{in}} = \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}_t^+ \\ \vec{\mathcal{A}}_b^- \end{pmatrix} \quad (21)$$

и выходящих из нее

$$\vec{\mathbb{B}}_{\text{out}} = \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{A}}_b^+ \\ \vec{\mathcal{A}}_t^- \end{pmatrix} \quad (22)$$

можно записать связь между ними через S-матрицу рассеяния $\mathbb{S}_{t,b}$

$$\vec{\mathbb{B}}_{\text{out}} = \mathbb{S}_{t,b} \vec{\mathbb{B}}_{\text{in}}, \quad (23)$$

где матрица рассеяния $\mathbb{S}_{t,b}$ рассчитывается итеративно, начиная с ее значения $\mathbb{S}_{t,b} = \mathbb{I}$, добавляя каждый последующих однородный по z слой к предыдущей итерации, что математически соответствует умножению слева предыдущей итоговой матрицы на матрицу перехода через интерфейс или матрицу данного слоя.

2.3. Собственные моды

Наличие максимально хирального отклика на определенной длине волны связан с существованием собственных мод системы вблизи данного резонансного значения длины волны. В связи с этим для нахождения собственной частоты системы и последующей возможности построения распределения собственных электромагнитных полей системы необходимо решить уравнение для S-матрицы рассеяния (23) для нулевого входящего в систему падающего излучения $\vec{\mathbb{B}}_{\text{in}} = 0$, что также можно записать как

$$\mathbb{S}^{-1} \vec{\mathbb{B}}_{\text{out}} = 0. \quad (24)$$

Численно данное уравнение быстрее решать методом линеаризации обратной S-матрицы рассеяния [31]. А именно, на определенной частоте ω_0 , например, частоте вблизи резонанса, нужно вычислить обратную матрицу рассеяния

$$\mathbb{S}_0^{-1} = \mathbb{S}^{-1}(\omega_0) \quad (25)$$

и ее первую производную

$$(\mathbb{S}_0^{-1})' = \left. \frac{\partial \mathbb{S}_0^{-1}}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (26)$$

и тогда приближенно обратную S -матрицу можно записать как

$$\mathbb{S}^{-1}(\omega_0 + \Delta) \approx \mathbb{S}_0^{-1} + (\mathbb{S}_0^{-1})' \Delta, \quad (27)$$

где введена комплексная разница частот $\Delta = \omega - \omega_0 \in \mathbb{C}$.

Тогда итеративным методом на первой итерации можно решать уравнения

$$[\mathbb{S}_0^{-1} + (\mathbb{S}_0^{-1})' \Delta] \vec{\mathbb{B}}_{\text{out}} = 0, \quad (28)$$

что равносильно линейной задаче на собственные значения $\{\Delta_i\}_{i=1}^{N_g}$

$$- [(\mathbb{S}_0^{-1})']^{-1} \mathbb{S}_0^{-1} \vec{\mathbb{B}}_{\text{out}} = \Delta \vec{\mathbb{B}}_{\text{out}}. \quad (29)$$

Далее можно вычислить решения уравнения (24) как $\Omega_i = \omega_0 + \Delta_i$ и продолжить итерационно эту процедуру для вычисления собственной энергии с заданной точностью. Для полученных в итоге собственных значений энергии, через полученные на заключительном этапе собственные вектора $\vec{\mathbb{B}}_{\text{out}}$ можно рассчитать соответствующие собственные поля в структуре.

2.4. Генетический алгоритм оптимизации

Для получения максимально хиральных свойств систем, которые характеризуются максимальными интенсивностными коэффициентами прохождения с конверсией правой поляризации в левую T_{LR} и отражения левой поляризации без конверсии, то есть левой поляризации в левую R_{LL} , необходимо иметь значения геометрических параметров структур, реализующие такой эффект.

В том случае, когда в системе необходимо прооптимизировать один или два параметра, для этого можно использовать метод касательных Ньютона [20], который является итерационным и поэтому требует последовательного

вычисления операций на поиск экстремума. Из-за последнего фактора за разумное время можно оптимизировать небольшое число параметров. Кроме того, в нем предполагается наличие одного корня в некоторой окрестности, к которому стремится решение после каждой итерации и у которого точность после запятой увеличивается.

В нашем же случае удобно воспользоваться генетическим алгоритмом оптимизации [35, 37, 39–42] по нескольким причинам. В интересующих нас системах количество параметров велико. Помимо этого, с точки зрения экспериментальной возможности изготовления структур нет смысла искать оптимизированные параметры с точностью ~ 0.01 мкм, ~ 0.001 мкм и т.д., а достаточно остановиться на ~ 0.1 мкм или даже на ~ 1 мкм. Также, поскольку область возможных значений параметров может быть большой: ограниченной сверху примерно целевой длиной волны, когда дифракционные каналы закрыты, и снизу возможностями экспериментального изготовления — появляется возможность искать набор параметров, доставляющий максимумы R_{LL} и T_{LR} , не в узкой области каждого геометрического параметра, а по всем возможным значениям во всех возможных комбинациях параметров. Тем же самым в этих двух методах должно оставаться большое число гармоник, при увеличении числа которых резонансные состояния не сдвигаются. Однако для простой структуры хороший резонанс, оптимизированный даже при небольшом числе гармоник, по амплитуде может уменьшиться не сильно и только сдвинуться при расчете на большом числе гармоник.

Например, в работе [41] после оптимизации была получена геометрия фотонного кристалла, хотя функция метрики была задана как определенная комбинация коэффициентов прохождения и пропускания и не предполагала заранее геометрических параметров, которыми обладает фотонный кристалл.

3. Результаты исследований

3.1. Геометрия исследуемой структуры

Так как целью работы является исследование метамембран для терагерцового диапазона, то в качестве геометрии метамембраны можно использовать ту же геометрию (см. рис. 2), что и в работе [20], но с увеличенными параметрами для целевой длины волны в 600 мкм [43]. Увеличение размеров структуры позволяет избежать проблем, которые были с использованием нанокристаллического алмаза для целевого диапазона длин волн 10 – 12 мкм при изготовлении структур.

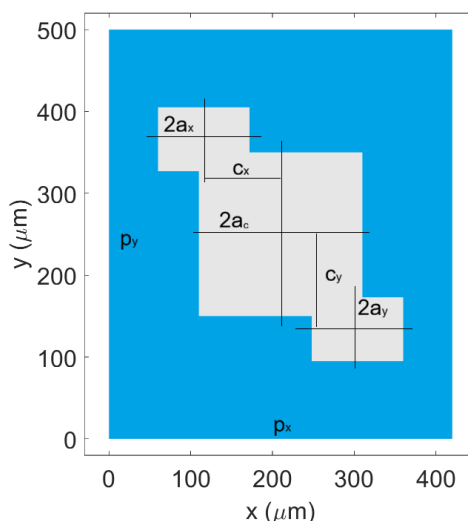


Рисунок 2 – Элементарная ячейка алмазной 2D-хиральной метамембраны с воздушными квадратным и двумя прямоугольными отверстиями.

Для еще более простого изготовления структуры можно использовать геометрию решетки с единственным цилиндрическим воздушным отверстием в моноклинной элементарной ячейке (см. рис. 3). В случае свободно подвешенной такой решетки необходимая хиральная симметрия класса C_{2h} сохраняется. При этом существенно упрощается технология изготовления, если использовать, как мы предполагаем, лазерную абляцию.

Материал метамембраны — кремний с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 11.6848 + 0.001i$, где малая мнимая часть задается для обеспечения более быстрой сходимости генетического алгоритма и эффективного влияния

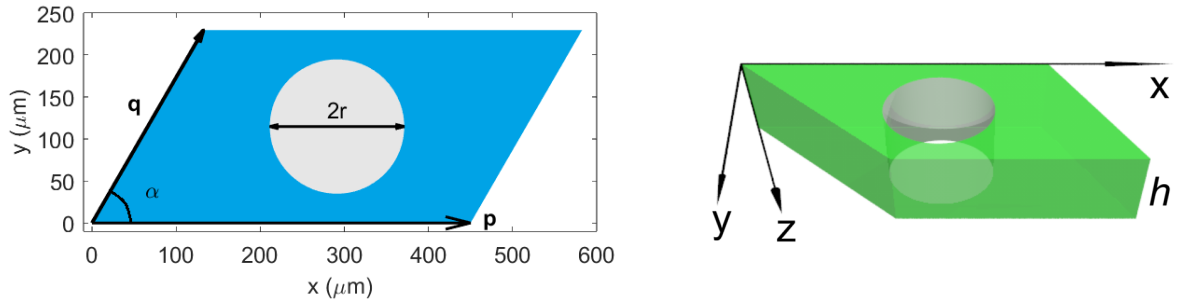


Рисунок 3 – Элементарная ячейка моноклинной кремниевой 2D-хиральной метамембраны с цилиндрическим воздушным отверстием.

потерь в эксперименте.

Для уменьшения времени поиска оптимальных параметров структуры оптимизация проходила по набору параметров длин базисных векторов элементарной ячейки p и q (в плоскости (xy)): от 250 до 500 с шагом в 1 мкм, — и радиусу воздушного отверстия r : от 40 до 80 с шагом в 1 мкм, — при фиксированных толщине пластинки $h = 200$ мкм (вдоль оси z) и угле $\alpha = 60^\circ$ между базисными векторами.

Для точной локализации резонанса на целевую длину волны в 600 мкм оптимизационные расчеты выполнялись для области длин волн 598 — 602 мкм, то есть в функции метрики F для генетического алгоритма проводилось усреднение по значениям для каждой длины волны.

Также для учета в эксперименте конечной апертуры ($\sim 3^\circ$ в эксперименте работы [3]) падающего излучения для каждой длины волны в области оптимизации проводилось еще и усреднение по полярному углу падения от 0° до 4° . Эта простая модель позволила зафиксировать резонанс вблизи интересующей длины волны для большого набора углов (φ, θ) , но для фиксации резонанса для всех углов падения (φ, θ) около нормали потребовались бы значительные вычислительные ресурсы.

Таким образом, функция метрики F , которая оптимизировалась исходя из значений параметров p, q, r при фиксированных h, α и усреднений по длинам волн $\lambda = 598 - 602$ мкм и полярным углам падения $\theta = 0^\circ - 4^\circ$, то

есть функция, для которой находилось максимальное значение, имеет вид

$$F = \max_{p,q,r} \langle \langle T_{LR}(p, q, r|h, \alpha = \text{const}) + R_{LL}(p, q, r|h, \alpha = \text{const}) \rangle_\lambda \rangle_\theta. \quad (30)$$

С учетом того, что материал системы диэлектрический, число гармоник бралось небольшим, а именно $g_{x,max} = g_{y,max} = 4$, и поэтому $N_g = 9^2 = 81$ гармоник.

В результате поиска оптимальных параметров были получены следующие значения: $p = 450$ мкм, $q = 265$ мкм, $r = 80$ мкм при зафиксированных $h = 200$ мкм, $\alpha = 60^\circ$.

3.2. Параметры циркулярного дихроизма

Из рассчитанной S-матрицы рассеяния можно получить амплитудные комплексные коэффициенты прохождения t_{ij} и отражения r_{ij} в базисе линейных S-поляризации и P-поляризации

$$\mathbb{T}_{\text{lin}} = \begin{pmatrix} t_{PP} & t_{PS} \\ t_{SP} & t_{SS} \end{pmatrix}, \quad (31)$$

$$\mathbb{R}_{\text{lin}} = \begin{pmatrix} r_{PP} & r_{PS} \\ r_{SP} & r_{SS} \end{pmatrix}, \quad (32)$$

где правый индекс обозначает начальную поляризацию, а левый — конечную.

Коэффициенты в циркулярном базисе правой R-поляризации и левой L-поляризации связаны с коэффициентами в линейном базисе через матрицу поворота $\mathbb{P}$, определенную как

$$\mathbb{P} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}, \quad \mathbb{P}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix}, \quad (33)$$

следующим образом

$$\mathbb{T}_{\text{circ}} = \begin{pmatrix} t_{RR} & t_{RL} \\ t_{LR} & t_{LL} \end{pmatrix} = \mathbb{P} \mathbb{T}_{\text{lin}} \mathbb{P}^{-1}, \quad (34)$$

$$\mathbb{R}_{\text{circ}} = \begin{pmatrix} r_{\text{LR}} & r_{\text{LL}} \\ r_{\text{RR}} & r_{\text{RL}} \end{pmatrix} = \mathbb{P} \mathbb{R}_{\text{lin}} \mathbb{P}^{-1}, \quad (35)$$

Откуда можно найти интенсивностные коэффициенты прохождения и отражения как

$$T_{ij} = |t_{ij}|^2, \quad R_{ij} = |r_{ij}|^2, \quad i, j = S, P, R, L \quad (36)$$

Степень циркулярного дихроизма (Circular Dichroism) отражения CDR и пропускания CDT определяется как

$$\text{CDR} = \frac{R_L - R_R}{R_R + R_R}, \quad \text{CDT} = \frac{T_L - T_R}{T_L + T_R}, \quad (37)$$

где $R_L = R_{\text{RL}} + R_{\text{LL}}$ и т.д.

Коэффициенты поглощения для R- и L-поляризаций находятся из закона сохранения энергии как

$$A_L = 1 - R_L - T_L, \quad A_R = 1 - R_R - T_R, \quad (38)$$

а степень циркулярного дихроизма поглощения —

$$\text{CDA} = \frac{A_L - A_R}{A_L + A_R}. \quad (39)$$

В данной форме он будет отвечать тому, какая поляризация поглощается в системе сильнее: если он положительный, то сильнее поглощается левая циркулярная поляризация, если отрицательный, то правая.

На рис. 4 представлены расчетные спектры коэффициентов отражения, пропускания, поглощения и циркулярного дихроизма оптимизированной структуры, на котором присутствует резонанс на длине волны вблизи 601 мкм коэффициентов $R_{\text{LL}} \approx 0.91$ и $T_{\text{LR}} \approx 0.95$. Добротность резонанса при этом составляет примерно 194.

