

В. И. Неделько

Курс лекций по физике
для студентов-экологов
биологического факультета МГУ
(дистанционное обучение)

- Москва 2020 -

Оглавление

Глава I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	4
Глава II. ИЗМЕРЕНИЯ В ФИЗИКЕ	7
Глава III. МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ.....	14
§. 1. Модель «материальная точка»	14
П. 1. Кинематические физические величины.	18
П. 2. Вращательное движение материальной точки. Кинематические и динамические величины вращательного движения.	33
§. 2. Модель «система материальных точек».....	44
П. 1. Аксиоматика модели «система материальных точек».....	44
П. 2. Энергетические физические величины модели «система материальных точек»	46
П. 3. Законы сохранения в механике	50
П. 4. Колебательное движение тела	52
§. 3. Модель “сплошная среда”	55
§. 4. Волновая модель.....	63
Глава IV. ТЕРМОДИНАМИКА.....	67
§. 1. Начала термодинамики	67
§. 2. Тепловые машины.....	75
Глава V. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.....	78
Глава VI. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.	83
§. 1. Электростатика.	83
П. 1. Модель силового электростатического поля	86
П. 2. Энергетические характеристики электрического поля.....	90
П. 3. Графическое изображение поля.....	92
П. 4. Модель проводника и диэлектрика в электростатике.	94
§. 2. Постоянный ток.....	101
§. 3. Магнитное поле и явления, связанные с ним.....	104
§. 4. Электромагнитная индукция.	113
§. 5. Переменный ток.	117
§. 6. Уравнение Максвелла.....	120
§. 7. Электромагнитные волны.....	128
Глава VII. ОПТИКА.....	129
§. 1. Энергетические и волновые величины в оптике.....	129
§. 2. Оптические модели.....	134
П. 1. Волновая модель	136
П. 2. Поляризация света.....	137

П. 3. Интерференция света.	139
П. 4. Дисперсия света.	141
П. 5. Дифракция света.	143
П. 6. Рассеяние света.	144
Глава VIII. ФИЗИКА МИКРОМИРА.	147
§. 1. Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц.....	147
§. 3. Принцип тождественности частиц и его следствия.....	151
§. 3. Атом.	153
§. 5. Ядро	156
П. 1. Элементарные частицы	158
Литература	166

Глава I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.

Главная цель человека – обеспечить себе достойное существование. Для ее реализации нужны средства. Универсальным средством является окружающая человека среда. Однако, чтобы использовать это средство необходимо совершить определенные действия, а чтобы провести действия человек должен использовать собственные средства. Этими средствами являются ощущения и интеллект. Человек воспринимает внешнюю среду через ощущения: зрительные, слуховые, осязательные, обонятельные, вкусовые. Так посредством зрительных ощущений человек наблюдает совокупность изменяющихся по размерам, формам и количеству цветных областей. Выбрав первый раз, случайно, зеленую область он ощупывает ее, нюхает, пробует на вкус и запоминает результат. Так случайный выбор области становится знанием о ней. В следующий раз увидев такую область человек для проведения с ней действий использует полученные о ней знания. В процессе такой деятельности у человека формируется набор знаний (жизненный опыт) используемых им для своего существования. Т.о. в принципе ощущений достаточно чтобы существовать. Однако человек кроме способности ощущать обладает интеллектом – способностью создавать, хранить и использовать символы для решения проблем выживания. Символ – эквивалент объекта, заданный в виде знака произвольной формы. Используя интеллект, человек дает названия областям – объектам, каждому объекту – конкретные названия, всей совокупности объектов – «материальный мир». Объектам задают свойства, т.е. чем они похожи или различаются; изменение свойств называют «поведением».

У человека проблем много. Среди них: построение новых объектов, получение прогнозов о будущем и знаний о прошлом, познание материального мира. Решением этих проблем занимается область человеческой деятельности, называемая «научной» или просто «наукой». Когда то (до 19 века) наука занималась только познанием мира, а

практическое использование научных результатов считалось недостойным занятием, но постепенно практическое использование стало неотъемлемой частью науки и со временем его роль только увеличивается. Сегодня в науку входят много дисциплин, в их числе и физика. Формально физику определяют как науку, изучающую свойства и строение материи и законы ее движения. Поскольку в материальном мире, кроме материи ничего нет, то физика является не просто одной из научных дисциплин, а фундаментальной наукой, без которой сегодня не может обойтись никакая другая наука. Как решает физика свои проблемы?

Мир состоит из объектов. Объект проявляется в свойствах. Общее свойство всех объектов – они изменяются. Наблюдения показали, что изменения некоторых свойств некоторых объектов происходят одинаково, например, солнце всегда всходит на востоке и садится на западе, брошенный камень всегда падает на Землю, дым поднимается вверх. Такие изменения называли «закономерными», а совокупность закономерных изменений свойств объектов называли «явлением» (или «процессом»); именно изучением явлений и занимается физика. Задача физики: изучить явления и получить результаты изучения в форме, позволяющей решить указанные выше проблемы. Как это сделать? Поскольку явление – совокупность закономерных изменений некоторых свойств некоторых объектов, то

- а) надо найти эти объекты и эти свойства;
- б) установить виды закономерностей между ними;
- в) полученные закономерности использовать для решения проблем.

Из-за всеобщей зависимости свойств объектов между собой в явлении принимают участие если не все, то многие объекты наблюдаемого фрагмента материального мира. Например, на наблюдаемое поведение дыма из заводской трубы влияет его источник, который может изменить количество и качество (цвет, плотность, запах, ...), ветер, состояние атмосферы (давление, температура) и т.д., на наблюдаемое поведение Солнца влияют облака,

чистота атмосферы, время наблюдения и т.д. Однако степень влияния на процесс у различных объектов разная: одни составляют фундамент явления, другие оказывают незначительное влияние или влияние случайное (при наблюдении Солнца, например, в зону Солнечного диска попадает птичка или облако закрывает диск). Дать научное описание явлений с учетом всех объектов и всех их свойств невозможно из-за:

1. Принципиальной невозможности выявить все объекты и все свойства.
2. Технических трудностей при проведении экспериментальных и теоретических действий.

Поэтому всегда исключают из рассмотрения часть объектов и часть свойств, тем самым заменяя реальность ее моделью. В науке принят подход “от простого к сложному”. “Сложное” представляет собой “простое” с дополнительными условиями. В качестве “простого” берут фундамент, который имеет место во всех явлениях заданного вида, а затем последовательно усложняют его, вводя дополнительные условия (новые объекты, новые свойства, новые связи). В результате получают набор описаний разной степени сложности одного явления. Таким образом, в рамках одного явления сложность его описания определяют по количеству объектов и свойств, участвующих в явлении. А как определить сложность, если явления по природе разные? Классификацию по сложности множества движений дал Аристотель. Отметим, что Аристотель движением называл любое изменение. Аристотель ввел три типа движения: количественные, качественные, перемещения. Количественное – изменение количественных свойств без изменения качества. Качественное – изменение качества. Перемещение – изменение положения тела, без каких-либо изменений его свойств. Таким образом, самый простой вид движения – перемещение. Сегодня его называют «механическое движение». С него начинают изучение физики. Более сложным является тепловое движение. И механическое движение, и тепловое движение относятся к вещественной среде. Кроме

вещественной формы материи существует полевая форма материи, описание движения которой более сложное, чем тепловой и механической. К еще более сложной форме движения относится движение микрочастиц, которые ведутся в зависимости от условий и как частиц и как волны. В соответствии со сложностью движения имеют место разделы физики: механика, термодинамика и статистическая физика, электродинамика, атомная и ядерная физика.

Глава II. ИЗМЕРЕНИЯ В ФИЗИКЕ

Свойства объектов имеют количественное и качественное содержание.

Качество определяют как характеристику объекта, задающую его определенность, т.е. то, чем он является. Характеристика – это совокупность свойств. Каждое свойство вносит свой вклад в качество и несет в себе качественное содержание. Есть свойства, определяемые по ощущениям. Например, палка – толстая, гладкая, синяя, холодная. Есть свойства, в определении которых, кроме ощущений, участвует эмоциональный компонент. Например, палка – красивая, элегантная.

В науке, по словам Резерфорда, “качество” есть бедное количество. Действительно, изучая качественные свойства мы используем термины “больше”, “меньше”, “равно”, а это уже количественные характеристики. Подобные выводы мы делаем, когда сравниваем одинаковые свойства разных объектов. Однако для решения научных проблем подобного сравнения недостаточно – требуется знание точного количества. Точное количественное содержание свойства называют мерой свойства. Чтобы ее получить, надо провести операцию точного количественного сравнения. Например, палка обладает свойствами протяжения. Протяжение определяют как расстояние между крайними точками тела. Мэру максимального расстояния называют «длиной тела». Итак, есть палка, у которой надо точно

определить длину. Раз всё познается в сравнении, надо взять другую палку и сравнить ее длину l с длиной первой палки L , т.е. определить сколько раз палка l укладывается вдоль палки L . Получим $\frac{L}{l}=n$ (рис. 1). Так как длину палки l выбирают произвольной, то самое простое – считать эту длину единичной. Тогда $L=n$ единиц длины палки l . Процесс сравнения количественного содержания свойства объекта с количественным содержанием того же свойства у другого объекта, принятого за единичное, назвали «измерительным», действия с объектом «измерением», а полученную меру свойства «физической величиной». Итак, физическая величина – мера свойства объекта, заданная способом измерения. Структура физической величины $L=[L]\{L\}$ состоит из количественной составляющей $[L]=n(5,10,20\dots)$ и качественной составляющей $\{L\}$, указывающей какое конкретное свойство было измерено. $\{L\}$ - дают название, например, единица длины в СИ - метр (см. далее). Объект, который измеряют, называют «измеряемым», объект которым измеряют – «измерителем». Основное требование к измерителю – постоянство свойства, с помощью которого проводят измерение при любых условиях. Измеритель, количественное содержание свойства которого принимают за единицу, которое постоянно и не зависит от времени и в любых условиях он может воспроизводиться, называют «эталоном». В рассмотренном случае измерения длины палки процесс измерения представляет прямое сравнение измеряемого объекта с измерителем. Однако в современных эталонах для нахождения физической величины используют формулу, в которую входит искомая физическая величина, а все другие величины считаются известными с большой степенью точности и постоянными при всех условиях, которые могут иметь место в реальных процессах. Таким образом, современный эталон является объектом материального мира (как и измерительная палка), но представляет собой сложную установку. Со временем требования к точности измерений повышаются и поэтому вводят новые эталоны. Так единица длины “метр”

изначально была определена как $\frac{1}{4 \cdot 10^7}$ часть длины земного меридиана. Эталон метра давал точность 10^{-4} . Во втором эталоне метр был определен как расстояние между двумя штрихами на стержне из Fe-Rh сплава, точность 10^{-7} . В третьем эталоне метр был определен как длина равная 1650763,73 длины волны излучения в вакууме, соответствующей переходу между уровнями $2P_{10}$ и $5d_5$ атома криптона 86 – точность 10^{-9} . В четвертом эталоне метр был определен как длина пути, проходимая светом за $\frac{1}{299792488}$ сек – точность 10^{-10} .

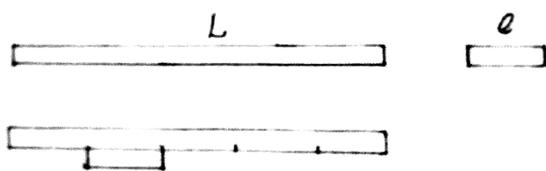


Рис 1.

Эталоны существуют в единичных экземплярах. В практике используют «меры» – рабочие средства измерений. Для каждой физической величины может быть задан эталон. Однако можно обойтись несколькими эталонами, а единицы измерений остальных физических величин находить через них, используя физические законы. В этом случае физические величины объединяются в систему единиц измерений, в которой произвольно для некоторых величин задаются эталоны – их называют «основными», а остальные – их называют «производными» – являясь функциями основных величин, находятся через основные. Поскольку эталонные величины выбирают произвольно, то существуют различные системы единиц измерений.

В данном курсе используется Международная система измерений (СИ). Она содержит семь основных единиц: Длина L метр (м), Масса M килограмм (кг), Время T секунда (сек), Сила тока I ампер (А), Температура θ кельвин

(К), Сила света Y кандела (Кд), Количество вещества N (моль). Их полные определения будут даны в соответствующих разделах.

Формулу связи любой физической величины A с основными величинами называют «размерность физических величин». Для СИ она имеет вид

$$\dim A = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \theta^\varepsilon \Upsilon^\vartheta N^\nu \text{ где}$$

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \vartheta, \nu - \text{рациональные числа.}$$

Для получения физических величин используют приборы. Простейшим прибором для измерения длин объекта (палки) является линейка.

Линейка градуирована в единицах измерения величины. Для измерения длины палки к ней прикладывают линейку; разность значений меток, совмещенных с началом A и концом B палки, дает значение длины. Видно (рис. 2), что точное значение длины определить невозможно, так как всегда за счет несовершенства прибора имеем неопределенность – ее называют «приборной погрешностью». Обычно ее определяют как половину цены деления. Другая неопределенность возникает за счет погрешности измерений. Эта погрешность обусловлена несовершенством измеряемого объекта. Так, при повороте палки ее длина изменяется. Приборная погрешность определена конструкцией прибора и постоянна. Погрешность измерений зависит от числа измерений. Поэтому в качестве конечного результата берут среднее значение измеряемой величины \bar{L} и учитывают погрешность. Суммарная погрешность приборная и измерений – называется «абсолютной погрешностью» ΔL . Итак: $L = [\bar{L} \pm \Delta L]\{L\}$ Отношение абсолютной погрешности ΔL к измеренному значению L называют относительной погрешности или точностью $\delta = \frac{\Delta L}{L}$. Иногда ее задают в процентах. Точность задается техническими условиями. Напомним, что цель физики – количественное описание явлений. Рассмотрим явление – механическое движение тела по одному направлению. Для описания движения используем физические величины – расстояние и время.

Расстояние измеряется соответствующим прибором, например лазерным дальномером. Время измеряют часами.