На рис. 5 представлены расчетные спектры коэффициентов отражения R_{LL} , пропускания T_{LR} , и циркулярного дихроизма оптимизированной моноклинной структуры, демонстрирующие резонанс на целевой длине волны

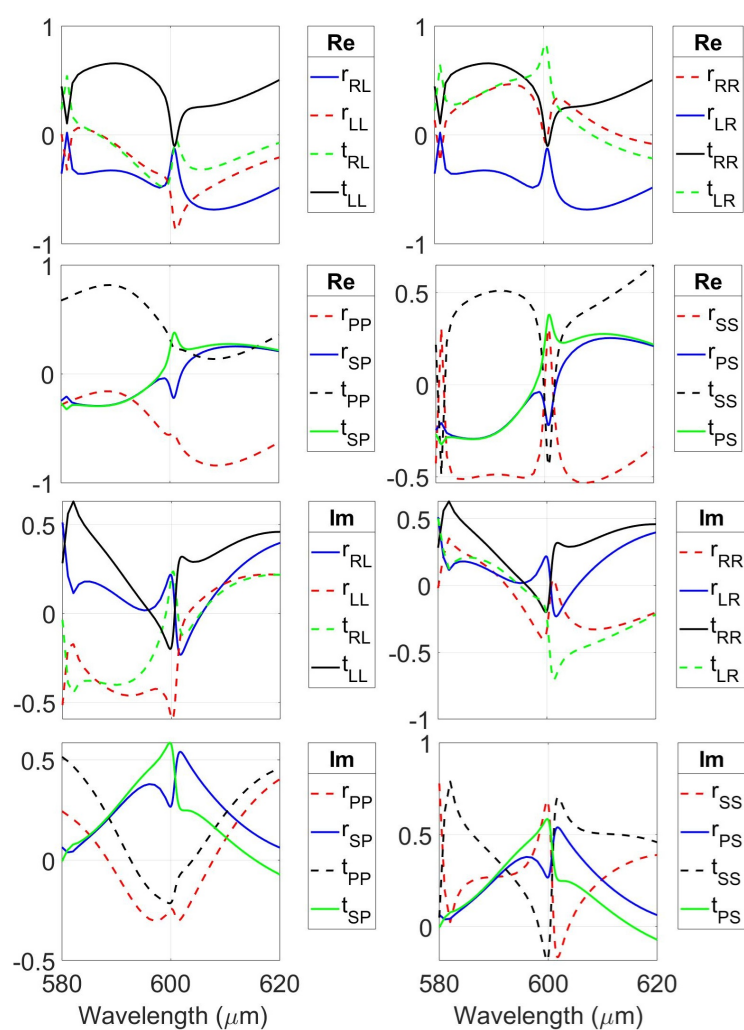
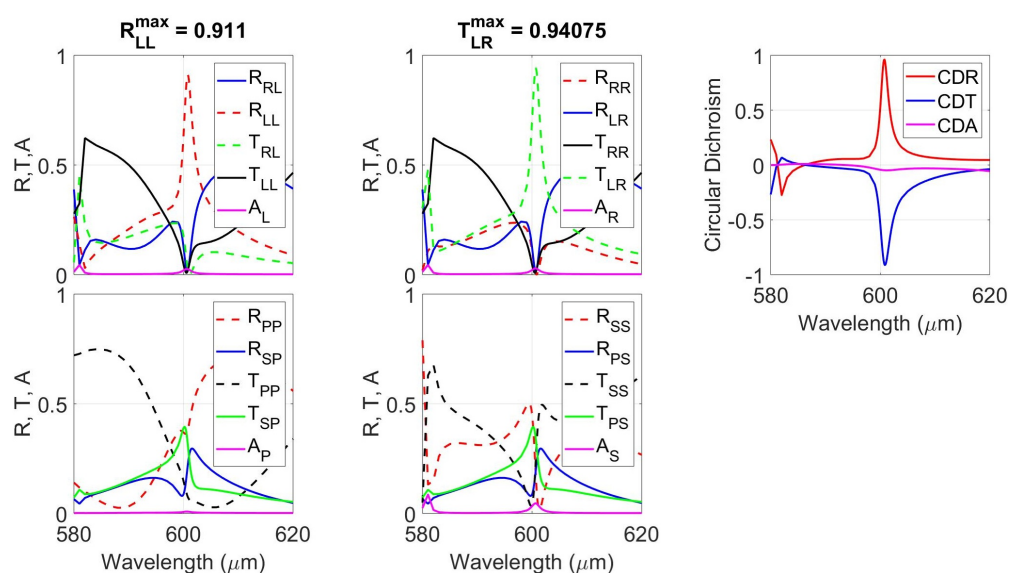


Рисунок 4 – Спектры коэффициентов пропускания, отражения и их действительная и мнимая части, коэффициентов поглощения и циркулярного дихроизма в зависимости от длины волны.

вблизи 600 мкм, сохраняющие до 80% амплитуды от максимального значения при изменении полярного угла падения от 0° до 4° , а также хорошо выраженный циркулярный дихроизм отражения CDR и пропускания CDT с теми же свойствами [44, 45]. Уравнения Максвелла имеют симметрию к обращению времени, что ведет к следующему. В линейном базисе поляризаций поляризация сохраняется, а каналы входа и выхода излучения меняются местами, это соответствует жирным линиям: $T_{SP} = T_{PS}$. В случае отражения знак угла падения излучения меняется на противоположный, при этом $R_{SP} = R_{PS}$. В циркулярном базисе поляризаций также меняется направление вращения, поэтому $R_{RL} = R_{LR}$ и $T_{LL} = T_{RR}$ — обозначаются жирными линиями. Штрихованными линиями обозначены коэффициенты, которые могут быть разными, ибо им не запрещено по симметрии быть разными. Нужно отметить, что усреднение по полярному углу падения в генетическом алгоритме оптимизации увеличило ширину резонанса и зафиксировало его положение на ~ 600 мкм при отклонении угла от 0° и в то же время устранило резонанс в области 598 — 604 мкм при большем, чем 5° угле падения света. В отсутствие усреднения по полярному углу падения во время поиска оптимальных параметров резонанс имел бы место с небольшим ужиманием и при большем угле, как минимум 10° , но съезжал бы в сторону меньших длин волн при увеличении угла падения.

Для расчета дисперсионных зависимостей коэффициентов R_{LL} и T_{LR} определим пути, соединяющие центр первой зоны Бриллюэна (Γ -точка) с четырьмя высокосимметричными точками первой зоны Бриллюэна (M, X, K, L): $\Gamma - M, \Gamma - X, \Gamma - K, \Gamma - L$ (см. рис. 6). Также на рис. 6 представлена ячейка Вигнера-Зейтца.

На рис. 7 и 8 представлены достаточно сложные дисперсионные кривые коэффициентов R_{LL} и T_{LR} . На них область оптимизированного резонанса на $\lambda \sim 601$ мкм соответствует энергии $\hbar\omega_{\text{res}} \sim 2.06$ мэВ. Причем есть и другие высокоинтенсивные резонансы в Γ -точке: 1.37, 2.71, 3.09 мэВ.

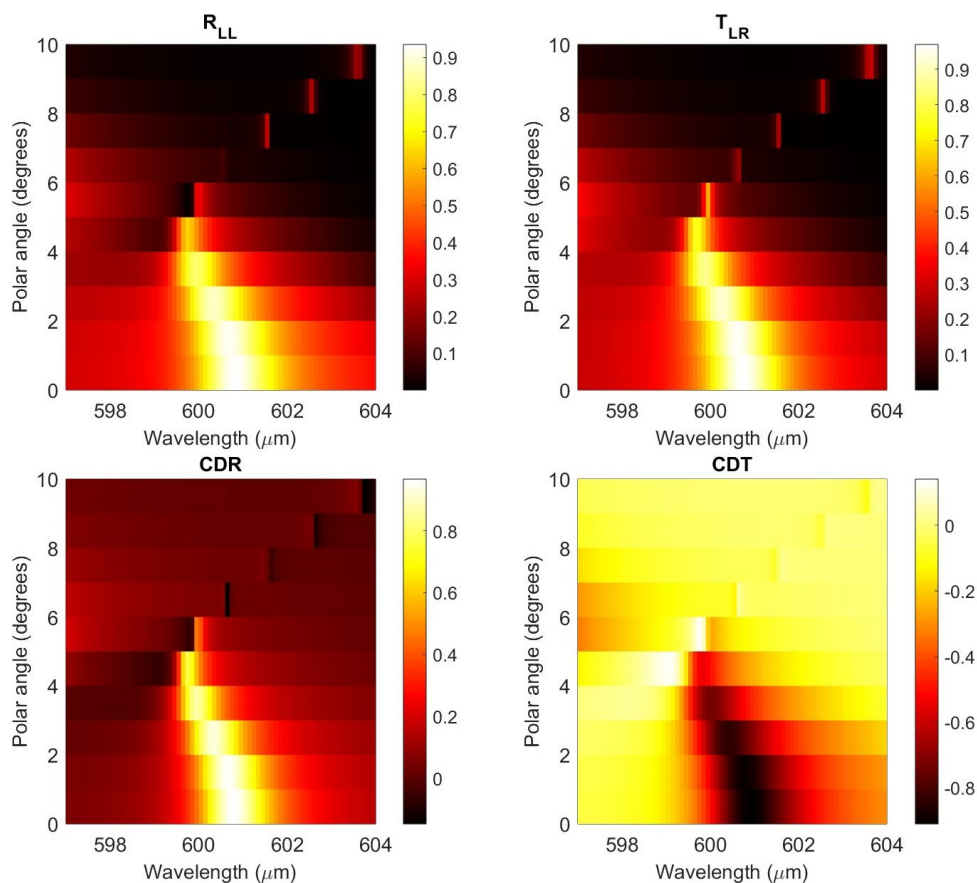


Рисунок 5 – Спектры R_{LL} , T_{LR} , и циркулярного дихроизма в зависимости от длины волны и полярного угла падения.

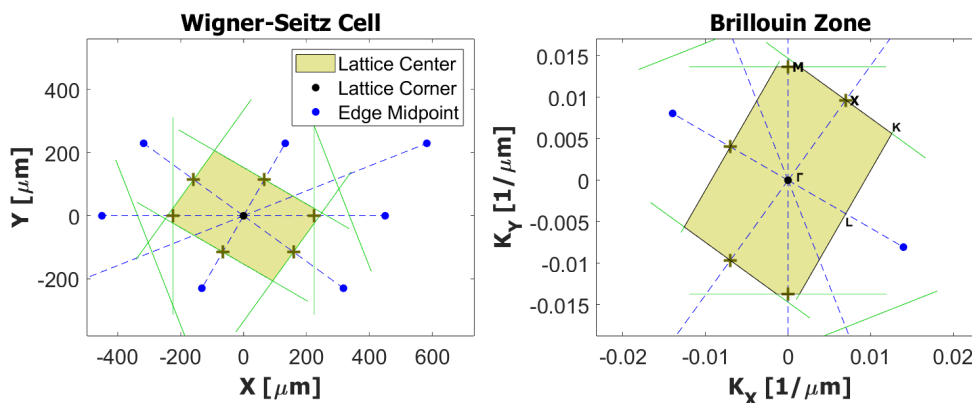


Рисунок 6 – Ячейка Вигнера-Зейца (слева) и первая зона Бриллюэна свободно подвешенной решетки (справа).

Тем не менее, можно заметить еще и слабоинтенсивные резонансы: 1.66, 1.83, 2.7, 2.93, 3.2 мэВ и другие. Также видно, что в каждом случае световой конус пересекает область первой зоны Бриллюэна.

Каждый новый пик на рис. 7 и 8 как в Γ -точке, так и в других точках дис-

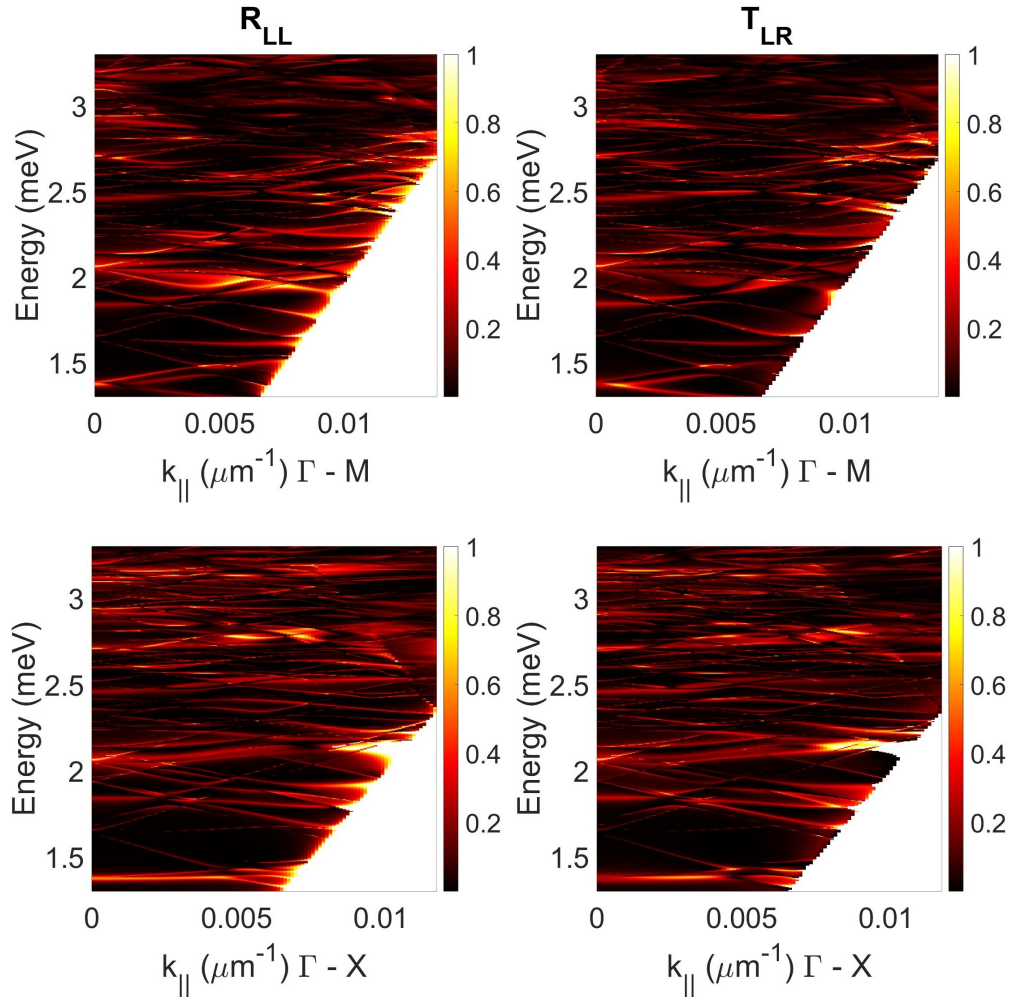


Рисунок 7 – Дисперсионные кривые коэффициентов R_{LL} и T_{LR} вдоль высокосимметричных направлений $\Gamma - X$, $\Gamma - M$.

персионных кривых, связан с возбуждением резонансов: квазиволноводных мод в горизонтальной плоскости метамембраны или Фабри-Перо в перпендикулярном направлении, — а также с их взаимодействиями. На рис. 9а представлены коэффициенты пропускания левой поляризации влевую, что в силу наличия симметрии системы C_{2h} равно коэффициенту пропускания правой поляризации в правую. На рис. 9б представлена обратная решетка системы и первая зона Бриллюэна, а также горизонтальные сечения световых конусов в вакууме и в системе при различных энергиях фотона. Как известно, при одинаковой энергии фотона радиус конуса в вакууме больше радиуса конуса в материале.