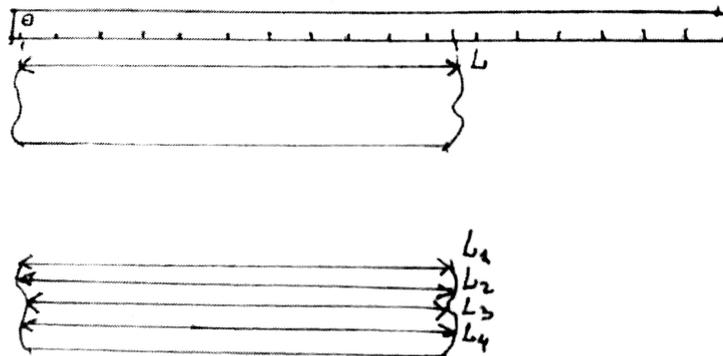


Рис. 2.

Для измерения расстояния нужны два тела – одно тело, механическое движение которого мы изучаем, и второе, тело, относительно которого измеряем расстояние. Это второе тело называют «тело отсчета», а совокупность тела отсчета и приборов для измерения расстояния и времени называют «системой отсчета». Итак, используя систему отсчета измеряют расстояние, пройденное телом L_1, L_2, \dots в моменты времени T_1, T_2, \dots . Количественное описание явления – механическое движение тела состоит в получении связи физических величин $L = f(T)$.

Физические измерения проводят с заданной точностью $\delta = \frac{\Delta L}{L}$. Это означает, что величины $L_1 = L_0 + \Delta$ и $L_2 = L_0 - \Delta$, где $\Delta L = \delta * L$, в рамках заданной точности одинаковы. Таким образом, если размеры тела $l_0 < \Delta$, то размерами тела можно пренебречь, если $l_0 > \Delta$, то этого делать нельзя. Модель, в которой размеры тела не учитывают, называют «материальной точкой». Замена тела его моделью: а) позволяет описать явление в границах технических возможностей; б) обеспечивает общность. Получив связь между физическими величинами для данной модели, можно эту связь использовать для всех объектов, которые можно представить этой моделью. То есть, имеем не только связь величин конкретных объектов, но и связь всех объектов, описываемых данной моделью – «физический закон». Итак, физический закон, описывающий механическое движение материальной точки, имеет вид

$[L]\{L\} = f([T]\{T\})$, т.е. учитывает и количественную и качественную части. Количественные части $[L]$ и $[T]$ находятся в функциональной зависимости и подчиняются всем правилам математики.

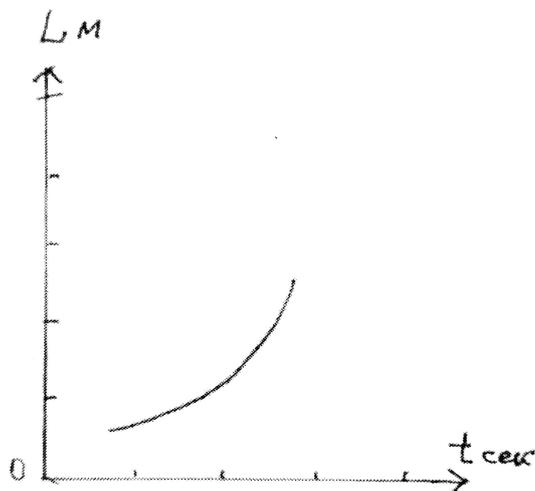


Рис. 3.

Это дает возможность перейти от физической модели к математической, в которой «работают» только количественные части физических величин $[L] = \varphi(T)$.

В математической модели нет материальной точки, нет расстояний, нет времени, а есть математическая точка и математические переменные (рис. 4).

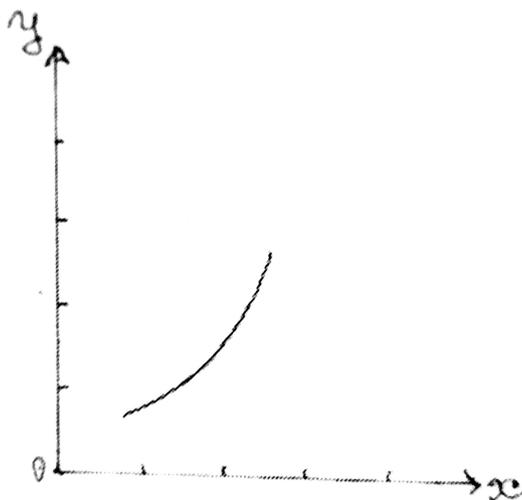


Рис. 4

В рамках математической модели можно проводить математические операции и получать нужные математические решения, а потом перейти к

физической модели, задав математическим переменным соответствующие единицы измерений и провести измерения. Подчеркнем: получение результата в рамках математической модели требует обязательного экспериментального подтверждения. В математических моделях однозначно решают проблему «от простого к сложному». Математика построена по аксиоматическому принципу. Суть его в том, что есть небольшое число независимых выражений – аксиом – не требующих доказательств. Аксиомы задают произвольно, но существуют требования к ним: независимость, непротиворечивость, полнота.

Примеры аксиоматических систем: ряд натуральных чисел, таблица умножения, геометрия Эвклида.

Из аксиом с помощью правил вывода следствий выводят большое число следствий. Таким образом, используя аксиоматический метод можно решать многие проблемы физики путем получения многих следствий из небольшого числа аксиом с последующим экспериментальным подтверждением.

При использовании аксиоматического метода работают по цепочке: Аксиома → правила вывода → Следствие → правила вывода → Следствие → ...

При переходе от математической модели к физической цепочка остается, но дополняются единицы измерений, в том числе и времени. Так как в цепочке аксиома стоит раньше следствия, то в рамках физических моделей аксиома как физическая модель по времени имеет место раньше модели следствия. Это означает, что в рамках физических моделей имеет место причинно-следственная связь, что позволяет использовать такую операцию познания как объяснение. В рамках причинно-следственных связей физические законы классифицируют как фундаментальные и феноменологические. К фундаментальным законам относят законы причины. Их называют физическими аксиомами. К физическим аксиомам относят

законы, описывающие поведение самой простой модели. Феноменологические законы - это законы, полученные экспериментально при задании каких-либо конкретных условий; их относят к следствиям физических аксиом.

Физическая суть физического закона состоит в установлении причинно-следственной связи, т.е. следствием какой физической аксиомы-причины является полученный закон. Физическая аксиома как причина не является следствием другого физического закона.

В каждом разделе классической физики есть фундаментальные законы образующие физические аксиоматические системы: законы Ньютона, начала термодинамики, уравнения Максвелла, ...

Глава III. МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ.

§. 1. Модель «материальная точка»

Механическое движение тела определяют как изменение положения тела относительно других тел и изменение одних частей тела относительно других его частей происходящее в пространстве и во времени.

В модели «материальная точка» частями тела пренебрегают, и таким образом самое простое явление в механике – механическое движение материальной точки.

В определении механического движения есть термины «пространство» и «время». Рассмотрим их смысловые значения. Как видно из наблюдений фрагментов материального мира каждый объект находится в определенном месте и может изменить его, переместившись в другое место. Это означает, что есть общееместилище всех объектов – его и назвали «пространством». Кант называл пространство «ощущением простора». Действительно, если оказаться там, где нет каких-либо высоких объектов (на море, в степи, в

тундре), то такое ощущение возникает. Но если есть ощущение, то пространство – физический объект, имеющий измеримые свойства. Одно из этих свойств – «протяжение» – существование расстояния между двумя любыми точками пространства. Расстояние – измеримая величина, мера протяжения. Поскольку любое тело находится в пространстве, занимая его часть, то и тело обладает протяжением. Однако чтобы однозначно определить положение любой точки пространства или тела в пространстве относительно другой точки (или другого тела) одного измерения недостаточно. Нужно провести три измерения. Обладание тремя измерениями протяжения называют «протяженностью» (рис. 5).

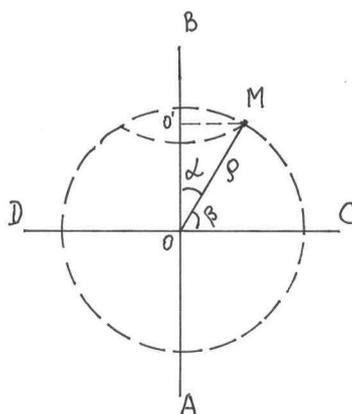


рис. 5

Пусть тело отсчета расположено в $(.) O$. Тогда можно измерить расстояние $\rho = OM$ – это одно измерение. Теперь, если построить сферу радиуса ρ с центром в $(.) O$, то каждая точка сферы находится на расстоянии ρ от центра, т.е. одного измерения для однозначного определения положения тела недостаточно. Зададим вертикальное направление АВ. Тогда можно измерить угол α между АВ и OM . – Это второе измерение, но и его недостаточно для определения точного положения, поскольку все точки, лежащие на окружности с радиусом OM , лежащей в плоскости перпендикулярной АВ будут определяться одними и теми же значениями ρ и α . Если задать направление OC в плоскости перпендикулярной АВ, то можно

измерить угол β - это третье измерение, оно совместно с двумя первыми ρ и α обеспечивает однозначно положение точки M .

Расстояние измеряют дальномером, угол – угломером.

Однозначное положение точки M можно обеспечить и другими способами измерений, но для всех способов – общее – необходимость проведения трех измерений.

Рассмотрим еще один способ измерения, модель которого часто используют при описании механического движения. В этом способе имеют место три измерительные шкалы, расположенные перпендикулярно друг относительно друга и пересекающиеся в одной точке (L_1, L_2, L_3) (рис. 6).

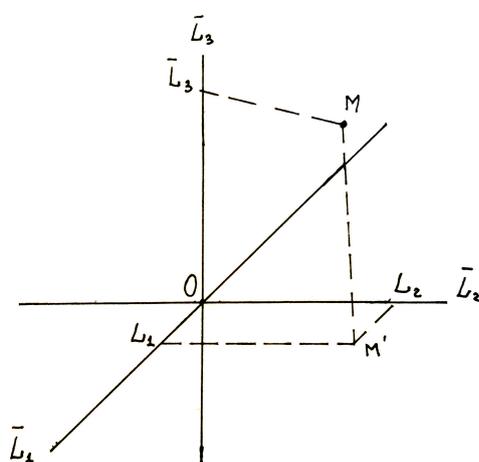


рис. 6

Чтобы определить положение точки в данном случае нужно опустить перпендикуляр на плоскость $L_1 \theta L_2 - (.)M'$ до пересечения с плоскостью $(.)M'$ и из точки M' опустить перпендикуляры на шкалы L_1 и L_2 . Далее из $(.)M$ опустить перпендикуляр на шкалу L_3 . Полученные три значения L_1, L_2, L_3 однозначно определяют положение $(.)M$ в пространстве относительно заданной системы отсчета. Заметим, что поскольку система отсчета (три измерительные шкалы) находится в пространстве, то значения L_1, L_2, L_3 зависят от их положения в пространстве, т.е. сама система отсчета должна быть сориентирована в соответствии с конкретными требованиями

эксперимента. В общем случае центр 0 должен быть сориентирован относительно одного тела отсчета (например, совмещен с ним), а направление двух шкал сориентированы относительно еще двух тел отсчета, например, одна шкала – вертикальна относительно земли, другая - по меридиану.

Между способами измерений есть строгая связь, т.е. существует формулы, позволяющие при знании результатов трех измерений полученных одним способом, получить результаты трех измерений полученных другим способом (см.далее).

Итак пространство – физический объект т.к. обладает физическим свойством – протяженностью, Мерой протяженности является протяжение в заданных направлениях. Для прямоугольных тел их называют длина, ширина, высота (рис. 7). Перемещение тела, т.е. его переход из одной точки пространства (1) в другую (2) проходит путем последовательного прохождения точек пространства, которые образуют непрерывную линию – «траекторию» (рис. 8). Для описания перемещения можно использовать термины «раньше» (в положении 1 точка находилась раньше чем в положении 2), «сначала», «потом» (сначала точка была в положении 1 потом в положении 2) (для точки 2), «позднее» (в положении 2 точка попала позднее, чем в 1). Более того, эти термины можно применять для всех точек перемещения тела, поскольку перемещение проходит по непрерывной линии: в точке А «раньше», чем в В, но в точке В «позднее», чем в А. Для описания такого поведения вводят свойство, названное длительность (перемещения).

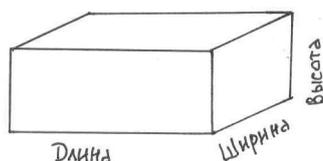


Рис. 7



Рис. 8

Используя этот термин, можно описать длительность перемещения из А в В. Это «бедное количественное свойство» становится просто количественным, если ввести меру длительности и найти способ ее измерения. Мера длительности получила название «время». В СИ время – основная величина и имеет название секунда (с). Сначала ее определяли как $\frac{1}{86400}$ часть солнечных суток. Сегодня 1 секунда – время, за которое совершается 9192631770 периодов колебаний электромагнитного поля, испущенного при переходе электрона между сверхтонкими уровнями $F=4$, $M=0$ и $F=3$, $M=0$ основного состояния $25\frac{1}{2}$ атома цезия – 133, не возмущенного внешними полями.

На практике время измеряют часами.

Совокупность тела отсчета и приборов, измеряющих положение тела и время, называют системой отсчета.

Итак, пространство обладает свойством протяженности и длительности.

Согласно всеобщей взаимосвязи, свойства пространства и объектов, находящихся в нём, влияют друг на друга. Однако, как показывает опыт, это влияние для объектов, масса которых много больше массы элементарных частиц и движущихся со скоростями много меньше их скорости света, пренебрежимо мало и его не учитывают.

Область физики, предмет которой – описание движения объектов при указанных условиях, назвали классической.

Наблюдения за перемещением тела в пространстве показывают, что можно задать следующие свойства объектов, участвующих в процессе.

II. 1. Кинематические физические величины.

Тело обладает свойством занимать определенное место в пространстве. Мера свойства – положение. Положение тела определяется тремя измеренными

величинами L_1, L_2, L_3 (см. ранее). L_1, L_2, L_3 – физические величины, характеризующие положение материальной точки – физической модели объекта.