Самый низкоэнергетический открытый канал при нулевом угле паде-

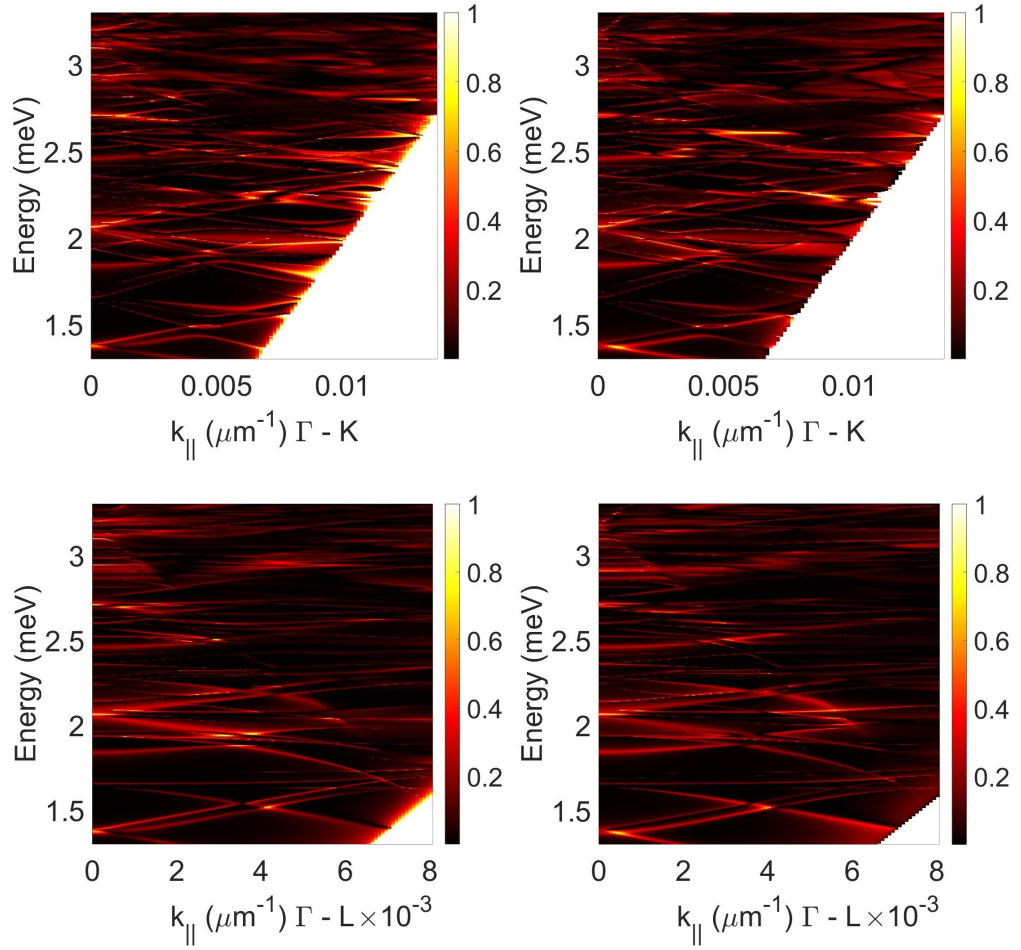


Рисунок 8 – Дисперсионные кривые коэффициентов R_{LL} и T_{LR} вдоль высокосимметричных направлений $\Gamma - K$, $\Gamma - L$.

ния $\theta = 0^\circ$ виден на энергии $\hbar\omega = 1.37$ мэВ (см. рис. 9а, $\theta = 0^\circ$), он соответствует открытию канала в точках обратной решетки $(0, \pm 1)$, которые пересекаются световым конусом в материале при такой же энергии, а световой конус в вакууме пересекает первую зону Бриллюэна (см. рис. 9б), что согласуется с данными из рис. 7 и 8. Два следующих провала в T_{RR} и T_{LL} видны на энергии 1.66 мэВ, когда открыты каналы $(\pm 1, 0)$ в материал и скоро откроются каналы $(\pm 1, \mp 2)$ в материал. Интересующий нас резонанс на 2.06 мэВ имеет место при почти нулевых $T_{LL} \approx T_{RR} \approx 0$, когда открыты каналы $(\pm 2, \mp 2)$ в материал и скоро откроются каналы $(\pm 2, \mp 1)$ в материал. Два первых же канала в вакуум — канала $(\pm 1, \mp 1)$ — открываются только при энергии 3.2 мэВ, что соответствует очень небольшому провалу в T_{RR} и T_{LL} , и в то же время скоро откроются каналы $(\pm 2, 0)$ и $(\pm 3, \mp 4)$ в материал,

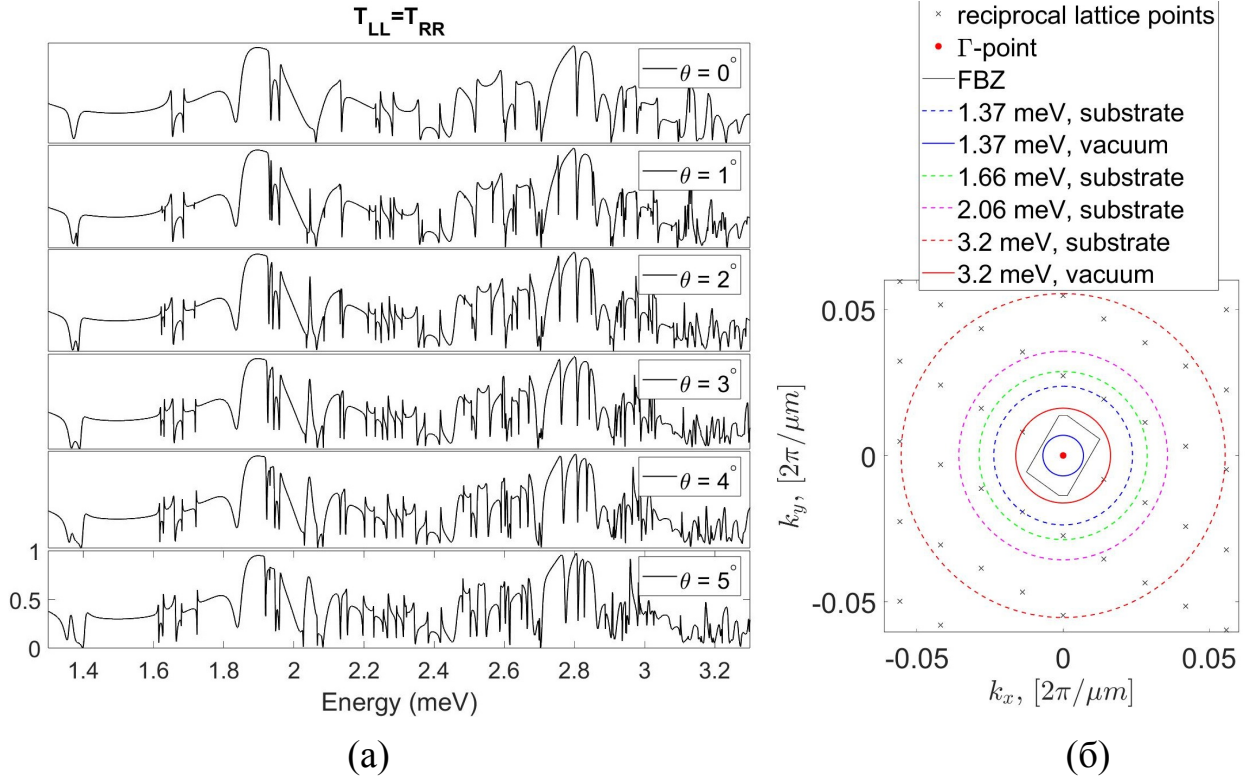


Рисунок 9 – а) Спектры T_{LL} , T_{RR} при различных углах падения; б) Первая зона Бриллюэна и сечения световых конусов вакуума и материала поверхностями постоянной энергии, указанной в легенде. Кресты обозначают точки обратного пространства.

что будет соответствовать следующему большому провалу в T_{RR} и T_{LL} .

При увеличении угла падения θ спектр сильно усложняется из-за открытия все новых каналов дифракции (см. рис. 9а, $\theta = 1^\circ - 5^\circ$). Это соответствует отходу от Γ -точки на дисперсионных кривых на рис. 7 и 8.

Также следует отметить, что поскольку интересующий нас резонанс на $\hbar\omega_{res} = 2.06$ мэВ появляется при открытии каналов $(\pm 2, \mp 2)$ в материал и вскоре открывающихся каналов $(\pm 2, \mp 1)$ в материал, постольку использование при расчетах $g_{x,max} = g_{y,max} = 4$, что соответствует $N_g = 9^2 = 81$ гармоникам, вполне оправдано.

Для оценочного описания дисперсионных зависимостей коэффициентов T_{LR} и R_{LL} на рис. 7 и 8, а также анализа собственных мод структуры воспользуемся приближением пустой решетки. В данном приближении для

гомогенного материала той же геометрии, в нашем случае моноклинной, с эффективной диэлектрической проницаемостью $\bar{\epsilon}$, в нашем случае

$$\bar{\epsilon} = \frac{(pq \sin \alpha - \pi r^2)\epsilon + \pi r^2}{pq \sin \alpha} \approx 9.6046 + 0.0008i, \quad (40)$$

рассчитываются дисперсионные кривые в каждой точке $\vec{k}$ обратного пространства с учетом сдвига на вектора обратной решетки $\vec{G}$

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar c |\vec{k} + \vec{G}|}{\text{Re}(\sqrt{\bar{\epsilon}})}, \quad (41)$$

а затем они складываются в первую зону Бриллюэна. Откуда можно посмотреть в разрезе дисперсионные зависимости вдоль высокосимметричных направлений $\Gamma - M$, $\Gamma - X$, $\Gamma - K$, $\Gamma - L$.

Причем стоит отметить, что в таком приближении класс симметрии будет максимально возможным за счет отсутствия каких-либо отверстий в структуре, то есть C_{2h} . При наличии дефектов, например, уменьшающегося сужающегося радиуса отверстия сверху вниз, как симметрия будет ниже, то есть C_2 , так и средняя диэлектрическая проницаемость немного изменится, из-за чего дисперсионные кривые также изменятся.

3.3. Собственные моды

В случае наличия в спектре хирального отклика на определенной частоте, система должна иметь две собственные моды вблизи рассматриваемой частоты, одна из которых симметричная, а другая антисимметричная.

Как и геометрия самой структуры (см. рис. 3), так и собственные моды, они должны иметь одинаковую симметрию, в нашем случае симметрию класса C_{2h} . Для анализа мод воспользуемся таблицей характеров неприводимых представлений данной группы, которые приведены в таблице 1. Для векторных полей используются следующие обозначения. Представления «А» и «В» обозначают симметричное и антисимметричное действие поворота C_2 вокруг главной оси z на 180° . Надстрочные индексы «'» и «''» обозначают

симметричное и антисимметричное отражение σ_h в горизонтальной плоскости (xy) симметрии, находящейся на половине высоты h структуры. А подстрочные индексы « g » (нем. gerade — четный) и « u » (нем. ungerade — нечетный) обозначают симметричное и антисимметричное действие инверсии I . Причем следует отметить, что данная классификация введена для истинных векторов, к которым относится электрическое поле $\vec{E}$, в то время как вектор магнитного поля $\vec{H}$ относится к псевдовекторам, которые, преобразуясь по представлению $A'(\prime\prime)$ или $B'(\prime\prime)$ на рисунке будут выглядеть как вектор, преобразующийся по представлению $A''(\prime)$ или $B''(\prime)$. Но для краткости будем везде использовать обозначения представлений, соответствующие преобразованиям только векторных полей.

C_{2h}	E	$C_2(z)$	$\sigma_h(xy)$	I
A'_g	1	1	1	1
A''_u	1	1	-1	-1
B''_g	1	-1	-1	1
B'_u	1	-1	1	-1

Таблица 1 – Таблица характеров неприводимых представлений группы симметрии C_{2h} .

В соответствии с этим можно расклассифицировать ближайшие к резонансу собственные моды структуры.

Распределения электрического и магнитного полей вблизи резонансной длины волны ~ 601 мкм, что соответствует $\hbar\omega_{res} = 2.06$ мэВ, в плоскости (xy) на четверти толщины $h/4$ и в плоскости (xy) на трех четвертях толщины $3h/4$ для неприводимых представлений типа А низких энергий представлены на рис. 10, для неприводимых представлений типа В — на рис. 11 [46], а для неприводимых представлений типа А высоких энергий — на рис. 12. Здесь для амплитуды и направления вектора поля в определенной точке в определенный момент периода использовано стробоскопическое обозначение Н.А.

Гиппиуса, где красный цвет отвечает 0 и полному периоду, зеленый — четверти периода, синий — половине периода, и фиолетовый — трем четвертям периода. Отсюда видно, что электрическое и магнитное поля колеблются с разницей фаз в четверть периода, что соответствует стоячей волне, а это в свою очередь согласуется с тем, что они отвечают собственным модам.

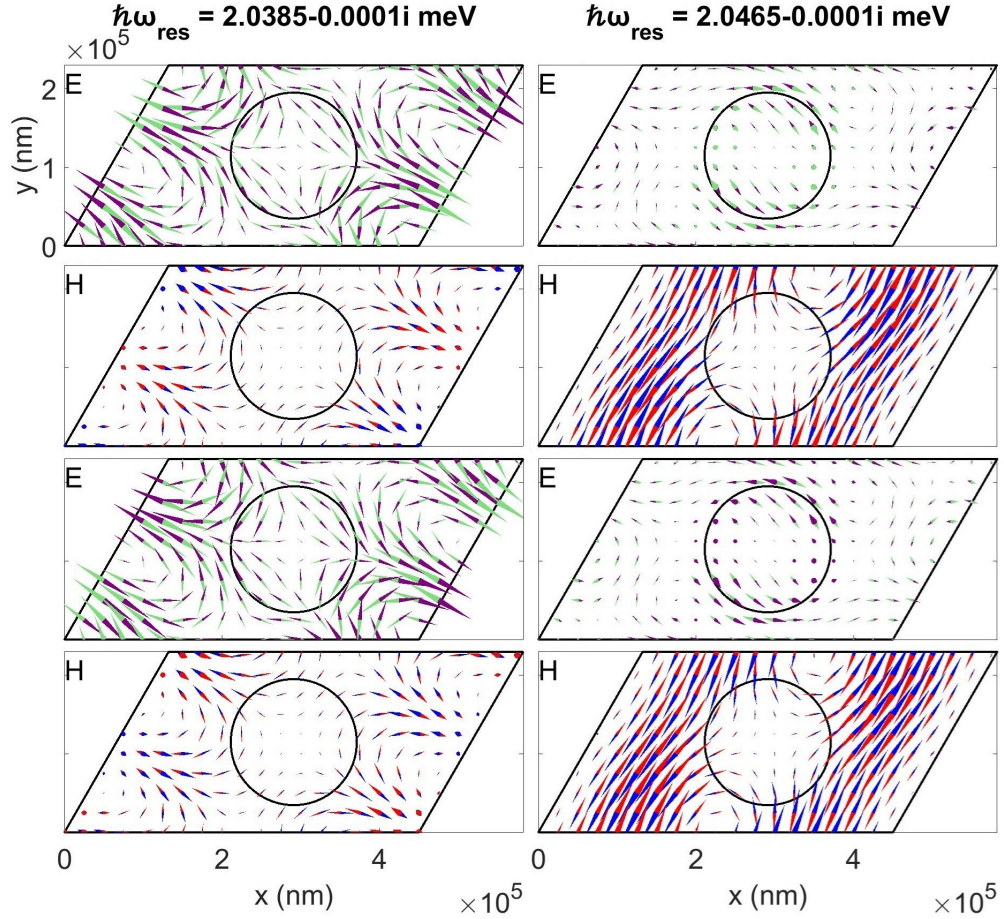


Рисунок 10 – Распределения электрического и магнитного полей в горизонтальных разрезах структуры на высотах $h/4$ (снизу) и $3h/4$ (сверху) для собственных мод метамембраны представлений A низких энергий.