Однако, как было ранее сказано, существуют математические модели объектов и соответствующие количественным составляющим физических свойств – математические параметры. Математические модели служат для проведения расчетов с целью получения результата без проведения измерений, вернее, без проведения всего процесса измерений, а только с измерением для подтверждения конечного результата.

При переходе физической модели в математическую, система отсчета переходит в систему координат. Материальная точка в математическую, физические величины L_1, L_2, L_3 в математические параметры x, y, z .

Вместо конструкции измерительных шкал L_1, L_2, L_3 , вводят систему координат. Вообще систем координат много (как и конструкций измерительных приборов); данную систему координат назвали (Декартова) прямоугольная система координат, представляющая собой три взаимноперпендикулярные прямые линии (координатные оси), пересекающиеся в одной точке, принимаемой за начало отсчета, На прямых нанесен масштаб и стрелками указаны положительные направления. Осям даны названия «ось X », «ось Y », «ось Z » (рис. 9).

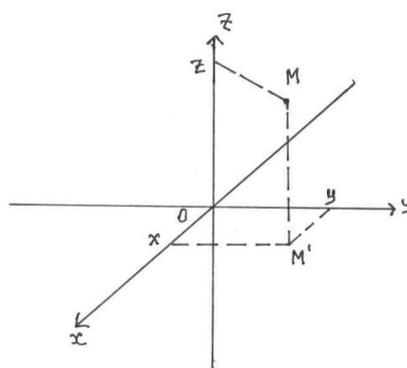


рис. 9

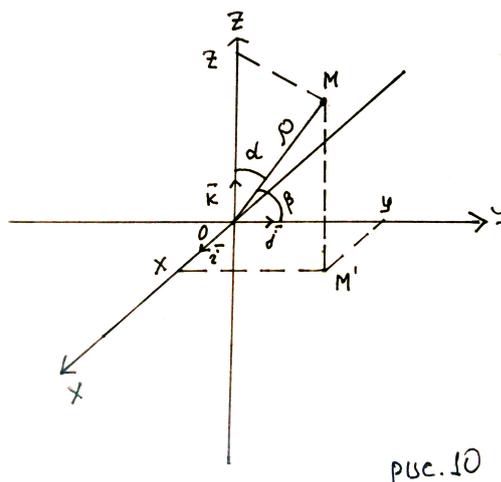


рис. 10

Положение любой точки M в выбранной системе координат задают тремя координатами (x, y, z) . Для этого из M опускают перпендикуляры на ось Z и плоскость XOY – точка M_1' из точки M_1' опускают перпендикуляр на оси OX и OY . Получают три числа x, y, z – эти координаты однозначно определяют положение точки M . Заданная система координат может «работать» и для измерительной системы, в которой положение точки определяют двумя углами α и β и расстоянием ρ от начала отсчета до точки. В этом случае положение определяют значениями α, β и ρ которые связаны с x, y, z (рис. 10):

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$$

$$\alpha = \arccos \frac{z}{\rho};$$

$$\beta = \arccos \frac{y}{\rho}$$

В математике величины, определяемая одним числовым значением, называют скалярными, а величины, определяемые тремя числовыми значениями – векторными. Время и положение точки – физические величины, при этом время определяется одним измеренным значением, а положение – тремя. Соответствие физических величин их математическим

эквивалентам дает возможность использовать векторные величины и в физических моделях в качестве символьного обозначения. Векторная форма записи закона имеет два преимущества: формулировка физических законов в векторной форме не зависит от конкретной системы координат. Во вторых, векторная форма записи является компактной.

Итак, чтобы использовать векторную форму записи надо ввести в координатную систему единичные вектора – орты $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ (рис. 11). Тогда в векторной форме положение математической точки определено вектором $\bar{r} = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z$. В символьной форме с помощью \bar{r} можно представить положение материальной точки $\bar{r} = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z (M)$ или $\bar{r} (x,y,z)$.

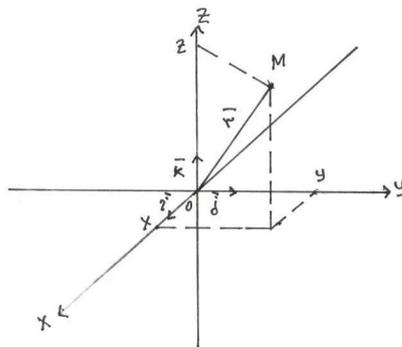


рис. 11

Тело обладает свойствами изменять положение, при этом перемещение всегда происходит по траектории. Перемещение можно характеризовать скалярной и векторной величинами:

Векторная величина – вектор перемещения $\Delta\bar{r}_{12}$ проведенный из начальной точки движения в конечную.

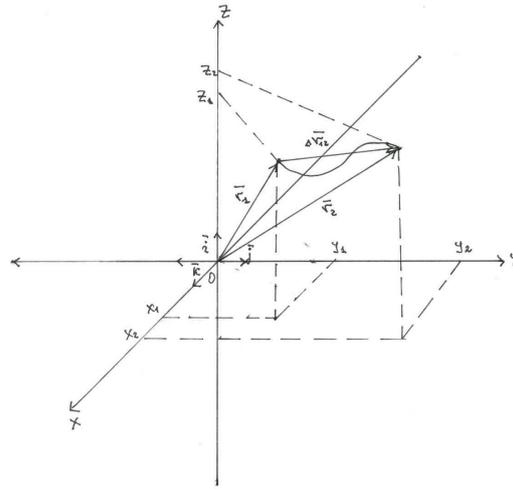


рис. 12

$$\Delta \vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; \Delta \vec{r}_{12} = \vec{i} \Delta x + \vec{j} \Delta y + \vec{k} \Delta z. \quad \Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1$$

$$|\Delta \vec{r}_{12}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Скалярная величина – длина траектории (путь) (см. ниже).

Тело обладает свойством перемещаться с различной быстротой (автомобиль движется быстрее велосипеда). Физическую величину, характеризующую быстроту перемещения, называют скоростью. Если в момент времени t_1 положение точки \vec{r}_1 , а в момент t_2 положение точки \vec{r}_2 , то по определению средняя скорость \vec{v} на интервале времени $\Delta t = t_2 - t_1$, равна отношению вектора перемещения $\Delta \vec{r}$ на интервале Δt к величине интервала Δt т.е.

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

Единица измерения скорости $\left\{ \frac{\text{м}}{\text{сек}} \right\}$

Средняя скорость характеризует быстроту перемещения на интервале времени Δt , но поскольку тело движется непрерывно, то надо было знать скорость в каждый момент времени; ее назвали мгновенной. Для нахождения мгновенных значений в рамках математических моделей Ньютон разработал метод предельных переходов. Согласно этому методу

$$\vec{v}_{\text{мгн}}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt}$$

где $\frac{dx}{dt}$; $\frac{dy}{dt}$; $\frac{dz}{dt}$ – производные x, y, z по параметру t .

Но в физических моделях нет производных, поскольку производные измерить нельзя, в физике можно измерить только среднюю скорость на малом, но конечном интервале времени.

Но, если скорость материальной точки постоянна, то на интервале времени, на котором скорость постоянна, точка совершает равномерное прямолинейное движение. Таким образом, для измерения мгновенной скорости надо выбрать такой интервал времени, в пределах которого движение точки можно считать равномерным и прямолинейным $\Delta t = t'_2 - t'_1$. Средняя скорость на этом интервале и будет равна мгновенной скорости в каждой точке, находящейся внутри этого интервала и будет равна мгновенной скорости в точке T , находящейся внутри этого интервала (рис. 13).

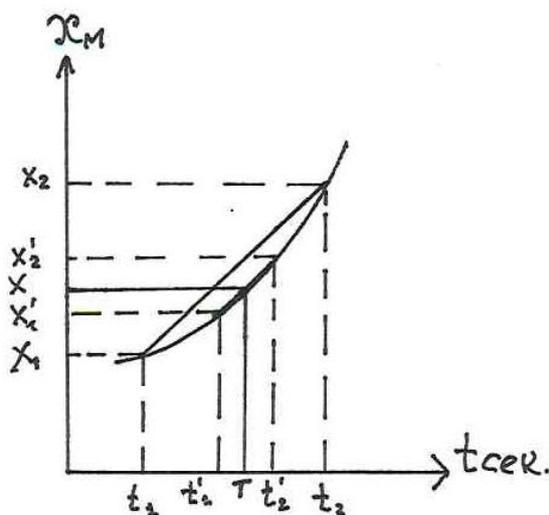


Рис. 13

Тело обладает свойством изменять быстроту скорости с разной интенсивностью (автомобиль разгоняется быстрее велосипедиста, а велосипедист - быстрее пешехода). Физическую величину, характеризующую набор быстроты (быстроту изменения скорости) называют ускорением.

Среднее ускорение – отношение изменения скорости $\Delta\bar{v}$ на интервал времени Δt к величине интервала времени Δt .

$$\bar{a}_{\text{cp}}(t) = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}$$

Единица измерения ускорения $\left\{ \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \right\}$.

Мгновенное ускорение (как физическая величина) равна среднему ускорению на интервале времени, в пределах которого точка движется равноускорено. Мгновенное ускорение (в рамках математичкой модели)

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

равно производной скорости по параметру t .

Итак, мгновенная скорость как физическая величина равна средней скорости на интервале времени, в границах которого движение материальной точки будет равномерным и прямолинейным. Интервал, на котором величину скорости считают постоянной, носит название «элементарного интервала», а величину $\Delta\bar{r}$ называют «элементарным перемещением».

Разбиение на элементарные интервалы различных величин (времени, перемещения, скорости и т.п.) – стандартный прием в физике, когда для расчета соответствующих математических эквивалентов этих величин необходимо использовать предельные переходы. Вернемся к скалярной характеристике перемещения: длине траектории (пути $\Delta\bar{S}$). Чтобы измерить длину пути, траекторию разбивают на элементарные участки $\Delta S_i = v_i \cdot \Delta t_i$, где Δt_i - интервал времени, в течение которого тело проходит путь ΔS_i , элементарный путь. Весь путь $S = \sum_i |v_i| \Delta t_i$ В формуле имеет место модуль скорости. Это связано с тем, что скорость может изменять знак, а путь может только увеличиваться. Чтобы найти математический эквивалент, т.е. путь в рамках математической модели, надо использовать предельные переход:

$$\Delta S = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_i |v_i| \Delta t_i = \int_1^2 |v| dt \quad (\text{рис.14}).$$

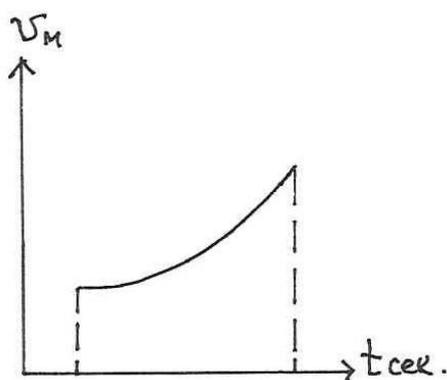


рис.14

Величину пути используют при нахождении путевой скорости. По определению, путевая скорость равна отношению пути к интервалу времени, за который он пройден: $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ – величина скалярная.

Классическая физика построена по аксиоматическому методу. Аксиомами физики являются фундаментальные законы, описывающие движение простейших моделей. То есть аксиомы выполняют роль причин, а между аксиомами и их следствиями существует причинно-следственная связь, и поэтому цель объяснения любого закона состоит в нахождении того фундаментального закона, следствием которого рассматриваемый закон является. Следствия, полученные из фундаментальных законов, образуют «остов» классической физики. При описании сложных моделей, кроме фундаментальных законов, используют и аксиомы, описывающие сложные модели. Эти аксиомы обычно называют «принципами». К ним относят принципы суперпозиций – аксиомы, согласно которым результирующий эффект сложного процесса воздействия представляет собой сумму эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности, при условии, что последние взаимно не влияют друг на друга. В кинематике к таким принципам относятся: 1) принцип суперпозиций движений; закон движения материальной точки $\vec{r}(t)$ можно представить в виде векторной суммы двух других законов движения $\vec{r}_1(t_1)$ и $\vec{r}_2(t_2)$: $\vec{r}(t) = \vec{r}_1(t) + \vec{r}_2(t)$.

2) Принцип суперпозиции скоростей: скорость точки \bar{v} можно представить как векторную сумму двух других скоростей \bar{v}_1 и \bar{v}_2 : $\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2$.

3) Принцип суперпозиции ускорений: ускорение материальной точки \bar{a} можно представить как векторную сумму двух других ускорений \bar{a}_1 и \bar{a}_2 :
 $\bar{a} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2$.

Если одну величину $r_1(t)$ измеряют в неподвижной системе отсчета, а другую $r_2(t)$ в подвижной то систему отсчета, которая неподвижна, называют лабораторной или абсолютной, а систему отсчета, которая движется относительно неподвижной, называют переносной.

Если радиус-вектор, определяющий положение точки в лабораторной системе отсчета \bar{R} , положение точки в движущейся системе отсчета r , то согласно принципу суперпозиции $\bar{R} = \bar{R}_0 + \bar{r}$.

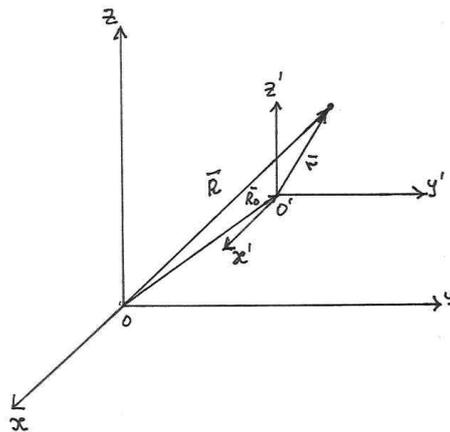


Рис. 15

Дифференцируя по времени один раз и два раза, получим соответственно $\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{v}'$ и $\bar{a} = \bar{a}_0 + \bar{a}'$, где \bar{v} и \bar{a} соответственно скорость и ускорение точки в лабораторной системе отсчета, \bar{v}_0 и \bar{a}_0 - скорость и ускорение движущейся системы отсчета (их называют переносными), \bar{v}' и \bar{a}' - скорость и ускорение точки в движущейся системе (их называют относительными).

Рассмотренные свойства называют кинематическими. Они наблюдаемы непосредственно. И между ними нет причинно-следственной связи. Камень падает вниз всегда и можно определить его положение, скорость, ускорение в

каждый момент времени – и это все, что можно описать в рамках кинематического рассмотрения. Если камень упадет в ладонь, то у человека возникнет ощущение тяжести, а камень остановится. Другими словами: камень и ладонь действуют друг на друга – имеет место взаимодействие тел – камня и ладони. Так как камень всегда движется вниз к Земле, то можно допустить что между камнем и Землей также имеет место взаимодействие, только не контактное, а на расстоянии. Можно наблюдать, что взаимодействие приводит к изменению скорости (т.е. ускорению) и деформации.

В рамках причинно-следственной связи можно постулировать, что взаимодействие является причиной ускорения и деформации. Чтобы взаимодействие стало физическим свойством, надо задать его меру, т.е. способ измерений. Мера взаимодействия была названа силой. Силу измеряют динамометром. Единица измерения силы в СИ – $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{сек}^2}$ Ньютон (Н).

Сила является векторной величиной и характеризуется величиной, направлением, точкой приложения и линией действия, а также инвариантом – т.е. не зависит от системы отсчета. Силы, возникающие при контакте тел, называют близкодействующими, силы, возникающие на расстоянии, называют далекодействующими. К контактными силам относят силы упругости и трения.

Силы упругости приближенно описываются законом Гука $F = k \cdot \Delta l$, где $\Delta l = l - l_0$ – величина деформации (удлинение стержня при действии на него силы F), k – коэффициент упругости (жесткости), зависит от формы и свойств материала. Для однородного упругого стержня длиной l и сечением S $k = \frac{E \cdot S}{l}$, где E – модуль Юнга, т.е. коэффициент упругости зависит от формы и свойств материала. Так, у тел, имеющих форму кубиков, цилиндров, тросов, коэффициенты жесткости очень большие и при решении многих проблем деформацией пренебрегают. К упругим силам, не вызывающим деформацию тел, относят силы нормального давления и силы

натяжения. Сумму сил нормального давления и силы трения называют силой реакции опоры.

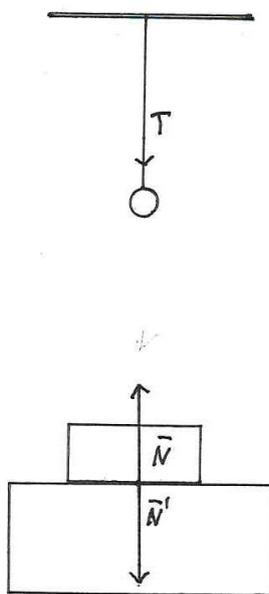


Рис. 16

Силы трения разделяют на силы трения покоя и силы трения скольжения.

Силы трения покоя – силы, возникающие между поверхностями тел, неподвижных относительно друг друга, $F_{\text{тр.}}^{\text{п}}$. Эта сила изменяется от нуля до некоторого максимального значения $F_{\text{тр.}}^{\text{max}}$ (максимальной силы трения покоя). Силы трения, возникающие при скольжении одного тела по другому, называют силами трения скольжения $F_{\text{тр.}}^{\text{ск}}$. Они направлены в стороны, противоположные скорости относительного движения.

Силы трения между поверхностями твердых тел (их еще называют силами сухого трения) являются сложными и описываются в общем случае функциями нескольких параметров, в частности, они зависят от скорости, однако в простейшей модели сила трения описывается законом сухого трения, который выражается в виде $F_{\text{тр.}}^{\text{п}} = F_{\text{в}}$, $F_{\text{тр.}}^{\text{ск}} = \mu \cdot N$, где $F_{\text{в}}$ - величина внешней силы, μ - коэффициент трения, зависит от материалов и от качества поверхностей и является физической безразмерной величиной. N – сила нормального давления; (закон Амонтона)(рис. 17) .

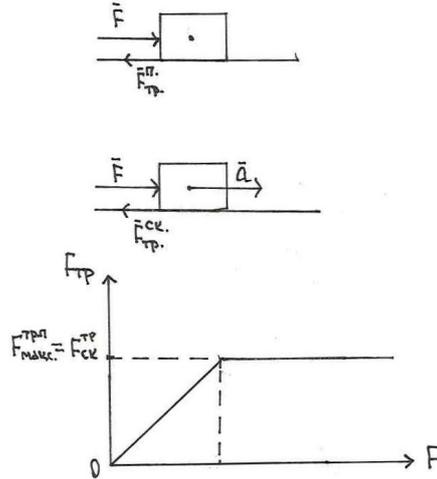


Рис. 17

К далекодействующим в механике относят гравитационные силы. Эти силы зависят от формы, размеров и взаимного расположения тел. Для тел в модели “материальная точка” гравитационные силы подчиняются закону всемирного тяготения, имеющего вид $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, где F – величина силы притяжения; m_1, m_2 – гравитационные массы тел, r – расстояние между ними; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

В векторной форме закон имеет вид $\vec{F}_{12} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{\Delta r_{12}^3} \cdot \Delta \vec{r}_{12}$.

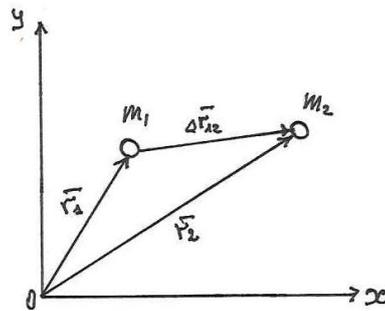


Рис. 18

Для сил справедлив геометрический принцип суперпозиции: результирующая сила, действующая на тело, равна геометрической сумме сил, действующих на тело $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$.

Чтобы тело было неподвижно, необходимо чтобы на него действовала сила со стороны других тел, например, подставки, на которой лежит тело. Силу, с которой тело действует на опору (или подвес) называют силой веса

(или весом тела). Для неподвижного тела вес $P = m \cdot g$, где $g = \frac{G \cdot M_3}{R_3^2} = 9,8 \frac{m}{c^2}$ - величина ускорения свободного падения.

Вращение Земли приводит к зависимости веса P от широты φ (рис. 19). Так на экваторе ($\varphi=0$) $P = m \cdot g - m \cdot \omega^2 \cdot R$, а на полюсе ($\varphi=90$) $P = m \cdot g$, где ω - угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси, R - радиус Земли

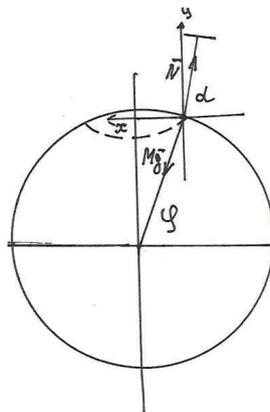


Рис. 19

Свободное падение – это движение тела, на которое действует сила тяготения, но деформация тела отсутствует – такое состояние называют невесомостью.

Силу называют динамической величиной. Она – мера свойства, которое является причиной деформации и ускорения, т.е. деформация и ускорение - следствие действия силы. Итак, со времен Ньютона причина и следствие являются физическими величинами.

Следствия связаны с ощущениями, причины «безвидны», их придумывают и, если находят способ измерений для них, то принимают за физические, если нет такого способа – забывают о них. Но придумать можно разное – и придумывают. Например, в качестве причины падения камня называли «естественное движение» (Аристотель), силу (Ньютон), кривизну пространства (Эйнштейн), принцип наименьшего действия (Мопертюи). Со временем «естественное движение» из науки убрали, на базе силы построили механику Ньютона, на базе кривизны пространства – теорию относительности, на идеях Мопертюи – современную механику.

Итак, для описания механического движения тел используют кинематические и динамические величины, которые находятся во взаимосвязи. При этом набор физических величин и их связей, выраженных в виде уравнений, не простая совокупность, а система, построенная по аксиоматическому принципу: т.е. в фундаменте – система аксиом, из которых получены все остальные связи как следствия.

Аксиоматическую систему формируют для каждой модели. При этом должна быть определена область условий, в которых для данной модели аксиоматика «работает».

В механике Ньютона фундаментальной аксиоматической системой – то есть аксиоматикой, для простейшей модели «материальная точка» является аксиоматика Ньютона «работающая» в области, ограниченной массами ($m \ll m_H$) и ограниченной скоростью ($v \ll c$). В состав аксиоматической системы входят определения кинематических величин, определения динамических величин и три закона.

Кинематические величины были определены ранее (см. ниже); из динамических величин была определена сила. Другие величины: импульс (количество движения) $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, где m - масса инертная (в закон всемирного тяготения входит масса – гравитационная). Смысловые значения массы и импульса будут даны ниже.

Так как нельзя наблюдать мгновенное действие силы, но только в течение какого-то интервала времени Δt , то ввели величину импульс силы I равную $F \cdot \Delta t$

Первый закон Ньютона устанавливает существование инерциальных систем отсчета (ИСО), он так и формулируется: «инерциальные системы отсчета существуют». Инерциальная система отсчета – та, в которой свободное (т.е. на которое не действуют силы) тело движется равномерно и прямолинейно ($v = Const$). Закон нужен для использования второго закона, который справедлив только в ИСО.

Второй закон – закон движения материальной точки в ИСО: приращение импульса материальной точки равно импульсу приложенных к точке сил: $\Delta \bar{p} = \bar{F} \Delta t$. Эквивалентная форма закона: $m\bar{a} = \bar{F}$

Третий закон - «закон действия и противодействия»: тела действуют друг на друга силами, равными по величине и противоположными по направлению: $\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$

Физические законы имеют математические эквиваленты в рамках математической модели:

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = Const \qquad \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{1}{m} \bar{f}(\bar{r}, \bar{v}, t) \qquad \bar{f}_{12} = -\bar{f}_{21}$$

Аксиоматическая система позволяет решать практические проблемы в рамках заданных в ней величин, получать новые величины и участвовать в решении проблем с более сложными моделями. Так были получены величины, характеризующие вращательное движение материальной точки: момент сил, момент импульса, момент инерции и их связи.

П. 2. Вращательное движение материальной точки. Кинематические и динамические величины вращательного движения.

Ранее (см. ниже) мы рассматривали угловые величины α , β при определении положения материальной точки в пространстве. Рассмотрим угловые величины подробнее.

Пусть точка вращается по окружности радиуса R .

Пусть в момент времени t_1 положение точки характеризуется радиусом-вектором \vec{r}_1 , а в момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t$ — радиусом-вектором \vec{r}_2 . Тогда за интервал времени Δt точка совершила перемещение (рис. 20).

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2(t_1 + \Delta t) - \vec{r}_1(t_1)$$

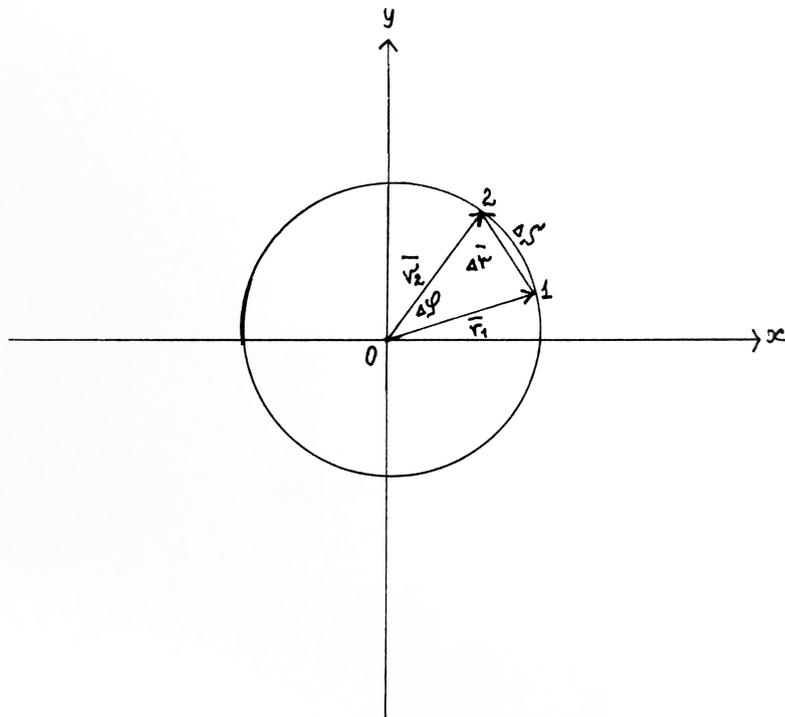


Рис. 20

При вращательном движении модуль радиуса вектора не изменяется, а изменится только его направление. Так, в момент времени t_1 направление радиус-вектора характеризовалось углом $\varphi_1(t_1)$, и в момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t$ — углом $\varphi_2(t_1 + \Delta t)$. То есть, за интервал времени Δt точка повернулась на угол $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Так как модуль радиус-вектора постоянен, то угловое перемещение $\Delta\varphi$, (а

значит и угол поворота φ) при вращательном движении является единственной переменной характеризующей движение точки по окружности.

Приращения величин радиус-вектора Δr и угла поворота $\Delta\varphi$ связаны отношением $\Delta r = r \cdot \Delta\varphi$ (для малых углов), но $\Delta\vec{r}$ – векторная величина, \vec{r} – векторная величина; таким образом, и $\Delta\varphi$ должна быть векторной величиной, так как если это скаляр, то $\Delta\vec{r} = \vec{r} \cdot \Delta\varphi$, т.е. $\Delta\vec{r}$ и \vec{r} имеют одно направление, что противоречит реальной ситуации.

Но умножение двух векторов дают либо вектор, либо скаляр. Так как $\Delta\vec{r}$ – вектор и $\Delta\vec{\varphi}$ – вектор, то их произведение может быть только векторным произведением двух векторов. Поскольку направление вектора, являющегося векторным произведением, зависит от положения сомножителей, то в соответствии с общими правилами $\Delta\vec{r} = [\Delta\vec{\varphi} \cdot \vec{r}]$.

Если перейти к математической модели, то $d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \cdot \vec{r}]$.