Электрическое поле первой моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0385 - 0.0001i$ мэВ) симметрично по отношению к повороту C_2 на 180° вокруг оси z и антисимметрично при отражении в горизонтальной плоскости симметрии σ_h , что соответствует неприводимому представлению A''_u . Ее магнитное поле симметрично относительно поворота и симметрично относительно отражения, что соответствует векторному представлению A'_g и псевдовекторному представле-

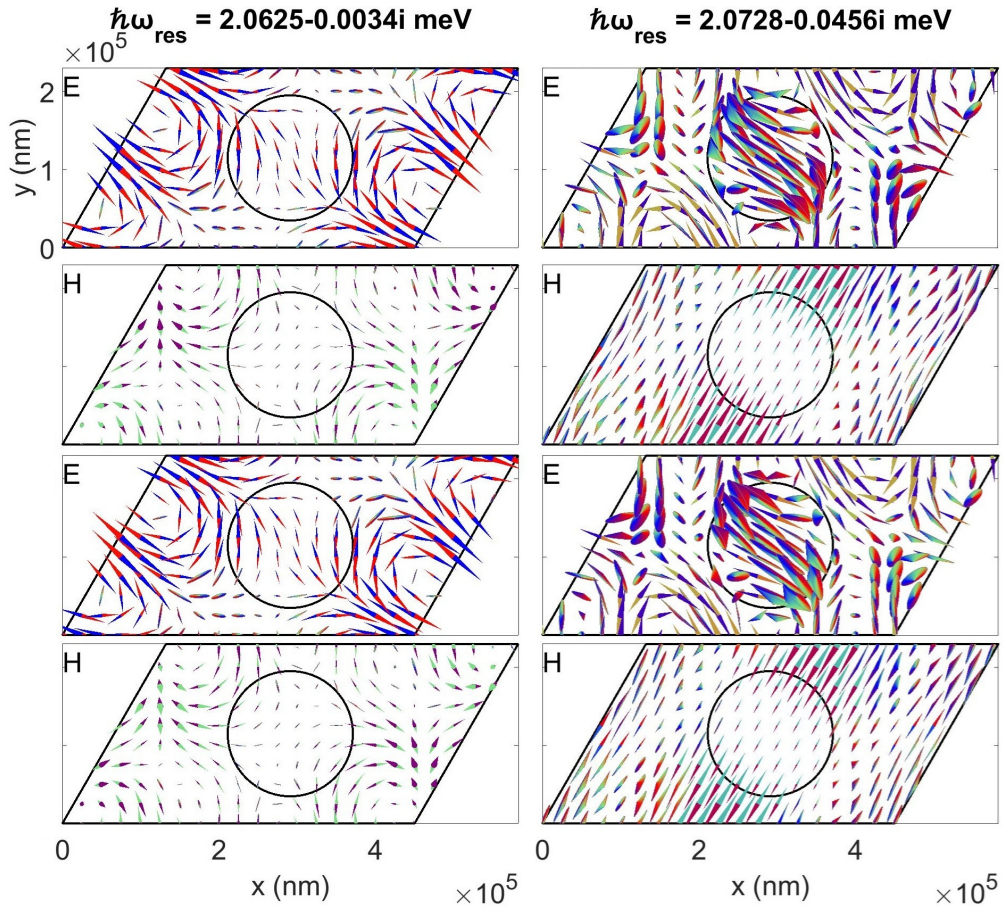


Рисунок 11 – Распределения электрического и магнитного полей в горизонтальных разрезах структуры на высотах $h/4$ (снизу) и $3h/4$ (сверху) для собственных мод метамембраны представлений В.

нию A''_u .

Электрическое поле второй моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0465 - 0.0001i$ мэВ) симметрично относительно поворота и относительно отражения, что соответствует A'_g . Ее магнитное поле симметрично только при повороте, и антисимметрично при отражении, что соответствует векторному представлению A''_u , что в псевдовекторном представлении соответствует A'_g .

Электрическое поле третьей моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0625 - 0.0034i$ мэВ) антисимметрично по отношению к повороту и антисимметрично по отношению к отражению, что соответствует B''_g . Ее магнитное поле имеет антисимметрично при повороте, но симметрично при отражении, что соответствует B'_u , что в псевдовекторном представлении соответствует B''_g .

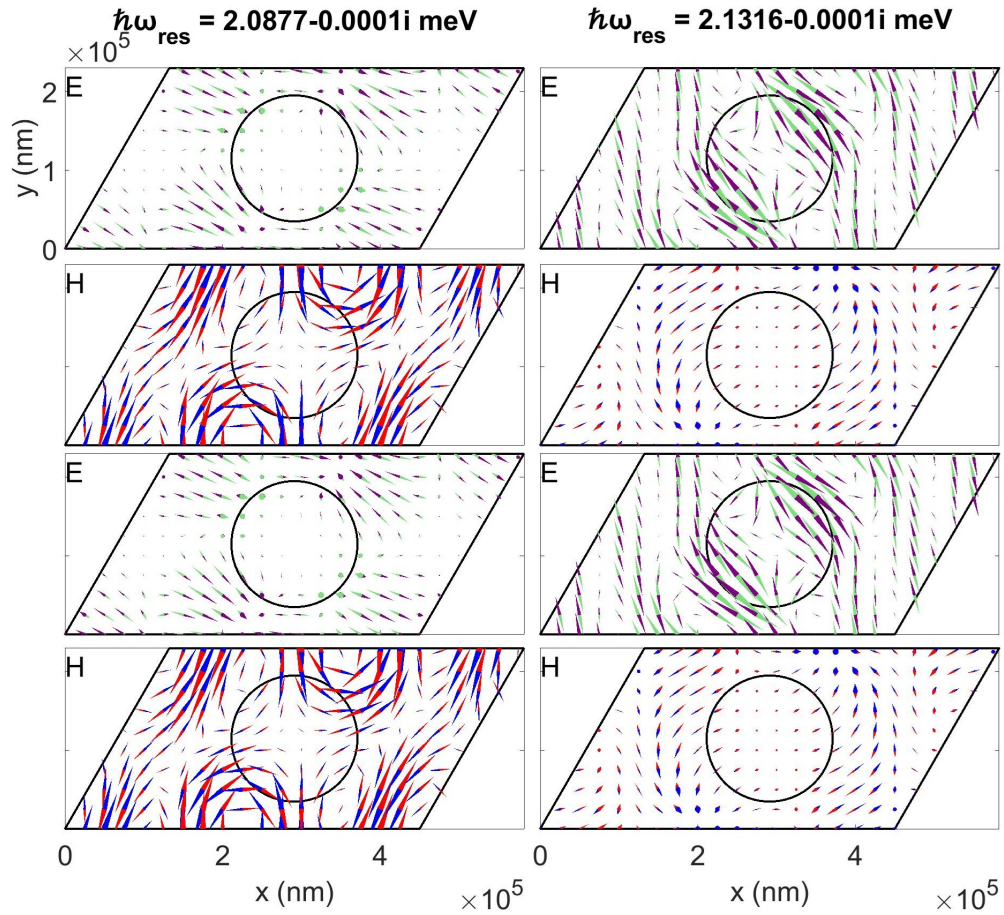


Рисунок 12 – Распределения электрического и магнитного полей в горизонтальных разрезах структуры на высотах $h/4$ (снизу) и $3h/4$ (сверху) для собственных мод метамембраны представлений А высоких энергий.

Электрическое поле четвертой моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0728 - 0.0456i$ мэВ) антисимметрично относительно поворота и симметрично относительно отражения, что соответствует B'_u . Ее магнитное поле антисимметрично и при повороте и при отражении, что соответствует B''_g , что в псевдовекторном представлении соответствует B'_u .

Электрическое поле пятой моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0877 - 0.0001i$ мэВ) симметрично по отношению к повороту и антисимметрично при отражении в горизонтальной плоскости симметрии, что соответствует неприводимому представлению A''_u . Ее магнитное поле симметрично относительно поворота и симметрично относительно отражения, что соответствует векторному представлению A'_g и псевдовекторному представлению A''_u .

Электрическое поле шестой моды ($\hbar\omega_{res} = 2.1316 - 0.0001i$ мэВ) симметрично относительно поворота и относительно отражения, что соответствует A'_g . Ее магнитное поле симметрично при повороте, и антисимметрично при отражении, что соответствует векторному представлению A''_u , что в псевдовекторном представлении соответствует A'_g .

Таким образом, пятая мода по симметрии аналогична первой, а вторая – шестой. То есть действительно, моды симметрии А и В попарно чередуются с изменением энергии.

Отсюда, классификация симметрии распределения электрического и магнитного полей по неприводимым представлениям указана в таблице 2 с положением энергии Ω моды и ее шириной γ .

$\vec{E}$	$\vec{H}$	Ω (мкэВ)	γ (мкэВ)
A''_u	A'_g	2038.5	0.1
A'_g	A''_u	2046.5	0.1
B''_g	B'_u	2062.5	3.4
B'_u	B''_g	2072.8	45.6
A''_u	A'_g	2087.7	0.1
A'_g	A''_u	2131.6	0.1

Таблица 2 – Положения собственных мод, симметрия их электрического и магнитного полей и их ширины в Г-точке вблизи резонанса на ~ 601 мкм.

Комплексная частота моды за счет наличия мнимого члена γ при этом является физической и соответствует тому, что система является открытым резонатором и есть уход энергии из системы по открытым каналам дифракции. Ширина γ представляет собой обратное время жизни соответствующей моды. В случае $\gamma \ll \Omega$, что соответствует полученным данным (см. таблицу 2), моде соответствует резкое изменение в спектрах: в пропускании, то есть в коэффициентах T_{LL} , T_{RR} имеется резкий провал (см. рис. 9), а в коэффи-

циентах T_{LR} и R_{LL} скачкообразный пик (см. рис. 7 и 8), — и резонансное увеличение поля.

На рис. 13 представлены численно рассчитанные законы дисперсий Ω для рассмотренных ранее первых пяти собственных мод, идущие из Γ -точки, вдоль высокосимметричных направлений до точек М, Х, К, L в первой зоне Бриллюэна. Также на рисунках указана мнимая часть γ как вертикальная ганта.

Соответствующие изгибы и пересечения можно отчетливо увидеть, если наложить на расчетные спектры коэффициентов отражения и пропускания (рис. 7 и 8) приближение пустой решетки и полученные законы дисперсий собственных мод (рис. 13), что продемонстрировано на рис. 14 в области вокруг резонансной длины волны с энергией ~ 2.06 мэВ с отступом на ± 0.8 мэВ вблизи Γ -точки.

Видно хорошее согласие с законами дисперсии на рис. 7 и 8. Подтверждается, что в Γ -точке и вблизи нее активны главным образом две моды неприводимого представления типа В антисимметричные по повороту C_2 вокруг главной оси z на 180° , одна из которых симметрична при действии операции горизонтального отражения $\sigma_h(xy)$, а другая антисимметричная. И в то же время моды типа А остаются связанными состояниями в континууме, имея гораздо меньшую ширину $\gamma = 0.1$ мкэВ, чем моды типа В с $\gamma = 3.4$ мкэВ и $\gamma = 45.6$ мкэВ. Это видно также и на рис. 9а, $\theta = 0^\circ$, где имеется наиболее сильный провал в районе энергии 2.06 мэВ.

При отходе же от Γ -точки наблюдается активность главным образом для путей от Γ -точки: до точки М мод типа А, обе из которых симметричны относительно поворота, но имеют разную симметрию при отражении; до точки Х — B''_g и A'_g , которые обладают различной симметрией под действием поворота и отражения; до точки К — опять мод типа А как до точки М; до точки L — опять B''_g и A'_g как до точки Х.

Таким образом, для получения резонаторного поведения структуры в

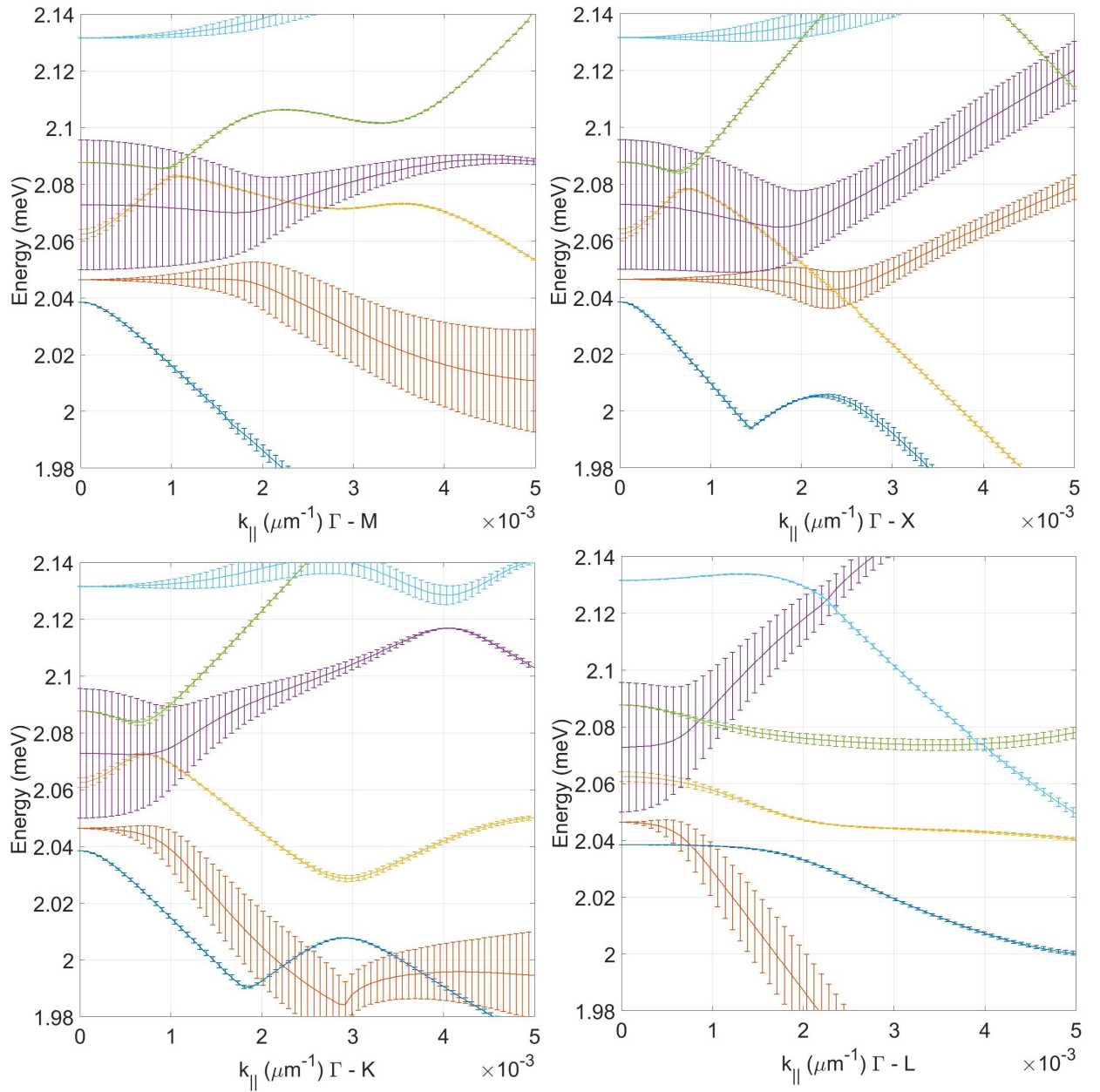


Рисунок 13 – Дисперсии собственных резонансных мод с частотами $\Omega(k_{||})$ для высокосимметричных направлений в первой зоне Бриллюэна 2D решетки метамембраны, вертикальный размер показывает величину $\gamma(k_{||})$.