Дифференцируя по параметру t , получаем:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left[\frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} \right] \quad \text{или} \quad \vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{r}], \quad \text{где} \quad \vec{\omega} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}.$$

Дифференцируя по параметру t второй раз, получим:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt} \cdot \vec{r} \right] = [\vec{\beta} \cdot \vec{r}], \quad \text{где} \quad \vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

$\vec{\omega}$ и $\vec{\beta}$ являются математическими эквивалентами физических величин;

$\vec{\omega} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$ – угловая скорость; единицы измерения $\frac{\text{рад}}{\text{сек}}$ и $\vec{\beta} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$ – угловое ускорение; единица измерения $\frac{\text{рад}}{\text{сек}^2}$.

Все угловые величины имеют направление вдоль оси вращения, осью вращения будем называть прямую проходящую через центр окружности вращения и перпендикулярную плоскости вращения (рис. 21). Итак, вращательное движение точки описывается, как и все другие движения точки, кинематическими величинами r , v , a и как частный случай движения ($|r| = \text{Const}$) угловыми кинематическими величинами φ , ω , β .

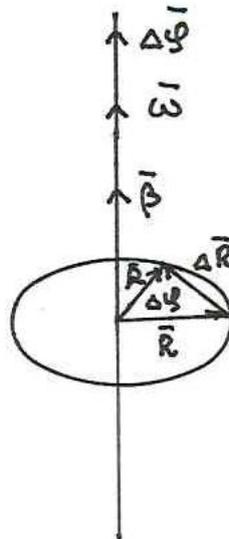


Рис. 21

Изменение направления движения приводит к постоянному изменению направлению вектора скорости, даже если $|v| = Const$, что приводит к специфическому для вращательного движения ускорению, которое называют центростремительным.

Пусть точка совершает равномерное движение по окружности радиуса r . Тогда

$$\vec{r} = \vec{i} \cdot x(t) + \vec{j} \cdot y(t) = \vec{i} \cdot r \cdot \cos \varphi + \vec{j} \cdot r \cdot \sin \varphi = \vec{i} \cdot r \cdot \cos \omega t + \vec{j} \cdot r \cdot \sin \omega t$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega r (-\vec{i} \sin \omega t + \vec{j} \cos \omega t);$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \omega^2 r (-\vec{i} \cos \omega t - \vec{j} \sin \omega t) = -\omega^2 (\vec{i} \cos \omega t +$$

$$\vec{j} \sin \omega t) = -\omega^2 \vec{r} = -\omega^2 r \vec{n} \quad \text{где} \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}}{|r|}.$$

Это ускорение называют центростремительным и обозначают a_n (рис. 22).

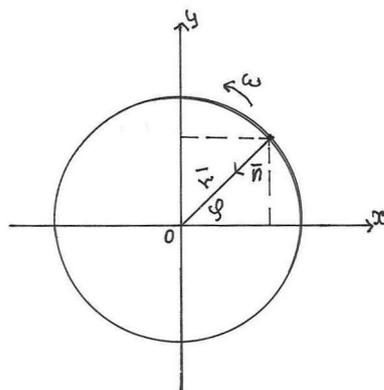


Рис. 22

Если движение неравномерное, то возникает ускорение, направленное по касательной к траектории – его называют тангенциальным ускорением и обозначают \bar{a}_τ , и полное ускорение

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau \quad \text{где} \quad |\bar{a}| = \sqrt{(\omega^2 R)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} \quad (\text{рис. 23})$$

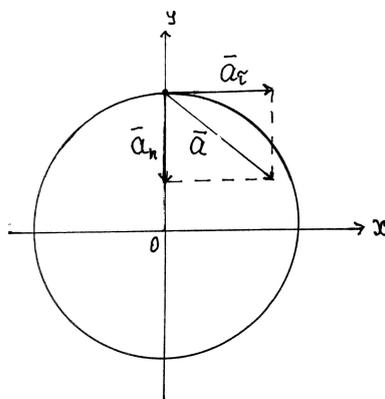


Рис. 23

Динамическими величинами, характеризующими движение точки, являются масса, импульс, сила. И эти величины при движении точки по окружности: точка, движущаяся по окружности под действием силы \bar{F} имеет массу и импульс и подчиняется второму уравнению Ньютона: $m\bar{a} = \bar{F}$. Поскольку при вращательном движении используют угловые величины, то второй закон для вращательного движения имеет вид $m[\bar{\beta} \cdot \bar{r}] = \bar{F}$.

Еще в глубокой древности люди заметили и практически использовали свойство палки находиться в положении равновесия, если расстояние от середины до концов палки (e) и силы, действующие на концы (P), равны. Было показано, что за поведение тела «отвечает» величина $P \cdot l = M$ – ее назвали моментом силы. Если $M_1 = M_2$, то имеет место равновесие, если это равновесие нарушается, то имеет место вращение палки. Таким образом, уравнение движения вращательного движения должно содержать величину – момент сил. Чтобы получить такое уравнение, помножим векторно левую и правую части уравнения на \bar{r}

$$[\bar{r}m \cdot [\bar{\beta} \cdot \bar{r}]] = [\bar{r} \cdot \bar{F}]$$

Если вынести m (скаляр) за скобки векторного произведения, то слева получим двойное векторное произведение $[\vec{r}[\vec{\beta}\vec{r}]]$

Используя «Справочник по математике», получим $[\vec{r}[\vec{\beta}\vec{r}]] = r^2 \cdot \vec{\beta}$ и в конечном результате получим уравнение $J \cdot \vec{\beta} = \vec{M}$, где $J = m \cdot r^2$ скаляр, называемый моментом инерции точки, а $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$ момент сил относительно точки.

Итак, для реализации вращательного движения к телу надо приложить момент сил. Как векторная величина, момент сил имеет абсолютную величину $|\vec{M}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin\varphi$ и направление, которое определяют по правилу векторного произведения: Через \vec{r} и \vec{F} надо провести плоскость. Провести перпендикуляр к плоскости. На перпендикуляр поместить буравчик с правой нарезкой. Вращать буравчик по кратчайшему расстоянию от первого вектора (\vec{r}), по вектору (\vec{F}). При этом направление поступательного движения буравчика показывает направление момента \vec{M} относительно точки M (Рис. 24а).

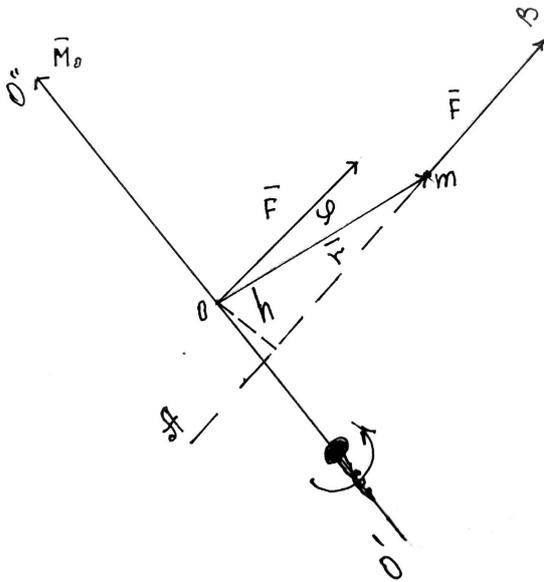


Рис. 24а

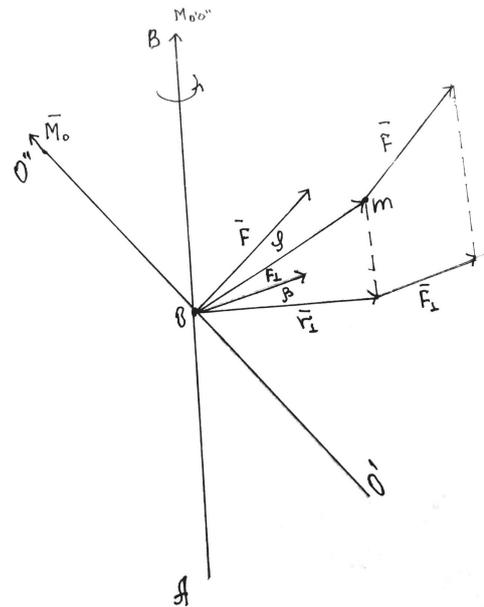


Рис. 24б

Линию, проведенную по направлению силы, через точку ее приложения, называют линией действия силы AB . Перпендикуляр,

проведенный из точки O на линию действия силы h называют плечом силы: видно, что $h = r \cdot \sin\varphi$ (так как $\sin\varphi = \sin(180^\circ - \varphi)$)

Момент сил относительно точки направлен по оси $O'O''$. Представим себе, что к точке M «приварили» твердый невесомый стержень, а к этому стержню приварили стержень AB и стали вращать точку M посредством вращения стержня AB (рис. 24б). При вращении точки вокруг оси AB возникает вращательный момент M_{AB} – его называют момент силы относительно оси. Момент всегда имеет направление перпендикулярное плоскости вращения тела. Для момента сил относительно точки ось вращения $O'O''$, а плоскость вращения Π_1 ; Для момента сил относительно оси AB плоскость вращения Π_2 . В плоскости Π_2 лежат перпендикулярные составляющие векторов силы \vec{F} и радиуса-вектора \vec{r} . Они и создают момент силы относительно оси AB .

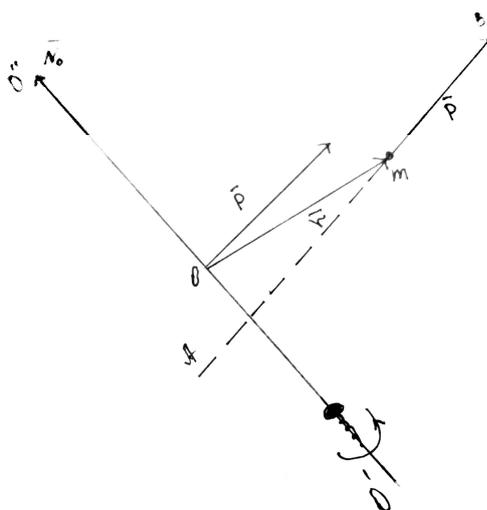


Рис. 25

Итак, момент силы относительно оси AB :

$$\vec{M}_{AB} = [\vec{r}_1 \cdot \vec{F}] \quad |\vec{M}_{AB}| = |\vec{r}_1| |\vec{F}| \sin\beta$$

При математическом выводе уравнения вращательного движения материальной точки был использован второй закон Ньютона в форме

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad \text{где } \vec{a} = [\beta \vec{r}]$$

Но закон движения Ньютона имеет эквивалентную форму

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}$$

где \bar{p} - импульс точки. Если это уравнение векторно умножить на радиус-вектор \bar{r} , то справа получим момент сил $[\bar{r}_1 \cdot \bar{F}] = \bar{M}$

Наличие момента указывает на вращательное движение, а само уравнение

будет иметь вид: $[\bar{r} \frac{d\bar{p}}{dt}] = \frac{d\bar{r}\bar{p}}{dt} = \bar{M}$ $\frac{d\bar{r}\bar{p}}{dt} = [\bar{r} \frac{d\bar{p}}{dt}] + [\bar{p} \frac{d\bar{r}}{dt}]$ второй член равен

0, так как $[\bar{p} \frac{d\bar{r}}{dt}] = m[\bar{v} \cdot \bar{v}]$ Величину $\bar{L} = [\bar{r} \cdot \bar{p}]$ назвали моментом

импульса материальной точки, а уравнение движения имеет вид $\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}$ или

как физический закон $\frac{\Delta\bar{L}}{\Delta t} = \bar{M}$

Приращение момента импульса материальной точки равно моменту приложенных к точке сил. Момент импульса, как и момент сил, является мерой вращательного движения материальной точки. При этом все формулы для момента сил справедливы и для момента импульса, если вектор \bar{F} заменить вектором $\bar{p} = m\bar{v}$, $\bar{L} = [\bar{r}\bar{p}]$ - момент импульса относительно точки, $\bar{L}_{AB} = [\bar{r} \cdot \bar{p}]$ - момент импульса относительно оси (рис. 26). Единицы

измерений: момент сил $\frac{\text{кг} \cdot \text{М}^2}{\text{сек}^2}$ момент импульса $\frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{сек}}$

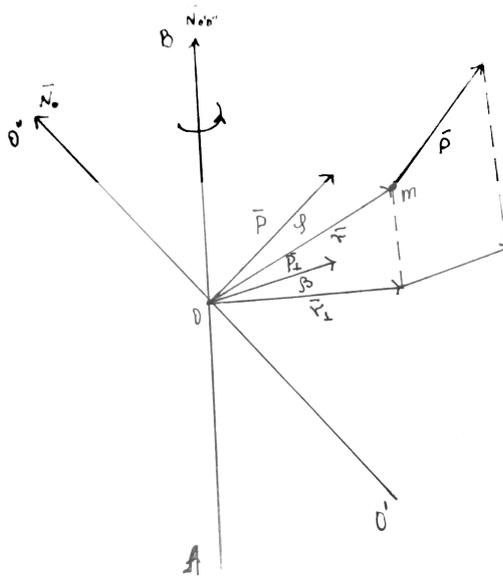


Рис. 26

И момент импульса, и момент сил подчиняются принципу суперпозиций: $\bar{L} = \sum \bar{L}_i$ и $\bar{M} = \sum \bar{M}_i$

Изначально импульс называли количеством движения, поскольку считали, что эта величина является мерой движения. Однако потом выяснили, что импульс может быть только мерой механического движения, поскольку не может описывать меры движения других видов движения и переходов одного вида движения в другой.

Например, тело падает со скоростью \bar{v} и имеет импульс $\bar{p} = m\bar{v}$. При ударе о землю тело останавливается и его импульс $\bar{p} = 0$, но в месте удара имеет место локальное нагревание. Произошел переход механического движения в тепловое, а этот процесс импульс описать не может. Поэтому нужна величина, которая описывает меру движения во всех ее формах и процесс передачи движения. Технология изготовления пушек в 18 веке при сверлении пушечного ствола. Сверло помещалось в ствол. При вращении сверла между поверхностями сверла и жерла пушки возникала сила трения, происходило нагревание ствола, причем с увеличением времени сверления температура увеличивалась.

Интерпретация опыта могла быть следующая. Механическое движение сверла за счет силы трения передает движение пушке в виде теплового движения, при этом количество движения зависит от времени сверления, а значит от пути, пройденного сверлом; таким образом, мера передачи движения от механического к тепловому пропорциональна силе и пройденному расстоянию. С другой стороны, любые величины и их связи являются следствием аксиоматики Ньютона.

Таким образом, есть закон движения и есть мера передачи движения, пропорциональная силе и пройденному расстоянию. Используя эти данные, надо найти силу - меру движения.

$$\text{Итак, второй закон } m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F} \text{ или } m d\bar{v} = \bar{F} \cdot dt$$

Чтобы справа была мера передачи движения, умножаем скалярно левую и правую часть на \bar{v} , получим:

$$m\bar{v}d\bar{v}=(\bar{F} \cdot \bar{v} \cdot dt) \text{ или } m d\bar{v} = \bar{F} \cdot d\bar{l}$$

Интегрируя левую и правую части, получим:

$$\int_1^2 (m\bar{v}d\bar{v}) = \int_1^2 (\bar{F} \cdot d\bar{l}) \text{ или } \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \int_1^2 F_e d\bar{l} = A$$

Вводя функцию $E = \frac{mv^2}{2}$ получим выражение $\Delta E = A$

Величина E – и есть мера движения, ее назвали кинетическая энергия материальной точки. A – есть мера передачи энергии, ее назвали работа. А выражение означает, что приращение кинетической энергии материальной точки равно работе, произведенной материальной точкой.

Данное выражение имеет широкую область использования, а метод, при котором его используют, получил название энергетический подход.

Итак, импульс является мерой движения только в рамках механического движения. Энергия – универсальная мера движения во всех ее формах. Поэтому импульс или количество движения называли «мертвой силой», а энергию – «живой силой».

Вернемся к «невидимым» причинам видимых следствий. «Невидимые» величины выявляют путем проведения измерений. Например, в результате эксперимента было определено, что отношение силы F , действующей на материальную точку, к ускорению точки α есть величина постоянная: $\frac{F}{\alpha} = Const$, причем для каждой материальной точки она индивидуальна. Это физическая величина и ей можно пользоваться в практике, однако в познавательном аспекте всегда ищут смысловое значение. В чем смысловое значение свойства мера которого $Const = \frac{F}{\alpha}$.

Свойство назвали инертностью, а меру этого свойство – массой. Декарт и Ньютон считали, что масса – количество материи. В 18-19 века большинство ученых были того же мнения. У Маха появляется уже операционное определение массы, основанное на законе сохранения

импульса. Герц вводит понятие массы как частное от деления силы на ускорение или посредством взвешивание на весах. Сегодня в одних справочниках массу определяют как «коэффициент пропорциональности» который не зависит ни от положения и скорости точки в данной системе отсчета, ни от величины, направления и природы силы и является индивидуально характеристикой металлической точки не зависящее от времени. В других справочниках массу определяют как одну из характеристик материи, определяющую ее инерционные и гравитационные свойства.

Заметим, что когда мы получаем новую информацию, то для её понимания используем аналоговые образы. Таковыми являются и «количество материи», и «коэффициент пропорциональности». Аналогов можно привести много, в том числе и таких, которые не будут противоречить друг другу, а значит они будут иметь «право на существование».

Однако физический смысл свойства и меры связан с измерительным процессом, а значит определяется только через используемый для определения величины физический закон.

И если определять таким образом, то инертность - свойство материальной точки, выраженное в постоянстве отношения силы, действующей на точку, к ускорению, получаемому точкой под действием этой силы, а масса – мера инертности.

В некоторых справочниках термины «инерция» и «инертность» объединены как имеющие один смысл. Но «инерция» – свойство тела сохранять свою скорость, а «инертность» – свойство тела изменять свою скорость. Отметим, что физический смысл величин, полученных в результате вывода следствий из аксиом, имеют подобный смысл, что и в аксиомах. Например, момент инерции материальной точки имеет смысл меры инерции при ее вращательном движении.

Существуют две физические величины – масса инертная во втором законе Ньютона и масса гравитационная (тяжелая) в законе всемирного тяготения (см.ранее) $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. В законе всемирного тяготения величина

силы зависит от расстояния между материальными точками и величинами масс материальных точек.

Расстояние – геометрический фактор, являющийся внешним по отношению к точкам, т.е. не является их свойством, и таким образом, величина гравитации, как функция свойств тела, зависит от их масс. Другими словами, масса тела определяет интенсивность гравитационного взаимодействия. Это и есть физический смысл гравитационной массы. Таким образом, инертная и гравитационная массы имеют разные физические смыслы: одна $m_{ин.}$ характеризует динамическое взаимодействие, другая $m_{гр.}$ гравитационное, поскольку содержатся в независимых друг от друга законах. Однако эксперимент показывает, что по числовому значению они совпадают с самой высокой точностью, достижимой сегодня (точность отношения $(\frac{m_{ин.}}{m_{гр.}} < 10^{-12})$)

При этом они имеют одинаковые физические свойства:

- 1) являются скалярными положительными величинами, подчиняющиеся правилу аддитивности;
- 2) постоянными по величине для материальных точек;
- 3) инвариантами, т.е. не зависящими от системы отсчета, скорости движения, времени.

§. 2. Модель «система материальных точек».

П. 1. Аксиоматика модели «система материальных точек».

Аксиоматика Ньютона «работает» в модели «материальная точка». Если имеет место несколько материальных точек, иначе: совокупность материальных точек, то движение каждой точки описывается аксиоматической системой Ньютона и всеми величинами и связями – следствиями, полученными из нее. Другими словами, ничего нового получить нельзя. Но если из совокупности материальных точек сформировать систему, то возникнут новые физические величины, новые связи, и возможности описания механического движения тел существенно увеличатся.

Суть в том, что в отличие от совокупности точек, система точек – целостный объект, состоящий из взаимодействующих между собой материальных точек. Силы, с которыми точки системы взаимодействуют между собой, называют внутренними. Все другие силы, действующие на систему со стороны тел, не входящих в систему, называют внешними. Поскольку внутренние взаимодействия парные, то в системе всегда сумма внутренних сил равна нулю. Так как система - целостный объект, то он именно как объект обладает свойствами, которые называют системными. При этом системные свойства закономерно связаны между собой.

Чтобы образовать систему материальных точек из простой совокупности, надо разбить эту совокупность на точки, включенные в систему, и все остальные. Для точек, включенных в систему, надо задать внутренние силы, положив их сумму равной нулю, а силы со стороны остальных точек считать внешними. Это модель “система материальных точек”. Материальные точки, входящие в систему (элементы системы), подчиняются аксиоматике Ньютона и их следствиям, а вот для системы как целостного объекта нужна своя система аксиом.

Она включает определения импульса \bar{P} , момента импульса \bar{N} и момента сил \bar{M} для системы материальных точек: $\bar{P} = \sum_i \bar{P}_i$

где \bar{P}_i – импульс материальной точки i – системы, $N = \sum_i N_i$

где \bar{N}_i момент импульса точки i , $\bar{M} = \sum_k \bar{M}_k$ где \bar{M}_k момент внешней силы действующей на систему со стороны точки K не входящей в систему. Как следствие, получим законы, работающие в инерциальной системе отсчета, $\Delta \bar{P} = \bar{F}_{\text{вн}} \cdot \Delta t$ – приращение импульса системы материальных точек равно импульсу внешних сил, действующих на систему, $\bar{F}_{\text{вн}} = \sum_k \bar{F}_{k\text{вн}}$; $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \bar{M}_{\text{вн}}$ – приращение момента импульса системы материальных точек в единицу времени равно моменту внешних сил, действующих на систему.

У материальной точки масса сосредоточена в одной точке. У системы материальных точек масса распределена по области пространства, занимаемой этой системой. Нужна величина, характеризующая распределение масс. Такой величиной является геометрическая точка, радиус-вектор которой \bar{R}_c определяется как $\bar{R}_c = \frac{1}{M} \sum m_i \cdot \bar{R}_i$ где m_i – масса i -точки, \bar{R}_i – ее радиус-вектор. $M = \sum m_i$ – суммарная масса всей системы (рис. 27). При движении системы точек ее центр масс движется так, как двигалось бы материальная точка, имеющая массу, равную массе системы, и находящаяся под действием всех внешних сил, приложенных к системе.

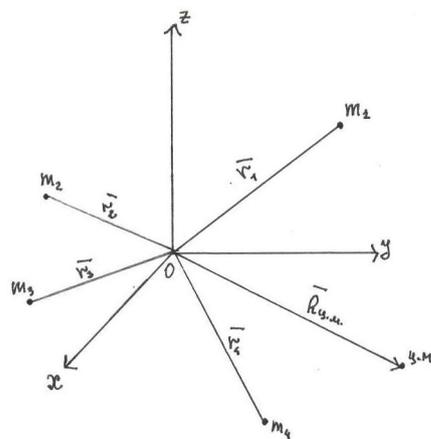


Рис. 27

Действительно, если в рамках материальной модели взять произведение от левой и правой части получим $M \cdot \frac{d\bar{R}_c}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i m_i \bar{R}_i$

Так как масса материальной точки постоянна, то $M \cdot \frac{d\bar{R}_c}{dt} = \sum m_i \frac{d\bar{R}_i}{dt}$, но $\frac{d\bar{R}_c}{dt} = \bar{v}_c$ скорость центра масс, $\frac{d\bar{R}_i}{dt} = \bar{v}_i$ – скорость i -точки.

Итак, масса системы на скорость центра масс равна импульсу системы:

$$M \cdot \bar{v}_{ц.м.} = \bar{P}$$

Продифференцировав левую и правую часть еще раз получим

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = M \frac{d\bar{v}_{ц.м.}}{dt} \text{ или } M \cdot \bar{a}_{ц.м.} = \bar{F}_{вн.}$$

П. 2. Энергетические физические величины модели «система материальных точек»

Рассмотрим энергетические характеристики системы. Для материальной точки существует связь приращения кинетической энергии материальной точки ΔE и работы A : $\Delta E = A$.

Так как и энергия и работа скалярные аддитивные величины, то для системы материальных точек имеет место такое же соотношение

$$\Delta E = A \text{ где } E = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} \quad A = \sum_k A_k$$

Для системы существуют внешние и внутренние силы. Соответственно имеет место работа внешних и внутренних сил. Отметим, что сумма внутренних сил всегда равна нулю, но работа внутренних сил может быть и отлична от нуля. В отношении работы и внешние, и внутренние силы разделяются на консервативные или потенциальные, работа которых по замкнутому пути равно нулю и неконсервативные или диссипативные, работа которых по замкнутому пути не равна нулю.

К консервативным относят силу гравитации и силу упругости. К диссипативным относят силу трения. Таким образом, связь приращения

кинетической энергии ΔE и работы A для системы материальных точек имеет вид $\Delta E = A^{\text{вн}} + A^{\text{внеш}} + A_{\text{дис.}}^{\text{внут.}} + A_{\text{дис.}}^{\text{внеш.}}$

где $A^{\text{вн}}$ - работа внутренних консервативных сил, $A^{\text{внеш}}$ – работа внешних консервативных сил, $A_{\text{дис.}}^{\text{внут.}}$ - работа внутренних диссипативных сил, $A_{\text{дис.}}^{\text{внеш.}}$ – работа внешних диссипативных сил.

Работа консервативных сил не зависит от формы пути.

Работа диссипативных сил зависит от формы пути.

Взаимное расположение материальных точек в системе называют конфигураций. Конфигурация задается совокупностью координат материальных точек. Система может находиться в различных конфигурациях (рис. 28). При переходе системы из конфигурации “ i ” в конфигурацию “ k ” за счет внутренних консервативных сил производится работа:

$$A_{ik} = U_i - U_k = -\Delta U$$

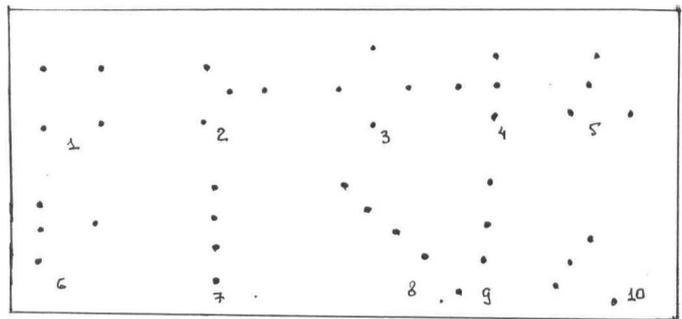


Рис. 28

Работа есть мера передачи энергии при переходе системы из конфигурации “ i ” в конфигурацию “ k ”, и эту энергию назвали потенциальной. Чтобы получить потенциальную энергию U_i в каком-либо состоянии, например ‘ i ’, надо чтобы потенциальная энергия конфигурации “ k ” было равно нулю. т.е. $U_i = A_{i0}$. Таким образом, потенциальную энергию U_i конфигурации ‘ i ’ можно определить как работу, необходимую для перевода системы из данной конфигурации в конфигурацию с нулевой потенциальной энергией.

Конфигурация с нулевой потенциальной энергией выбирается произвольно, а это значит, что потенциальная энергия неоднозначна. Поскольку в физике изучают процесс, а процесс всегда связан с изменением

конфигурации и зависит не от абсолютных значений энергии, а от разности энергий различных состояний, т.е. используется связь $A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U$, а она однозначна (рис. 29б).

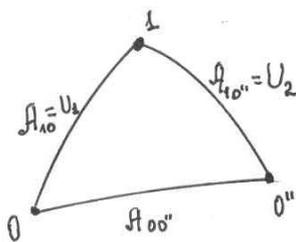


Рис. 29а

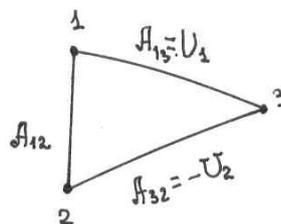


Рис. 29б

Частным случаем модели “система материальных точек” является модель “абсолютно твердого тела” – системы материальных точек, расстояние между которыми остаются постоянными при любых процессах, происходящих в системе и окружающей ее среде. В реальной ситуации твердые тела совершают сложные движения. Любое сложное движение можно представить как совокупность поступательного, вращательного и колебательного движений.

При поступательном движении все точки тела имеют одинаковые траектории и одинаковые скорости и ускорения.