геометрии с симметрией C_{2h} нужны активные моды — что проявляется в большой ширине γ — с разной симметрией относительно отражения σ_h в горизонтальной плоскости на полувысоте $h/2$.

3.4. Отклонение от начальной геометрии с понижением симметрии

При изготовлении структуры диаметры для каждого отверстия сверху и снизу могут быть неодинаковыми, пусть $r_1 \neq r_2$ верхний и нижний радиусы

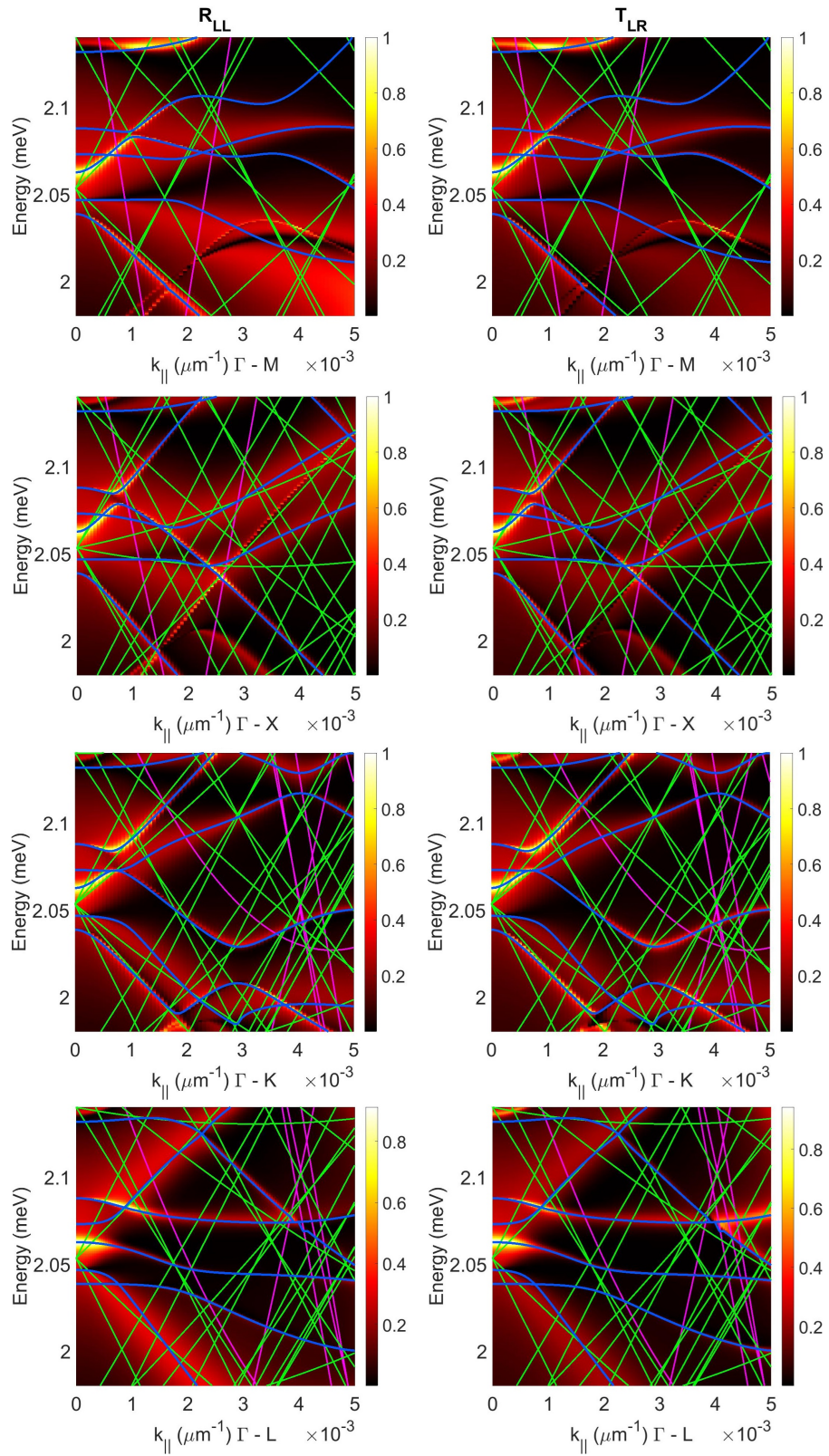


Рисунок 14 – Коэффициенты отражения и пропускания, приближение пустой решетки — сложенные в 1-ю ЗБ световые конуса (зеленый — гомогенный материал с $\bar{\epsilon} \approx 9.6046 + 0.0008i$, фиолетовый — вакуум) и законы дисперсий собственных резонансных мод $\Omega(k_{||})$ (синий).

отверстий. Поэтому симметрия структуры будет уже не C_{2h} , а C_2 , характеры неприводимых представлений которой указаны в таблице 3. Соответственно, исчезнет горизонтальная плоскость симметрии структуры и собственных ее мод. Отсюда, коэффициенты пропускания с конверсией левой поляризации в правую и наоборот T_{RL} и T_{LR} уже не будут равны.

C_2	E	$C_2(z)$
A	1	1
B	1	-1

Таблица 3 – Таблица характеров неприводимых представлений группы симметрии C_2 .

Для учета такого отклонения изготовленной структуры от идеальной с помощью метода S-матрицы рассеяния структуру можно разбить на некоторое число слоев. Для определенности будем разбивать систему на семь слоев, так как при увеличении их числа изменение полученных энергетических коэффициентов T_{LR} и R_{LL} будет происходить в третьем значащем знаке, чего для анализа вполне достаточно. Область возможных радиусов будем считать следующим образом. Верхний радиус будет исходным оптимизированным радиусом $r_1 = r = 80$ мкм, а для нижнего радиуса r_2 будем смотреть его процентное отклонение от значения верхнего радиуса в процентах: 1, 5, 10, 15. Для более точных расчетов также будем использовать большее, чем ранее число гармоник, а именно положим $g_{x,max} = g_{y,max} = 9$, что соответствует $N_g = 19^2 = 361$ гармонике.

На рис. 15 представлены графики T_{ij} ; R_{ij} ; A_i ; $i, j = R, L$; CDR; CDT; CDA в зависимости от длины волны при увеличивающихся отклонениях значения нижнего радиуса r_2 от величины верхнего $r_1 = r$.

Видно, что при малых отклонениях r_2 на один и пять процентов от $r_1 = r$ существенного изменения формы и величины интересующих нас коэффициентов T_{LR} и R_{LL} не происходит. Но при больших отклонениях, чем

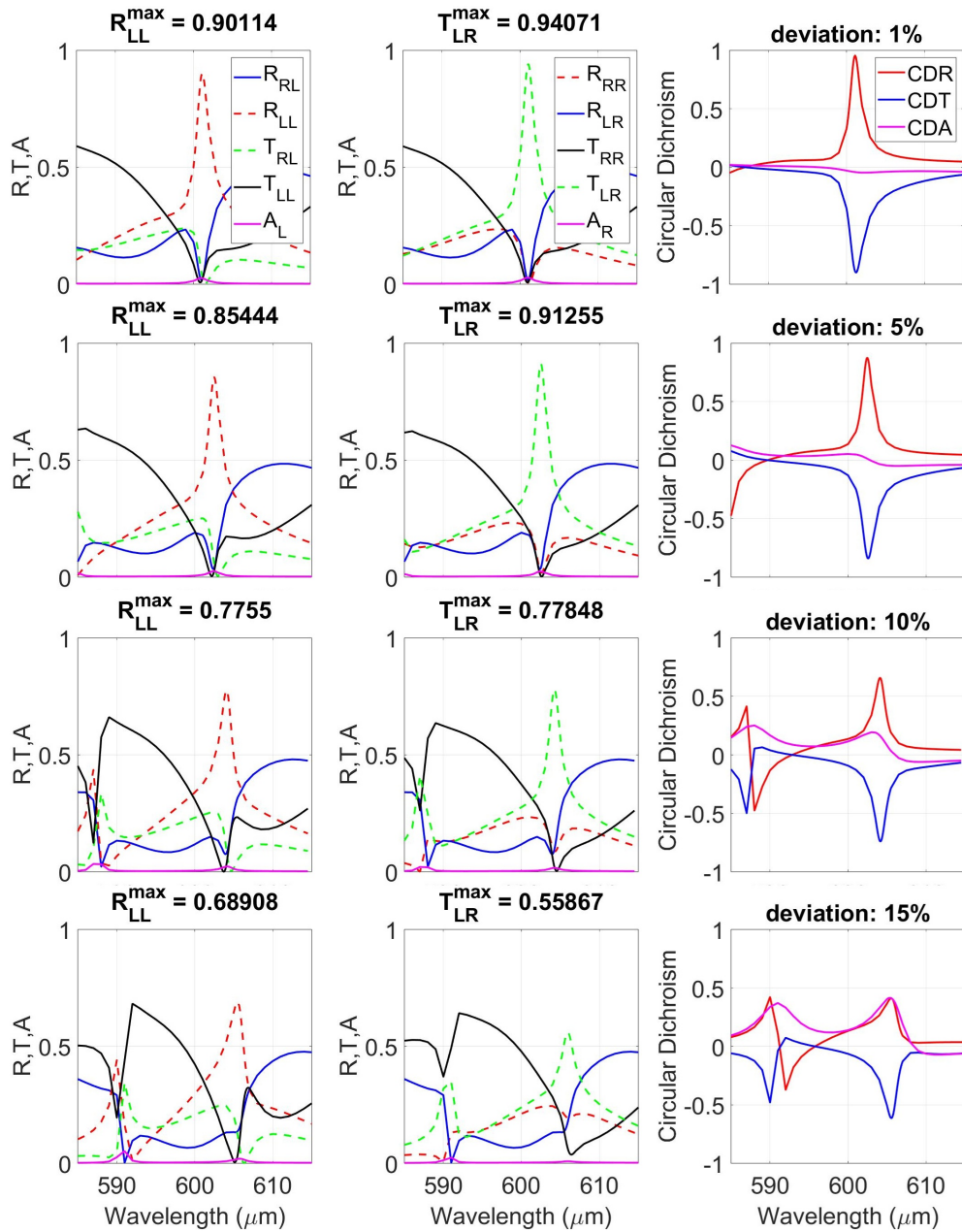


Рисунок 15 – Зависимость коэффициентов прохождения, отражения, поглощения и циркулярного дихроизма в зависимости от длины волны для разных отклонений нижнего радиуса от верхнего.

5% изменения трудно не заметить. Величины коэффициентов падают больше, чем на шесть процентных пунктов. Асимметрия видна между коэффициентами R_{LL} и T_{LR} , T_{LR} и R_{RR} , T_{LL} и T_{RR} из-за того, что пропадает симметрия при отражении σ_h в горизонтальной плоскости (xy) на половине высоты $h/2$ и теперь из обратимости времени для уравнений Максвелла нет симметричного поведения электромагнитной волны левой циркулярной по-

ляризации, на которую изначально настроена структура, и правой циркулярной поляризации, для которой изначально была из этих фундаментальных свойств тоже настроена структура. Кроме того, происходит сдвиг резонансной длины волны λ_{res} в сторону больших длин волн, и при увеличении отклонений r_2 от $r_1 = r$ положения резонансных длин волн для коэффициентов становятся различными, хотя и близкими по положению. Вместе полученные данные приведены в таблице 4. Поскольку отклонение r_2 в абсолютных значениях, когда параметры хиральности структуры еще не сильно отходят от максимальных значений, порядка ~ 5 мкм, постольку для экспериментального изготовления в целом даже с учетом такого типа изменения геометрии достаточно устойчива.

r_2 (мкм) (r_2/r (%))	R_{LL} (%) (λ_{res} (мкм))	T_{LR} (%) (λ_{res} (мкм))
80 (0)	91.3 (600.8)	94.5 (600.7)
79.2 (1)	90.1 (601.1)	94.1 (601.1)
76 (5)	85.4 (602.5)	91.3 (602.5)
72 (10)	77.6 (604.1)	77.8 (604.2)
68 (15)	68.9 (605.5)	55.9 (605.9)

Таблица 4 – Изменение резонансных характеристик системы при отклонении значения нижнего радиуса от верхнего.

Полезно исследовать устойчивость хирального отклика системы к изменению только геометрических параметров. На рис. 16 приведены зависимости коэффициента R_{LL} от длины волны при изменении геометрических параметров 2D хиральной системы: только p , q , r , α , h и одновременного изменения параметров p и q . Видно, что для каждого параметра в отдельности есть область значений $\pm(5 - 10\%)$, где отклик сохраняется с небольшим изменением по интенсивности, но и изменением положения резонанса. Причем для всех параметров, кроме радиуса отверстия r , увеличение ведет к сдвигу

резонанса в сторону больших длин волн или меньших энергий.

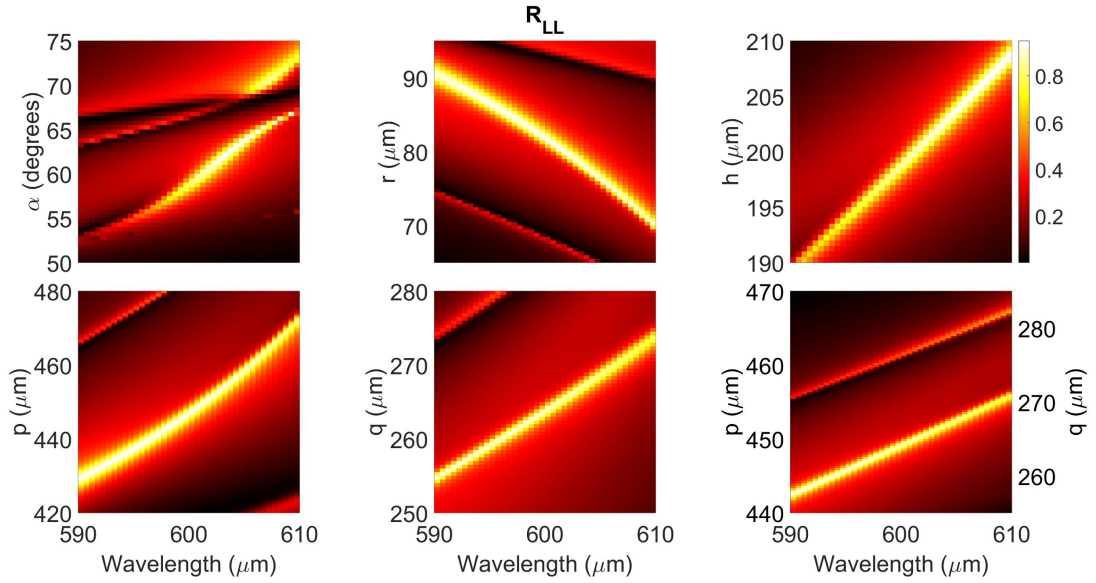


Рисунок 16 – Зависимость R_{LL} от длины волны и изменения геометрических параметров. Начальные параметры системы: $p = 450$, $q = 265$, $r = 80$, $h = 200$ мкм, $\alpha = 60^\circ$.

Так как хиральный отклик возникает из-за наличия собственных резонансных мод структуры, можно рассмотреть влияние фактора заполнения цилиндрических отверстий воздухом или кремнием. Для этого введем фактор заполнения $0 \leq f \leq 1$, определяющий диэлектрическую проницаемость внутри отверстия

$$\varepsilon_c = f\varepsilon + 1 - f \quad (42)$$

и который будет показывать, находится в цилиндрическом отверстии воздух ($f = 0$) с $\varepsilon_c = 1$ или кремний ($f = 1$) с $\varepsilon_c = \varepsilon = 11.6848 + 0.001i$.

На рис. 17 представлены дисперсионные кривые коэффициентов R_{LL} и T_{LR} вдоль направления $\Gamma - M$ первой зоны Бриллюэна для разных значений фактора заполнения $f = 0, 0.15, 0.25, .5, 0.75$. Видно, что при увеличении f , то есть при увеличении заполнения цилиндрического отверстия кремнием с эффективной диэлектрической проницаемостью ε_c резонанс уменьшается по интенсивности и уходит в сторону меньших энергий, т.е. больших длин волн. При максимальном $f = 1$ заполнении $\varepsilon_c = \varepsilon$ система станет однород-

ной с диэлектрической проницаемостью кремния, и в ней будут существовать только волноводные моды, находящиеся справа от светового конуса.

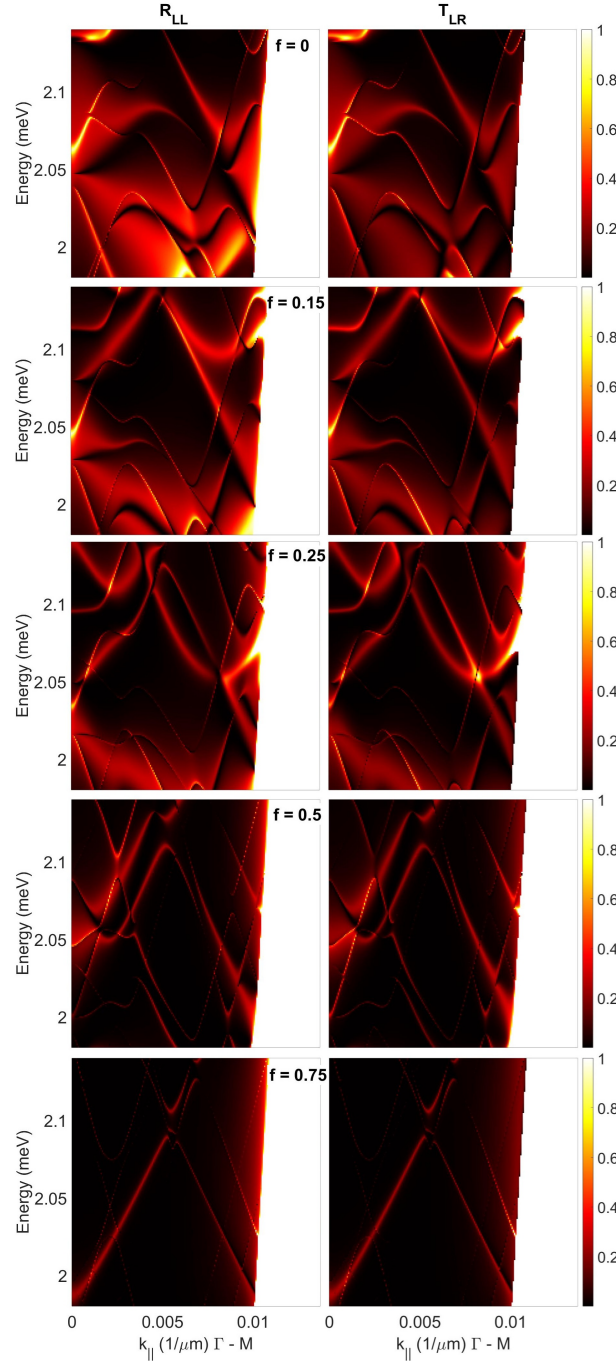


Рисунок 17 – Зависимость R_{LL} и T_{LR} в зависимости от длины волны для разных значений фактора заполнения f .

3.5. 3D хиральная система

В действительности с учетом трехмерных пространственных поворотов рассмотренная моноклинная решетка (рис. 3), свободно подвешенная в

воздухе не является 3D хиральной, а является 2D хиральной, поэтому она не может обладать ненулевым круговым дихроизмом. Для того чтобы иметь ненулевой круговой дихроизм, данную структуру нужно положить на подложку (см. рис. 18), тогда плоскость горизонтальной симметрии исчезнет и структура будет иметь симметрию C_2 и будет обладать хиральностью.

Можно рассмотреть простейший вариант подложки и взять в качестве материала стекло с эффективной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_s = 1.5$ и толщиной h_s . Снова используя генетический алгоритм оптимизации для улучшения резонансного отклика и положения резонанса около 600 мкм можно получить следующие слегка отличающиеся от предыдущей структуры параметры, область оптимизации которых приведена в таблице 5: $p = 459$ мкм, $q = 270$ мкм, $\alpha = 60^\circ$, $h = 200$ мкм, $r = 90$ мкм, $h_s = 80$ мкм (см. рис. 18).

параметр	область оптимизации (мкм)	оптимальное значение
p	250 : 1 : 500	459
q	250 : 1 : 500	270
r	40 : 1 : 90	90
h_s	80 : 1 : 200	80

Таблица 5 – Оптимизируемые параметры кремниевой метамембраны на стеклянной подложке конечной толщины.

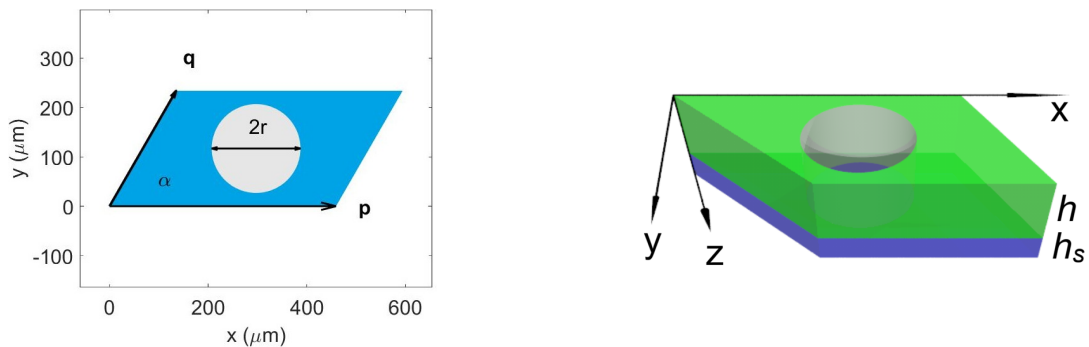


Рисунок 18 – Элементарная ячейка моноклинной кремниевой 3D хиральной метамембраны толщины h на подложке конечной толщины h_s .

На рис. 19 представлены спектры отражения, пропускания, поглощения и кругового дихроизма линейных и циркулярных поляризаций полученной 3D-хиральной системы из решетки на подложке конечной толщины. Видно, что хотя пропускание с конверсией правой поляризации в левую несколько уменьшилось, итоговый циркулярный дихроизм пропускания и отражения остался на приличном уровне: больше 86%. Положение резонанса также несильно сдвинулось от изначально полученной структуры в вакууме. Однако добротность этой системы изменилась почти в два раза и стала чуть больше 100.

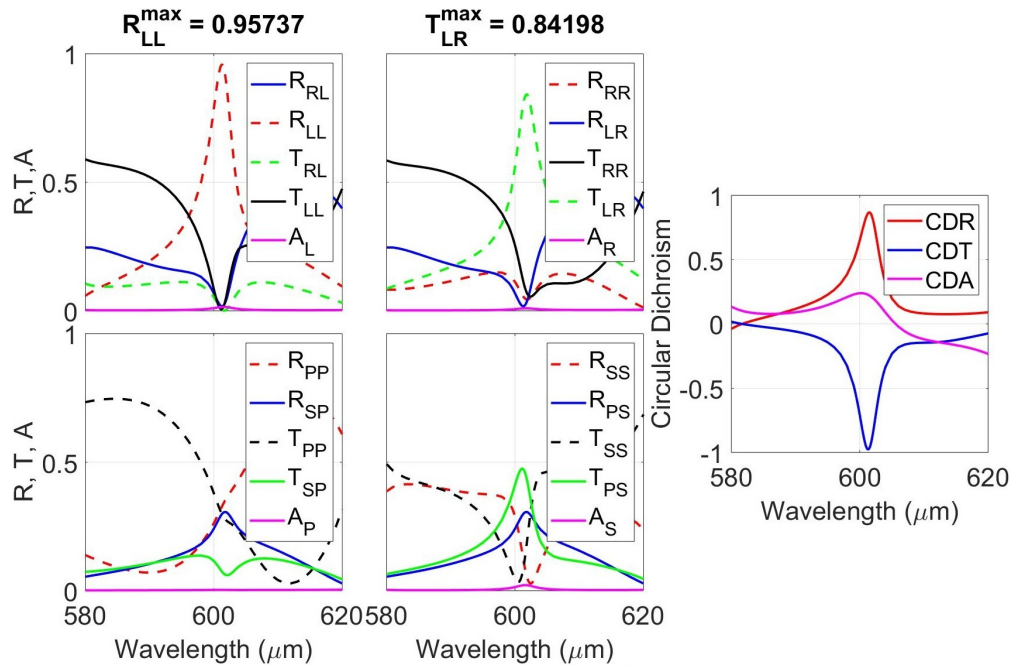


Рисунок 19 – Коэффициенты отражения, пропускания, поглощения и кругового дихроизма решетки на подложке конечной толщины.

Поведение интересующих нас коэффициентов T_{LR} и R_{LL} вдоль высокосимметричных направлений по аналогии с рис. 14 представлено в виде спектров на рис. 20.

Чтобы круговой дихроизм имел место быть, коэффициенты T_{LR} и R_{LL} в одной и той же точке пространства $(k_{||}, E)$ должны быть одновременно большими. В отличие от моноклинной решетки в вакууме (ср. с рис. 14) данная структура на подложке демонстрирует сохранение кругового дихроизма

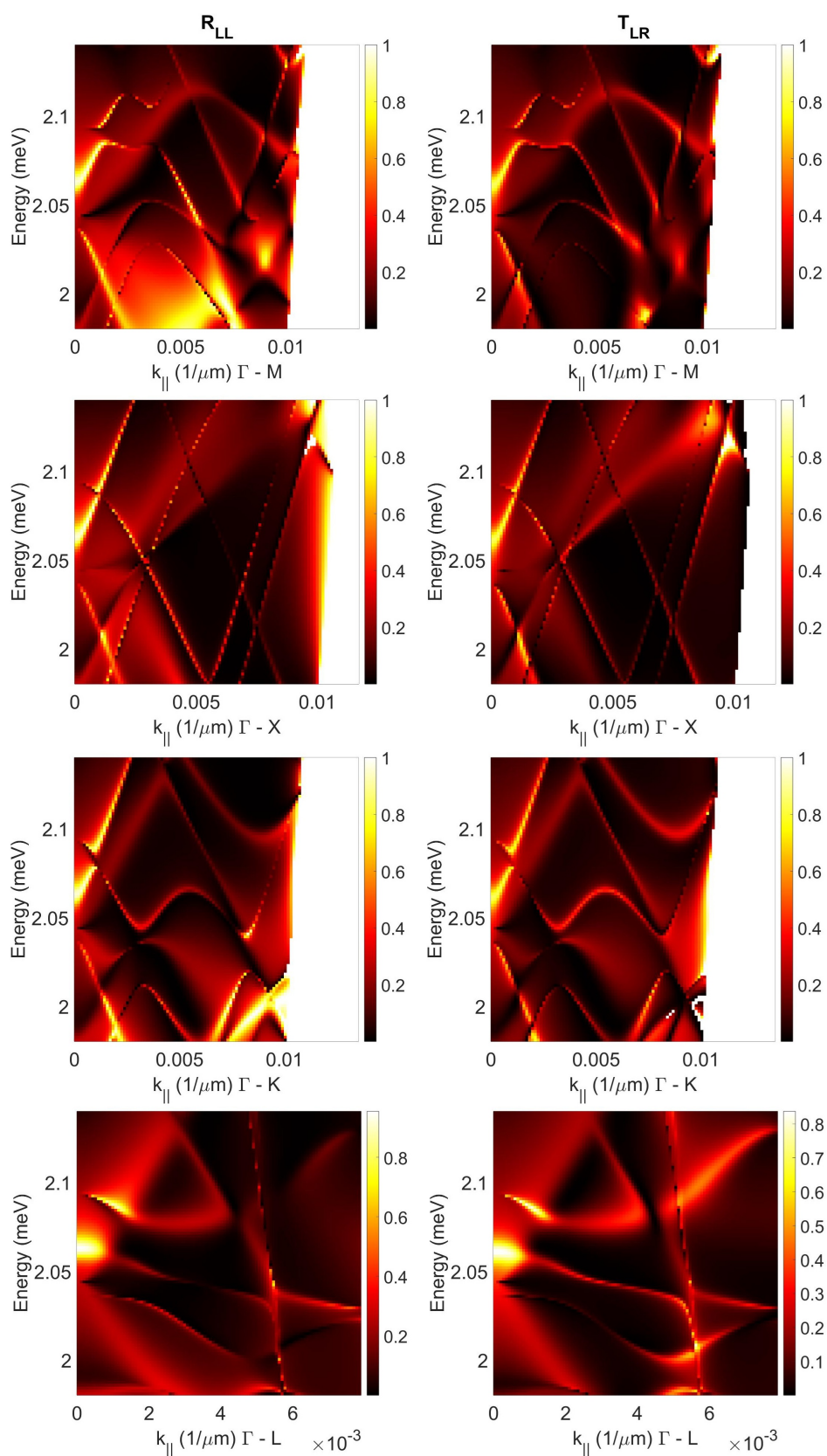


Рисунок 20 – Дисперсии коэффициентов отражения и пропускания решетки на подложке конечной толщины от Γ -точки до высокосимметричных точек М, Х, К, L.

в гораздо большем количестве точек пространства $(k_{||}, E)$, что видно на одновременно высоких резонансах вдоль высокосимметричных направлений как для коэффициента R_{LL} , так и для коэффициента T_{LR} (см. рис. 20), таким образом обладая лучшими свойствами по сравнению с подвешенной в воздухе данной решеткой. Также видно, что как и в первом случае резонансы при отходе от Γ -точки идут в сторону больших энергий за исключением пути до точки L, который довольно быстро обрывается при сохранении постоянной энергии резонансного состояния.