При вращательном движении траектории всех точек тела являются концентрическими окружностями с центрами на прямой, называемой осью вращения (плоское движение).

Колебательное движение будет рассмотрено ниже (см. далее). Сложное движение тела в модели “абсолютно твердое тело” можно представить как поступательное движение и одновременное вращение вокруг оси, проходящей через центр масс. Это означает, что для описания движения “абсолютного твердого тела” имеет место уравнения.

$$M\bar{a}_{\text{ц.м.}} = \bar{F}_{\text{рез.}} \quad J\bar{\beta} = \bar{M}_{\text{рез.}}$$

где M - масса тела, $\bar{a}_{\text{ц.м.}}$ - ускорение центра масс, $\bar{F}_{\text{рез.}}$ - результирующая всех внешних сил, J – момент инерции тела ($J = \sum J_i$, где J_i – момент инерции

материальной точки), β – угловое ускорение, $\overline{M}^{\text{рез.}}$ – результирующий момент вращения $\overline{M}^{\text{рез.}} = \sum_i M_i$.

Частным случаем состояния тела является его равновесие, условия равновесия:

Масса системы материальных точек постоянна и равна сумме масс всех материальных точек, включенных в систему. Однако в системе возможно перераспределение масс; оно имеет место, когда часть материальных точек выходит из одной области системы в другую ее область; этими областями могут быть массивные тела, и в этом случае одни тела системы могут терять массу, другие – приобретать, т.е. тела, входящие в систему, могут иметь переменную массу при условии, что масса всей системы не изменяется. Мещерский получил уравнение движения для тела, выбрасывающего часть своей массы (рис. 30).

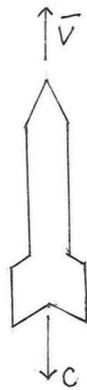


Рис. 30

$$M \frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t} = \overline{F} - \mu \overline{c}$$

где \overline{F} – внешняя сила, действующая на тело; \overline{c} – относительная скорость выбрасываемой массы, $\mu = \frac{\Delta M}{\Delta t}$ расход массы – убыль массы тела в единицу времени; член $-\mu \overline{c}$ – в уравнении называют реактивной силой; знак минус означает, что имеет место убыль массы, если масса тела будет увеличиваться, то реактивная сила будет положительна.

В общем случае может быть несколько реактивных сил как положительных, так и отрицательных. Поэтому в общем случае уравнение будет иметь вид

$$M \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \bar{F} - \sum_i \mu_i \bar{c}_i + \sum_k \mu_k \bar{c}_k$$

Используя формулу Мещерского, К.Э. Циолковский рассчитал какую массу M_0 ракета должна иметь на старте, если в месте прибытия ее масса M : $M_0 = M e^{\frac{v}{c}}$, где v - скорость полета ракеты, c - скорость истечения газов у ракеты.

Из формулы видно, что для того, чтобы вывести на орбиту Земли спутник массой 1 кг, то по самым минимальным требованиям (без учета сил сопротивления атмосферы, силы тяжести Земли, ...) надо затратить ~ 14 кг. (Скорость газовой струи $\sim c \sim 3 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$, I космическая скорость $\sim 8 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ и т.о. $e^{\frac{v}{c}} = e^{\frac{8}{3}} \sim e^{2.6} \sim 14$)

II. 3. Законы сохранения в механике

В модели “система материальных точек” ее динамическое поведение описывают законами изменения импульса $\frac{\Delta \bar{P}}{\Delta t} = \bar{F}^{\text{рез.}}$ и момента импульса

$$\frac{\Delta \bar{N}}{\Delta t} = \bar{M}_{\text{вр.}}$$

Если результирующая внешняя сила, действующая на систему, равна нулю, то импульс системы сохраняется, так как при $\bar{F}^{\text{рез.}} = 0$; $\Delta \bar{P} = 0$; $\bar{P} = \text{Const.}$

Закон сохранения импульса можно использовать, когда:

- а) система замкнута, т.е. внешние силы отсутствуют
- б) на тело действуют внешние силы, но их сумма равна нулю
- в) система не замкнута, но сумма проекций внешних сил на какую-либо координатную ось равна нулю, тогда сумма проекций импульсов всех тел на эту ось остается постоянной
- г) время взаимодействия мало (удар, выстрел, взрыв), при этом условии импульсом внешних сил можно пренебречь.

Если результирующий момент внешних сил, действующий на систему материальных точек, равен нулю, то момент импульса точек сохраняется, т.е. при $\overline{M}_{\text{вр}} = O \Delta \overline{N} = O \overline{N} = \text{Const}$ Для твердого тела момент импульса $\overline{N} = J \cdot \overline{\omega}$ где J – момент инерции тела, $\overline{\omega}$ – одинакова для всех точек твердого тела. То есть, для твердого тела закон сохранения момента импульса имеет вид $J \cdot \overline{\omega} = \text{Const}$

Теперь обратимся к энергетическим характеристикам системы материальных точек.

Итак, для системы материальных точек имеет место связь:

$$\Delta E = A^{\text{внутр}} + A^{\text{внеш}} + A_{\text{дис}}^{\text{внутр}} + A_{\text{дис}}^{\text{внеш}} \quad \text{где } A^{\text{внутр}} = -\Delta U$$

Используя последнее отношение, можно получить

$$\Delta(K + U) = A^{\text{внеш}} + A^{\text{внутр}} + A^{\text{внеш}}$$

$$W = E + U$$

называют полной механической энергией системы материальных точек.

Если ограничиться парными взаимодействиями точек, входящих в систему, то потенциальная энергия может быть выражена как сумма потенциальных энергий парных взаимодействий

$$U = \sum_{i \neq k} U(\vec{r}_i - \vec{r}_k), \quad \text{где } \vec{r}_i \text{ и } \vec{r}_k - \text{ радиус-векторы } \vec{i} \text{ и } \vec{k} - \text{ точек системы.}$$

Потенциальная энергия является внутренней характеристикой системы и не может иметь место для совокупности материальных точек и тем более для одиночных материальных точек – это системное свойство.

Если $A^{\text{вн}} = O$ и $A_{\text{дис}}^{\text{вн и внут}} = O$ то $W = \text{Const}$

Закон сохранения полной механической энергии можно применять, если:

- а) система замкнута и консервативна
- б) система консервативна и не замкнута, но сумма работ всех внешних сил равна нулю.

Полное описание физической системы имеет место в рамках динамического подхода, использование которого позволяет знать состояние

механической системы в любой момент времени. Однако из сложности описания во многих реальных случаях это сделать невозможно. В этом случае используют законы сохранения.

Математиком Э. Нётер было доказано, что законы сохранения связаны со свойствами пространства (изотропностью, однородностью) и временем. Однородность пространства означает, что поведение физической системы не изменится, если систему, как целое, сместить; изотропность пространства означает, что поведение физической системы не изменится, если систему, как целое, повернуть; однородность времени означает, что если провести один и тот же эксперимент в одинаковых условиях, но в разное время, то результаты эксперимента будут одинаковы.

Следствием однородности пространства является закон сохранения импульса.

Следствием изотропности пространства является закон сохранения момента импульса.

Следствием однородности времени является закон сохранения энергии.

II. 4. Колебательное движение тела

Ранее мы рассмотрели поступательное и вращательное движения твердого тела. Сейчас рассмотрим колебательное движение тела. Наглядным примером колебательного движения является поведение листа на ветке дерева. В зависимости от величины ветра: случайное отклонение листа от положения, которое он занимает в отсутствии ветра, в разные стороны и нахождение в отклоненных положениях в течение различных интервалов времени. Когда лист обрывается от ветки под действием ветра, он улетает с ветром далеко от дерева. Такое поведение может быть описано немонотонной ограниченной функцией. Ограниченность и немонотонность пропадает с отрывом листа, но после отрыва движение уже не колебательное.

Среди немонотонных функций есть большое число функций периодических. По определению функция $f(t)$ является периодической с периодом T , если для любого t $f(t) = f(t + T)$

Периодических функций тоже очень много, но есть фундаментальная периодическая функция, называемая гармонической. Она изменяется по закону синуса или косинуса.

Пусть точка совершает равномерное движение по окружности радиуса A . Проекция точки на оси координат x, y совершает колебания, описываемые гармоническими функциями; их называют гармоническими колебаниями.

$$\text{ПО оси } OX \quad x = A \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$\text{ПО оси } OY \quad y = A \sin(\omega t + \alpha_0)$$

A – амплитуда колебаний – максимальное смещение от оси $X(Y)$

$(\omega t + \alpha_0)$ – фаза, α_0 – начальная фаза (при $t=0$).

$$\omega - \text{круговая частота } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Эту величину во вращательном движении называют угловой скоростью (см. ранее).

Скорость гармонического колебания

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Ускорение гармонического колебания

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y$$

При гармоническом колебании ускорение точки пропорционально ее смещению, взятому с противоположным знаком.

Это означает, что если на точку действует сила $f = m \cdot a$, где $a = -\omega^2 y$, то точка совершает гармонические колебания.

Итак, для возникновения гармонических колебаний необходимо, чтобы на точку действовала сила, пропорциональная ее смещению и направленная противоположно ему. Эту силу называют возвращающей. Если на точку действуют другие силы, то характер колебаний может изменяться. Так сила тяжести не изменяет характер колебаний, а только смещает точку начала

колебаний (точку равновесия), сила трения приводит к затуханию колебаний, если на точку действует внешняя гармоническая сила с переменной частотой p , то через некоторый интервал времени, устанавливаются гармонические колебания с частотой p , и с амплитудой и фазой, зависящих от частоты p .

Гармоническое колебание называют фундаментальным, поскольку любое периодическое колебание можно представить в виде

$$f(t) = \sum_n A_n \cdot \cos n \cdot \omega \cdot t - \text{ряд Фурье.}$$

Модели реальных объектов совершающих колебания.

Математический маятник – тело, модель которого представляет собой систему, состоящую из материальной точки, прикрепленной к концу невесомого стержня. Другой конец стержня шарнирно закреплен в некоторой точке O так, что он может свободно вращаться в плоскости OXY . Эту модель характеризуют двумя параметрами: массой m и длиной l . При отклонении на малый угол α от оси OY возникает возвращающая сила, и если маятник свободен, то имеют место гармонические колебания с периодом $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

(рис. 31).

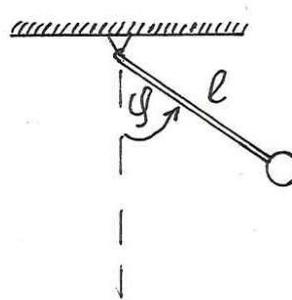


Рис. 31

Физический маятник – твердое тело, которое может качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. При небольшом угле отклонения имеют место гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad \text{где } I - \text{ момент инерции тела,}$$

a – расстояние от оси вращения до центра масс (рис. 32).

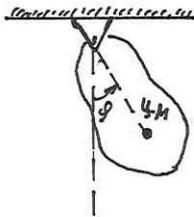


Рис. 32

§. 3. Модель “сплошная среда”

Система материальных точек в пространстве образует область, в которой существуют частицы, пустоты и силы. В такой модели свойства этой области описывают прерывными функциями. Однако в пределах каждой частицы ее свойства описывают непрерывными функциями (рис. 33). Модель, свойства которой описывают непрерывными функциями, называют “сплошная среда”. Моделью сплошной среды могут описываться твердые, жидкие и газообразные тела. В механике твердыми телами называют тела, имеющие объем и форму; жидкими – объем; газообразные ни собственного объема, ни формы не имеют. Основными механическими параметрами модели “сплошная среда” являются плотность $\rho = \frac{M}{V}$, относительная деформация $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, напряжение $\delta = \frac{F}{S}$. Измеряя Δl , ε , F , S' – находят величины ε , σ и их связь.

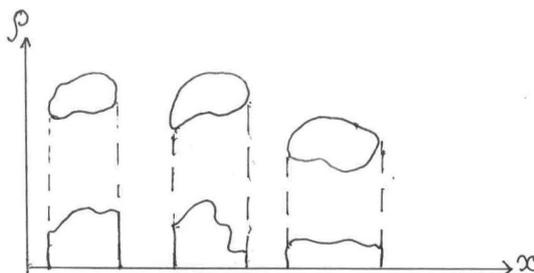


Рис. 33

Зависимость $\delta = f(\varepsilon)$ называют диаграммой растяжения. Для разных твердых тел эти диаграммы в числовом отношении разные, но общий качественный вид диаграммы показан на рис. 34. На диаграмме есть

характерные точки. Π – предел пропорциональности, в области ОП $\delta = k \cdot \varepsilon$ (закон Гука). $У$ – предел упругости, в области ПУ $\delta = k\varepsilon + f(\varepsilon)$

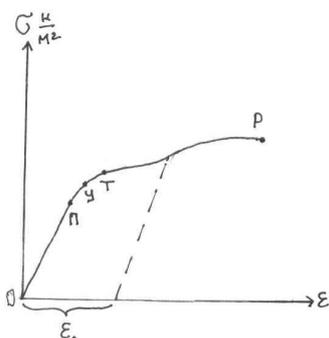


Рис. 34

В области ОУ – имеют место упругие деформации, т.е. деформации, которые пропадают после снятия напряжения, Т - предел текучести, Р – предел прочности.

В области УТР имеют место пластические деформации, т.е. деформации, которые остаются после снятия напряжения (ε_0). В области Т-Р небольшое изменение напряжений приводит к большой ε (материал “течет”). В точке Р имеет место разрыв материала.

Аналогичный характер имеет диаграмма сжатия. К другим видам деформации относят деформацию сдвига, деформацию кручения и деформацию изгиба (рис. 35).

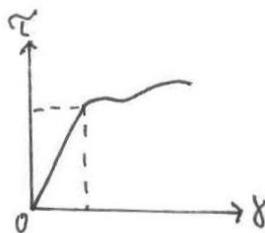


Рис. 35

Таким образом, твердым телам свойственна:

Упругость – свойство тел изменять форму и размеры под действием нагрузок и самопроизвольно восстанавливать исходную конфигурацию при прекращении внешнего воздействия.

Текучесть – свойство тел пластически деформироваться под действием напряжений – наблюдается только при высоких напряжениях превышающих предел текучести.