Собственные моды такой системы можно расклассифицировать согласно неприводимым представлениям группы C_2 , указанных в таблице 3. На рис. 21 представлены распределения электрического и магнитного полей в горизонтальном разрезе структуры на высоте $h/4$.

Электрическое поле первой моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0353 - 0.0001i$ мэВ) и третьей моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0428 - 0.0001i$ мэВ) симметрично по отношению к повороту C_2 на 180° вокруг оси z , что соответствует неприводимому представлению A. Их магнитное поле симметрично относительно поворота, что соответствует и векторному и псевдовекторному представлению A.

Электрическое поле второй моды ($\hbar\omega_{res} = 2.03426 - 0.0579i$ мэВ) и четвертой моды ($\hbar\omega_{res} = 2.0607 - 0.007i$ мэВ) антисимметрично по отношению к повороту C_2 на 180° вокруг оси z , что соответствует неприводимому представлению B. Их магнитное поле также антисимметрично относительно поворота, что соответствует и векторному и псевдовекторному представлению B.

Симметрия электрического и магнитного полей в векторном представлении, положения резонансов и их ширины указаны в таблице 6. Как и в случае подвешенной в воздухе решетки (ср. с таблицей 2) активны моды B антисимметричные при действии поворота C_2 вокруг главной оси z на 180° , в то время как симметричные A остаются связанными с континуумом, что выражается в их малой мнимой части по сравнению с первыми: 0.1 мкэВ

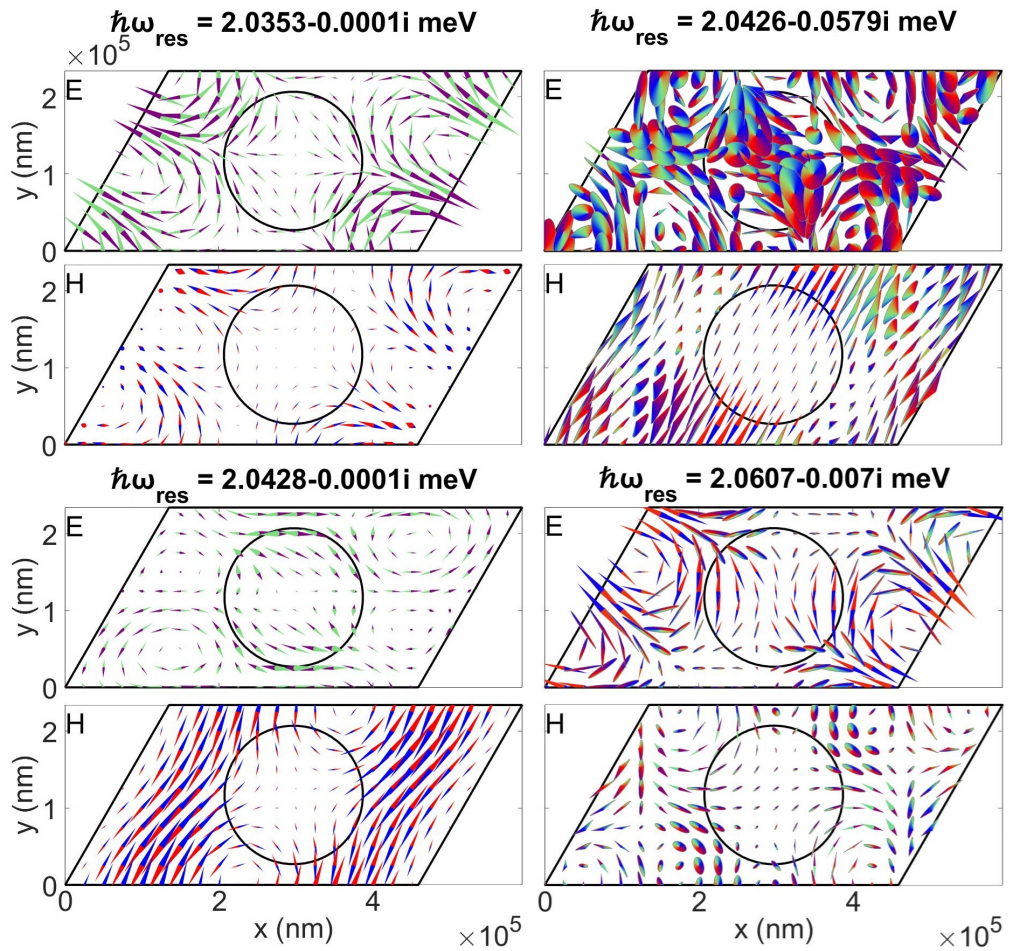


Рисунок 21 – Распределения электрического и магнитного полей в горизонтальном разрезе структуры на высоте $h/4$ для собственных мод метамембраны на подложке.

$\ll 57.9, 7.0$ мкэВ. Причем главная мода, которая отвечает за хиральный резонансный отклик, имеет энергию $\Omega = 2.0607$ мэВ и ширину $\gamma = 0.007$ мэВ.

$\vec{E}$	$\vec{H}$	Ω (мкэВ)	γ (мкэВ)
A	A	2035.3	0.1
B	B	2042.6	57.9
A	A	2042.8	0.1
B	B	2060.7	7.0

Таблица 6 – Положения собственных мод решетки на подложке конечной толщины, симметрия их электрического и магнитного полей и их ширины в Γ -точке вблизи резонанса на ~ 601 мкм.

3.6. Резонатор на основе 3D хиральных структур

Оптимизированные под максимально хиральный отклик структуры могут быть использованы для проектирования резонатора циркулярных поляризаций света. На рис. 22 представлены геометрия такого резонатора (2D-хирального), состоящего из двух оптимизированных на 600 мкм 3D хиральных структур на подложках конечной толщины, отстоящих друг от друга на расстоянии в $100h$. Большое расстояние между пластинами позволяет получить установившееся распределения электромагнитного поля вдали от обеих структур. Также на рисунке представлены спектры коэффициентов пропускания, отражения, поглощения и коэффициентов циркулярного дихроизма, имеющие резонанс около длины волны 603.7 мкм с добротностью ~ 85 .

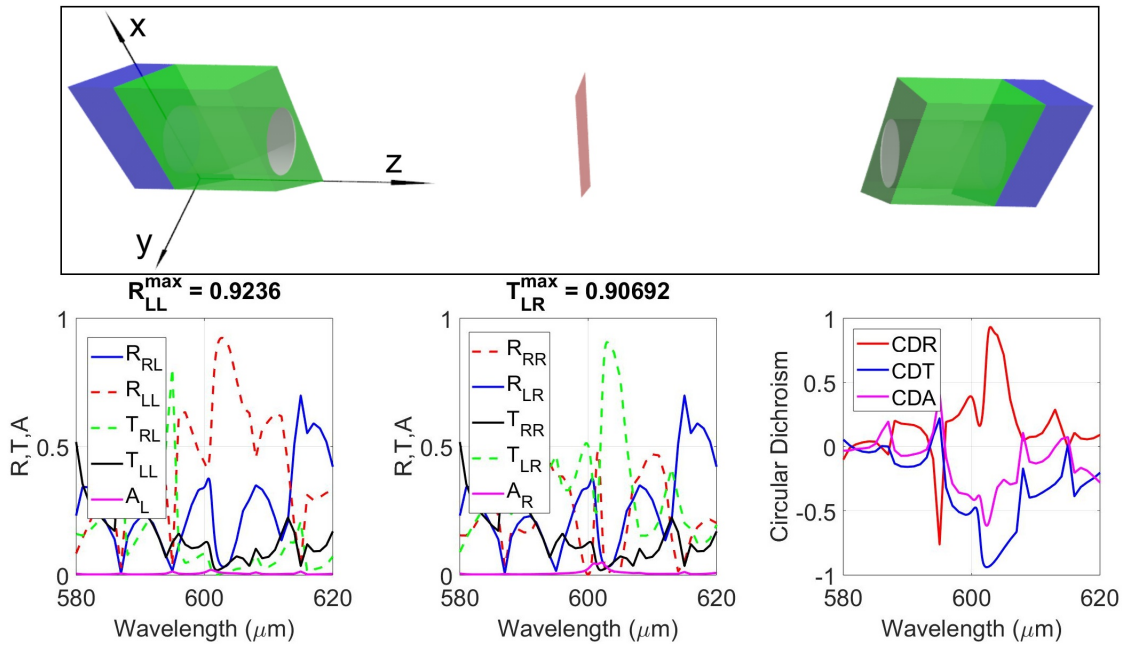


Рисунок 22 – Геометрия резонатора и его спектры коэффициентов прохождения, отражения, пропускания и циркулярного дихроизма в зависимости от длины волны.

Для оценки применимости в сенсорике хиральных молекул такого резонатора следует рассмотреть распределение плотности хиральности падающего электромагнитного излучения $S = \text{Im}(\vec{E} \cdot \vec{H}^*)$. На рис. 23 представлены спектры интенсивности поля $I = |\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2$ и плотности хиральности

поля в центральной точке резонатора (центр отмеченной красной плоскости на рис. 22) для разных длин волн. Рассмотрено падение на структуру света левой циркулярной поляризации. Видно, что в центре максимальные интенсивность I и плотность хиральности C света имеется на длине волны в 603.7 мкм. Также на рис. 23 представлены распределения I и C в центральной плоскости резонатора. Видно, что на длине волны 603.7 мкм плотность хиральности C имеет максимум в центре, при этом в остальной части центральной плоскости (xy) резонатора близка к нулю. То же верно и для интенсивности поля I .

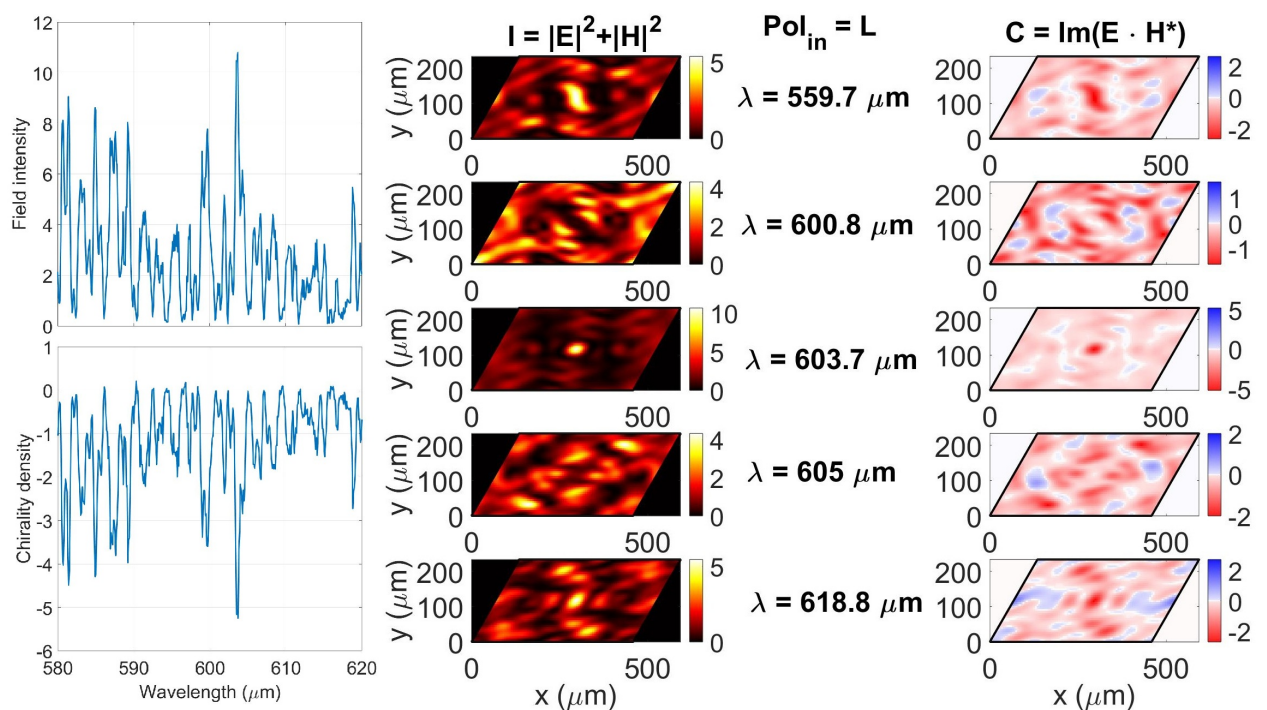


Рисунок 23 – Распределения интенсивности и плотности хиральности поля в середине резонатора (слева) и в центральной плоскости резонатора (справа) для разных длин волн падающего лево-поляризованного циркулярного света.

Если рассматривать падение света для этой же структуры правой циркулярной поляризации, то распределение интенсивности поля I не изменится, а распределение плотности хиральности C поменяет знак.

Можно рассматривать и 3D-хиральный резонатор, состоящий из двух

последовательных 3D-хиральных структур (решетка на подложке конечной толщины), разнесенных на расстояние $100h$ (см. рис. 24). В данной конфигурации спектры коэффициентов отражения, пропускания и циркулярного дихроизма изменятся (см. рис. 24). Но при этом резонанс в плотности хиральности S и интенсивности I падающего поля практически не изменится, а по абсолютным значениям S и I уменьшатся на $\sim 15\%$. Как и в случае 2D-хирального резонатора при рассмотрении падения света правой циркулярной поляризации, I не изменится, а S поменяет знак.

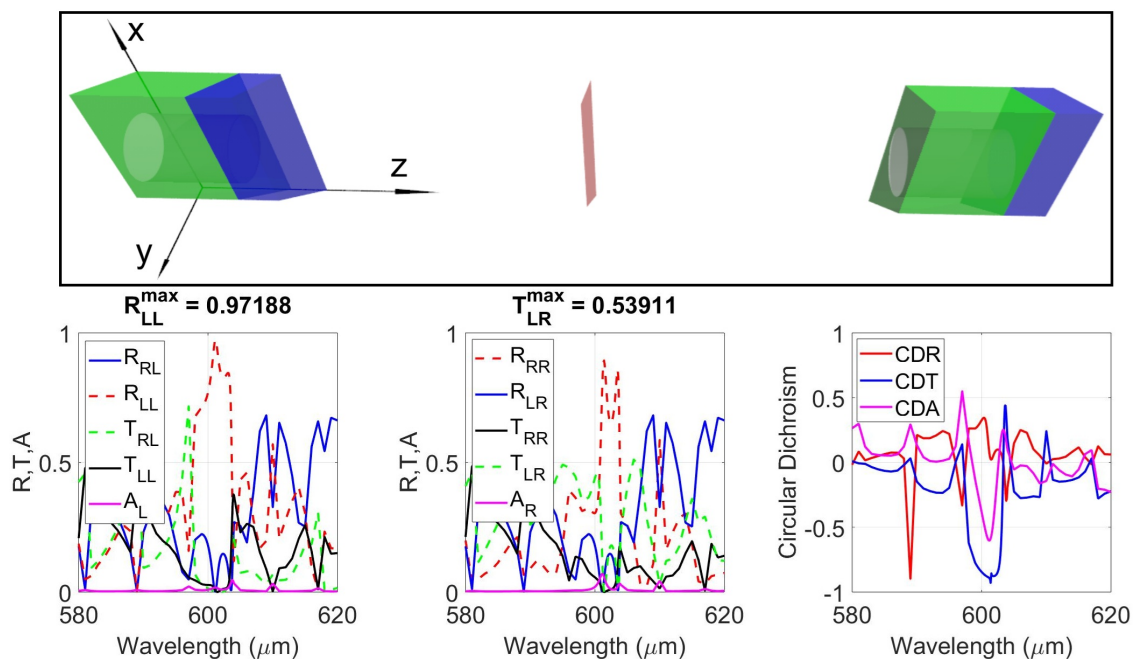
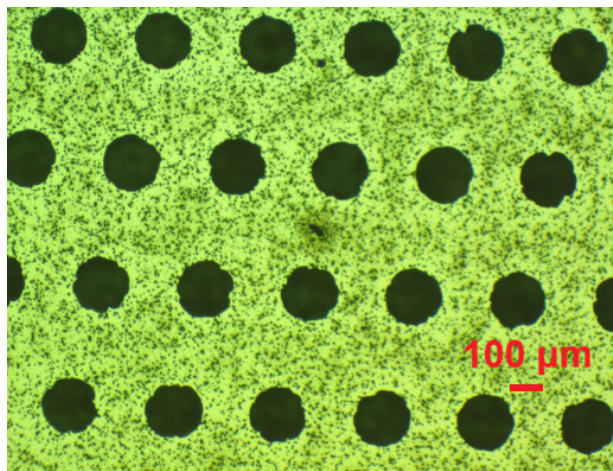


Рисунок 24 – Геометрия 3D-хирального резонатора и его спектры коэффициентов прохождения, отражения, пропускания и циркулярного дихроизма в зависимости от длины волны.

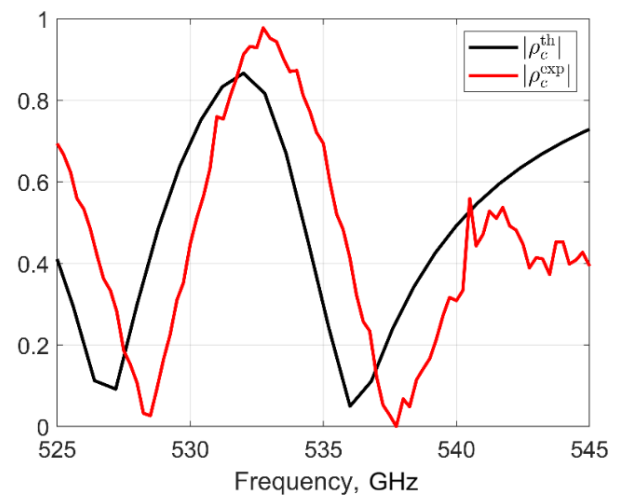
3.7. Экспериментальные данные

Близкие к оптимизированным кремниевые структуры были недавно изготовлены в ИФТТ РАН (лаборатория И.В. Кукушкина) [3], продемонстрировано хорошее количественное согласие измерений с нашими расчетами. На рис. 25а представлена изготовленная структура, на рис. 25б — теоретический расчет и снятая экспериментальная зависимость циркулярного дихроизма пропускания $|CDT|$.

Сдвиг экспериментальной кривой в сторону больших энергий может быть связан как с невозможностью точного расчета из-за разных значений геометрических параметров структуры (периодов, радиуса, толщины), так и неточного значения диэлектрической проницаемости для данной частоты из-за наличия ее дисперсии, а также из-за дисперсии самой структуры (см. рис. 14): увеличение энергии резонанса при отходе от Γ -точки, — что становится видно при измерении спектра с конечной угловой апертурой.



(а)



(б)

Рисунок 25 – а) Изготовленная структура (низ); б) теоретическая (черная) и экспериментальная (красная) кривые $|\text{CDT}|$ [3].

ВЫВОДЫ

1. Теоретически исследованы кремниевые метамембраны с моноклинной решеткой цилиндрических воздушных отверстий, как свободно подвешенной, так и на стеклянной подложке. Геометрические параметры структур оптимизированы для резонансного достижения максимального циркулярного дихроизма пропускания и отражения.
2. Рассчитаны дисперсии собственных мод вдоль высокосимметричных направлений первой зоны Бриллюэна и распределения собственных полей в Γ -точке, моды расклассифицированы по неприводимым представлениям групп симметрии структур. Также рассчитаны теоретические дисперсионные кривые оптических коэффициентов T_{LR} и R_{LL} вдоль высокосимметричных направлений первой зоны Бриллюэна. Их особенности объяснены с помощью рассчитанных дисперсий собственных мод.
3. Рассмотрено влияние отклонений реальной структуры от идеальной, проявляющиеся в сужении радиуса отверстия по вертикали. Получено, что даже при отклонении в 5% от оптимального радиуса снизу, структура демонстрирует циркулярный дихроизм, превышающий 85%.
4. Рассмотрено влияние отклонений геометрических параметров от оптимизированных значений. Для каждого параметра в случае отклонения на $\pm(5 - 10)\%$ по отдельности продемонстрировано сохранение хирального отклика, превышающего 90%.
5. Оптимизированные параметры 2D кремниевой метамембраны были переданы в ИФТТ РАН (лаборатория И.В. Кукушкина). Изготовленные там метамембраны продемонстрировали ожидаемый резонансный максимальный дихроизм пропускания, в качественном и количественном согласии с нашими расчетами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была исследована кремниевая метамембрана с моноклинной элементарной ячейкой цилиндрических воздушных отверстий для терагерцового диапазона при достижении максимально хирального отклика. Рассмотрена как подвешенная в воздухе решетка (2D хиральная система), так и 3D хиральная система в виде решетки на подложке конечной толщины.

С помощью генетического алгоритма оптимизации были найдены оптимальные параметры структуры, обеспечивающие максимально хиральный отклик в ТГц диапазоне. Также рассмотрено влияние отклонений структуры от оптимизированной геометрии.

С помощью приближения пустой решетки и дисперсий собственных резонансных мод структуры качественно объяснено поведение коэффициентов отражения и пропускания циркулярной поляризации, обеспечивающих максимально хиральный отклик.

Отдельно хочется выразить благодарность моему научному руководителю Сергею Григорьевичу Тиходееву и соруководителю Сергею Александровичу Дьякову. Я также признателен Игорю Владимировичу Кукушкину и сотрудникам его лаборатории за успешное изготовление кремниевых моноклинных метамембран и их экспериментальную характеристику.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Spin-preserving chiral photonic crystal mirror / B. Semnani, J. Flannery, R. Al Maruf et al. // *Light: Science Applications*. 2020. 02. Vol. 9.
- [2] Single-Handedness Chiral Optical Cavities / K. Voronin, A. Taradin, M. Gorkunov et al. // *ACS Photonics*. 2022. 05. Vol. 9.
- [3] Кукушкин И.В. и др. Частное сообщение. Статья готовится к отправке в печать. 2026.
- [4] Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // *Phys. Rev. Lett.* 1987. May. Vol. 58. P. 2059–2062.
- [5] Joannopoulos J. D., Villeneuve P. R., Fan S. Photonic crystals: putting a new twist on light // *Nature*. 1997. mar. Vol. 386, no. 6621. P. 143–149.
- [6] Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs / S. G. Tikhodeev, A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov et al. // *Phys. Rev. B*. 2002. Jul. Vol. 66. p. 045102.
- [7] Yu N., Capasso F. Flat optics with designer metasurfaces // *Nature materials*. 2014. 01. Vol. 13. P. 139–50.
- [8] Polarization control of quantum dot emission by chiral photonic crystal slabs / S. V. Lobanov, T. Weiss, N. A. Gippius et al. // *Opt. Lett.* 2015. Apr. Vol. 40, no. 7. P. 1528–1531.
- [9] Roadmap on optical metamaterials / A. Urbas, Z. Jacob, L. Negro et al. // *Journal of Optics*. 2016. 08. Vol. 18.
- [10] Chiral Quantum Optics / P. Lodahl, S. Mahmoodian, S. Stobbe et al. // *Nature*. 2016. 08. Vol. 541.

- [11] Photonic Bound States in the Continuum in Si Structures with the Self-Assembled Ge Nanoislands / S. A. Dyakov, M. V. Stepikhova, A. A. Bogdanov et al. // *Laser & Photonics Reviews*. 2021. Vol. 15, no. 7. p. 2000242.
- [12] Circularly Polarized Laser Emission from an Electrically Pumped Chiral Microcavity / A. A. Maksimov, E. V. Filatov, I. I. Tartakovskii et al. // *Phys. Rev. Appl.* 2022. Feb. Vol. 17. p. L021001.
- [13] High-efficiency terahertz devices based on cross-polarization converter / H. Zhao, X. Wang, J. He et al. // *Scientific Reports*. 2017. 12. Vol. 7.
- [14] Lossless dielectric metasurface with giant intrinsic chirality for terahertz wave / J. Li, J. Li, C. Zheng et al. // *Optics Express*. 2021. 08. Vol. 29. P. 28329–28337.
- [15] Broadband and switchable terahertz polarization converter based on graphene metasurfaces / R. Zhang, B. You, S. Wang et al. // *Optics Express*. 2021. 07. Vol. 29. P. 24804–24815.
- [16] Simultaneous broadband and high circular dichroism with two-dimensional all-dielectric chiral metasurface / R. Wang, C. Wang, T. Sun et al. // *Nanophotonics*. 2023. 10. Vol. 12. P. 4043–4053.
- [17] Switchable VO₂-metasurface for terahertz polarization converter and absorber / J.-D. Li, Y.-H. Wang, X.-M. Li et al. // *Optical Materials Express*. 2025. Vol. 15, no. 9. P. 2079–2092.
- [18] Wideband high-reflection chiral dielectric metasurface / Z. Hu, N. He, Y. Sun et al. // *Progress In Electromagnetics Research*. 2021. 01. Vol. 172. P. 51–60.
- [19] Kwon H., Faraon A. NEMS-tunable dielectric chiral metasurfaces // *ACS Photonics*. 2021. 11. Vol. 8. P. 2980–2986.

- [20] Valenko N. V., Dmitrieva O. A., Tikhodeev S. G. Effect of losses on optical properties of chiral metamembranes // *Computer Optics*. 2024. 12. Vol. 48. P. 816–821.
- [21] Kelly S. M., Jess T. J., Price N. C. How to study proteins by circular dichroism. // *Biochimica et biophysica acta*. 2005. Vol. 1751 2. P. 119–39.
- [22] Whitmore L., Wallace B. A. Protein secondary structure analyses from circular dichroism spectroscopy: Methods and reference databases // *Biopolymers*. 2008. Vol. 89, no. 5. P. 392–400.
- [23] Optical communication of spin information between light emitting diodes / R. Farshchi, M. Ramsteiner, J. Herfort et al. // *Applied Physics Letters*. 2011. 05. Vol. 98. P. 162508 – 162508.
- [24] Ultra-directional high-efficiency chiral silicon photonic circuits / L. Fang, H. Luo, X. Cao et al. // *Optica*. 2019. Vol. 6. p. 61.
- [25] Molecular chirality detection with periodic arrays of three-dimensional twisted metamaterials / C.-Y. Lin, C.-C. Liu, Y.-Y. Chen et al. // *ACS Applied Materials & Interfaces*. 2020. Vol. 13, no. 1. P. 1152–1157.
- [26] Schäfer C., Baranov D. G. Chiral Polaritonics: Analytical Solutions, Intuition, and Use // *The Journal of Physical Chemistry Letters*. 2023. Vol. 14, no. 15. P. 3777–3784. PMID: 37052302.
- [27] Prospect of optical chirality logic computing / Y. Zhang, J. Arias-Muñoz, X. Cui et al. // *Applied Physics Letters*. 2023. 12. Vol. 123.
- [28] Chiral Light in Twisted Fabry–Pérot Cavities (Advanced Optical Materials 12/2024) / S. A. Dyakov, N. S. Salakhova, A. V. Ignatov et al. // *Advanced Optical Materials*. 2024. Vol. 12, no. 12. p. 2470038.

- [29] Gorkunov M., Antonov A. Rational design of maximum chiral dielectric metasurfaces. 2024. 01. P. 243–286.
- [30] Whittaker D. M., Culshaw I. S. Scattering-matrix treatment of patterned multilayer photonic structures // Phys. Rev. B. 1999. Jul. Vol. 60. P. 2610–2618. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.60.2610>.
- [31] Gippius N. A., Tikhodeev S. G., Ishihara T. Optical properties of photonic crystal slabs with an asymmetrical unit cell // Phys. Rev. B. 2005. Jul. Vol. 72. p. 045138. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.72.045138>.
- [32] Гиппиус Н. А. Особенности взаимодействия излучения с веществом в полупроводниковых наноструктурах и фотонных кристаллах. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.
- [33] Holland J. H. Outline for a logical theory of adaptive systems // Journal of the ACM (JACM). 1962. Vol. 9, no. 3. P. 297–314.
- [34] Schwefel H.-P. Kybernetische Evolution als Strategie der Experimentellen Forschung in der Stromungstechnik // Diploma Thesis, Tech. Univ. of Berlin. 1965.
- [35] Rechenberg I. Evolutionsstrategie // Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. 1973.
- [36] Schwefel H.-P. Numerische Optimierung von Computer - Modellen. 1974. 01.
- [37] Holland J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
- [38] Matched coordinates and adaptive spatial resolution in the Fourier modal

- method / T. Weiss, G. Granet, N. Gippius et al. // Optics Express. 2009. 04. Vol. 17. P. 8051–8061.
- [39] Tunable broadband polarization converters based on coded graphene metasurfaces / A. Khajeh, Z. Hamzavi-Zarghani, A. Yahaghi et al. // Scientific Reports. 2021. Vol. 11, no. 1. p. 1296.
- [40] Optimization of structural parameters of PCF polarization filter by a genetic algorithm / D. Yang, Z. Wei, H. Qin et al. // IEEE Photonics Journal. 2022. Vol. 14, no. 6. P. 1–9.
- [41] Strong coupling of chiral light with chiral matter: a macroscopic study / S. Dyakov, I. Smagin, N. Salakhova et al. // Optica. 2025. Vol. 12, no. 9. P. 1406–1416.
- [42] Broadband wide-view all-dielectric handedness-preserving mirror / N. Salakhova, A. Demenev, O. Klimenko et al. // arXiv preprint arXiv:2601.08695. 2026.
- [43] Валенко Н. В., Маликов Р. О., Тиходеев С. Г. Хиральная метамембрана для терагерцового диапазона на основе кремния // XXII Конференция ”Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления”. 2025. с. 173.
- [44] Malikov R. O., Valenko N. V., Tikhodeev S. G. Chiral metamembranes for far infrared and THz bands // 32nd International Conference on Advanced Laser Technologies (ALT’25). 2025.
- [45] Маликов Р. О., Дьяков С. А., Тиходеев С. Г. Кремниевая метамембрана максимальной хиральности для терагерцового диапазона с моноклинной элементарной ячейкой // 68-я Всероссийская научная конференция МФТИ. 2026.

- [46] Маликов Р. О. Моноклинная кремниевая метамембрана с максимально хиральным откликом для терагерцового диапазона // Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2026». 2026.