Прочность – свойство твердых тел сопротивляться разрушению, а так же необратимому изменению формы под действием внешней нагрузки.

Твердость – количественная характеристика, определяется как отношение некоторой стандартной силы вдавливания к 1 мм^2 площади отпечатка (глубине внедрения шарика или призмы).

Количественное изучение объектов в модели “сплошная среда” началось с описания поведения жидкости.

Если капля жидкости упадет на поверхность (например, стола), то она растечется – это означает, что возникнут большие пластические деформации при ничтожно малых напряжениях. То есть, жидкость обладает текучестью уже при ничтожно малых напряжениях. Как следствие текучести, напряжение в жидкости (газе) не имеет касательной составляющей. Статические напряжения в жидкости (газе) всегда нормальны к поверхности любого выделенного объема. Напряжения в жидкостях (газах) называют давлением. Таким образом, давление в жидкости (газе) P есть нормальная составляющая силы F , приложенной к поверхности жидкости F_n действующая на единицу площади поверхности жидкости: $P = \frac{F_n}{S}$ – в системе СИ единица измерений давления 1 Па (паскаль) = $\frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2}$. Есть внесистемные единицы: физическая атмосфера: 1 атм = 760 мм ртутного столба = 1,033 технической атмосферы, равной $1,013 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$ (Па).

Если посмотреть на реку, текущую на равнине, то можно увидеть, что в широких и узких местах движение воды имеет различный характер. В широких местах течение спокойное, медленное, если на поверхности воды есть листики, щепки, букашки, то они движутся вместе с водой, и каждый из этих объектов по своей траектории, при этом траектории не пересекаются и скорость объектов примерно одинакова. Такое движение назвали ламинарным.

В узких местах на поверхности жидкости возникают завихрения, скорость течения увеличивается и траектории движения листиков, щепок,

букашек пересекаются – такое движение жидкости назвали турбулентным (Рис. 36).

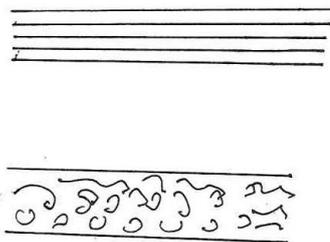


Рис. 36

Если взять воду и растительное масло и лить их в желоба, а на поверхности масла и воды поместить листики, то можно видеть, что даже при наличии ламинарного течения скорость листиков во всех местах потока воды в желобе одинакова, а в масле скорость листиков в центре потока больше чем у листиков, движущихся у краев. Такое поведение объясняют свойством жидкости, которое назвали вязкость.

Вязкость – свойство жидкостей и газов оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

Основной закон вязкого трения был установлен Ньютоном (рис.37):

$$F = \gamma \cdot \frac{v_2 - v_1}{z_2 - z_1} \cdot S$$

где F – тангенциальная касательная, составляющая сила вязкости, вызывающая сдвиг слоев жидкости относительно друг друга. S – площадь между верхней и нижней плоскостями, по которой происходит сдвиг, $z_2 - z_1$ – расстояние между слоями, v_2 и v_1 – скорость нижнего и верхнего слоя, γ – коэффициент динамической вязкости – в системе СИ единица измерения Па·сек.

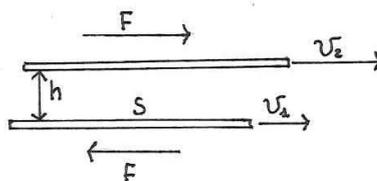


Рис. 37

Величину, обратную вязкости $= \frac{1}{\gamma}$ называют текучестью.

Существует общее правило определения физического смысла коэффициентов, содержащихся в физическом законе. Согласно этим правилам, данный коэффициент следует оставить в левой части равенства, а все остальные величины перенести в правую часть и положить равными единичным значениям. Физический смысл коэффициентов будет определяться членами, стоящими в числителе правой части, а члены знаменателя выполняют роль нормировок.

Согласно этому правилу, вязкость численно равна тангенциальной силе, приходящейся на единицу площади, при условии, что разность скоростей между двумя слоями жидкости, находящихся на единичном расстоянии друг от друга, равна единичному значению.

Для воды $\gamma = 1 \cdot 10^{-3}$ Па · с, для масла (касторового) $\gamma = 1,2$ Па · с.

Разница в величине вязкости в 1000 раз и приводит к различному характеру движения воды и масла в желобах при прочих одинаковых условиях.

Кроме динамической вязкости, в гидромеханике используют величину, дополнительно нормированную на единице плотности жидкости (ϑ) – ее называют кинематической вязкостью $\vartheta = \frac{\gamma}{\rho}$. В СИ единица измерения

$$[\vartheta] = \frac{M^2}{сек}$$

Ранее было указано, что сила, действующая на поверхность покоящейся жидкости, не имеет касательной составляющей. При движении жидкости за счет вязкости может возникать тангенциальная составляющая. Жидкость, для которой тангенциальная составляющая $F_t=0$ имеет $\gamma=0$ и ее называют идеальной жидкостью.

Давление, оказываемое на жидкость, должно сжимать жидкость, изменяя ее объем, но, как показывает опыт, для наблюдаемого изменения объема надо приложить большое давление, $\sim 10^3$ Бар, значит, при более низких давлениях жидкость можно считать несжимаемой.

Самая простая модель для описания жидкости – идеальная несжимаемая жидкость. Чтобы получить физические законы, описывающие поведение такой жидкости, надо задать объекты, в которых эти законы выполняются. Такими объектами служат трубки тока. Чтобы построить трубку тока, вводят линию тока.

Линия тока – линия касательная к каждой точке которой совпадает с направлением скорости частицы жидкости в этой точке. В ламинарном потоке каждая частица жидкости движется по собственной траектории, поэтому по сути линия тока совпадает с траекторией движения частиц жидкости. Если в поток жидкости поместить колечко, то в силу сплошности среды каждой точки колечка коснется частица воды, и таким образом траектории всех частиц, коснувшихся колечка, образуют трубку, непроницаемую и для выхода частиц, находящихся внутри трубки, и для входа частиц, находящихся вне трубки. При этом площадь колечка выбирается так, что скорость всех частиц в любом сечении колечка одинакова. Трубки тока и есть те объекты, для которых находят законы поведения жидкости (рис. 38).

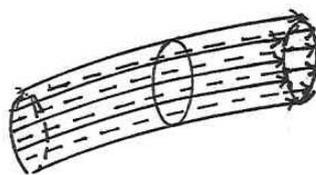


Рис. 38

При выводе уравнения движения идеальной жидкости Л. Эйлер ввел аксиому, согласно которой для элемента жидкости, мысленно выделенного из жидкой среды, справедлив второй закон Ньютона. Используя ее, Л. Эйлер для частицы жидкости с массой $\rho dx dy dz$ находящейся в трубке тока, получил уравнение движения, которое в рамках математической модели имеет вид $\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -gradP + \gamma$ где γ - удельный вес жидкости.

Это уравнение играет роль фундаментального закона, из которого, задавая различные условия, выводят различные следствия. В частности, используя этот закон в гидростатике, были выведены два следствия:

Закон Паскаля и Закон Архимеда.

Условие гидростатике $V=0$. Для гидростатики $gradP = \rho \cdot g$ где g - ускорение свободного падения.

Итак, если $mg = 0$ – жидкость невесома, то $gradP = 0$ решение $P_x = P_y = P_z = Const$

Закон Паскаля: давление одинаково по всему объему покоящейся невесомой жидкости и одинаково передается по всем направлениям. Если учесть, что $Pg \neq 0$; тогда $gradP = \rho \cdot g$, что дает, $P_x = P_y$; $P_z = P_0 + \rho g z$; где P_0 - давление жидкости на нулевом уровне.

Формула определяет давление жидкости на дно и стенки сосудов, а так же на поверхность любого тела, помещенного в жидкость (рис. 39).

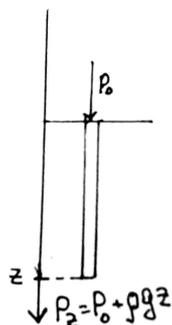


Рис. 39

Закон Архимеда: Следствием закона Паскаля является закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (или газ) действует выталкивающая сила, направленная вверх, проходящая через центр масс вытесненной телом жидкости и численно равная весу жидкости, вытесненной телом. Точку приложения выталкивающей силы называют центром плавучести тела (рис.40).

Учитель Л. Эйлера И. Бернулли (вместе с сыном Д. Бернулли) для описания стационарных жидкостей использовал закон сохранения энергии и получил уравнение для трубки тока:

$$P + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = Const$$

где P - статическое давление; ρgh - гидростатическое давление; $\frac{\rho U^2}{2}$ - гидродинамическое давление; h - высота трубки; U - скорость жидкости; ρ - плотность жидкости (рис. 40).

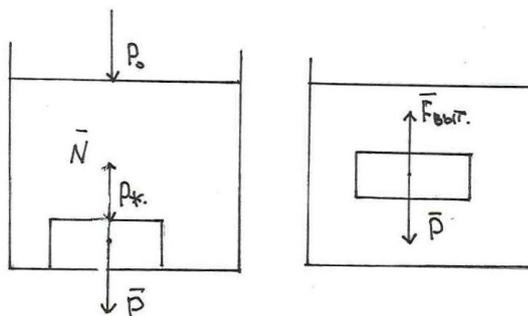


Рис. 40

Стационарной или установившейся жидкостью называют движение жидкости, независимое от времени.

Важным в гидродинамике считают закон сохранения массы для любого объема движущейся жидкости. Закон описывается сложным дифференциальным уравнением.

Для стационарного одномерного течения жидкости в трубке тока с площадью поперечного сечения S закон имеет вид: $\rho \cdot S \cdot U = \text{Const}$

Уравнение Бернулли описывает поведение идеальной жидкости, но может быть использовано для качественного объяснения и движения неидеальной жидкости (или газа), например, эффект Магнуса.

Эффект Магнуса – возникновение поперечной силы, действующей на тело, вращающееся в набегающем на него потоке газа. В модели бесконечно длинного кругового цилиндра объяснение следующее: если цилиндр обтекает безвихревой поток, направленный перпендикулярно его образующим, то в следствие вязкости жидкости скорость, где направление скорости v потока и вращения цилиндра совпадают, увеличивается, а со стороны, где они противоположны, уменьшается (рис. 41), т.к. $P_1 + \frac{\rho U_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho U_2^2}{2}$ если $U_1 < U_2$ то $P_1 > P_2$.

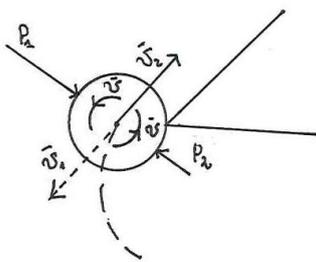


Рис. 41

Возникшая поперечная сила всегда направлена с той стороны вращающегося тела, на которой направление вращения и направление потока противоположны к той стороне, на которой эти направления совпадают.

Описание движения неидеальной жидкости очень трудная проблема. Для решения этой проблемы существует уравнение Навье-Стокса. Это сложное дифференциальное уравнение и может быть доведено до конца только в отдельных частных случаях и при упрощающих условиях.

§. 4. Волновая модель

Видимо, все наблюдали, что если бросить в озеро камень, то по воде начнут разбегаться круги от места попадания камня в воду. При этом мелкие предметы (листки, букашки, щепки т.д.), лежащие на поверхности воды, начнут вертикальное движение “вверх-вниз” без горизонтального перемещения. При попадании камня в воду имеет место локальное (в области, прилегающей к камню) возмущение среды, которое начинает распространяться по всей среде. Сжатие участка среды под камнем при падении приводит к перемещению частиц среды и возникновению сил за счет изменения положений частиц среды (в первом приближении упругих сил). Кинетическая энергия камня переходит в потенциальную энергию локального участка среды, которая за счет упругих сил между частицами среды переходит в кинетическую, захватывая новые частицы среды и т.п. – происходит перенос энергии, при этом сами частицы остаются на своих местах. Такое возмущение среды называют волновым или просто волной.

Специфическое свойство волнового движения – перенос энергии без переноса вещества.

Волны разделяются на продольные и поперечные. В продольных волнах направление скорости c волны совпадает с направлением скорости v частиц среды (звуковая волна, пружина). В поперечных волнах направление скорости c волны перпендикулярно направлению скорости v частиц среды (рис. 42).

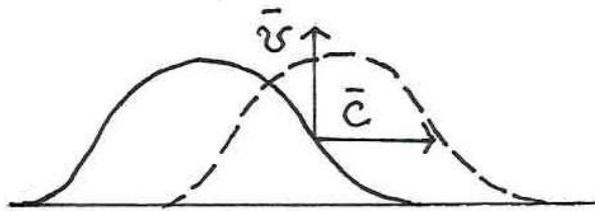


Рис. 42

Волны имеют различные формы: одиночная волна (импульс), ограниченный ряд возмущения (цуг), гармоническая волна.

Гармоническая волна представляет собой бесконечную синусоиду и является фундаментальной волновой моделью. Формула волны

$$\varphi(r, t) = A \sin[\omega t - (\bar{k} \cdot \bar{r})]$$

Где $\varphi(r, t)$ – величина возмущения в точке с радиусом–вектором \bar{r} в момент времени t , A – амплитуда возмущения, ω – циклическая частота ($\frac{\text{рад}}{\text{сек}}$) – связана с периодом колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, где ν – частота ($\frac{1}{\text{сек}}$ герц), \bar{k} – волновой вектор, равный по абсолютной величине $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, где λ – длина волны – кратчайшее расстояние между двумя точками волны, колеблющимися в одинаковой фазе.

Длина волны λ и период T связаны: $\lambda = c \cdot T$

Одной из характеристик волн является вид поверхности равных фаз, т.е. поверхности, в любой точке которых в данный момент времени фазы одинаковы. Эти поверхности называют волновыми фронтами.

Соответствующие волны классифицируют по виду поверхности разных фаз: плоские, сферические, цилиндрические.

Как уже было отмечено, распространение волн связано с переносом энергии в среде от локального возмущения. Количественно он характеризуется вектором плотности потока энергии I . Направление I совпадает с направлением переноса энергии, а его абсолютная величина равна энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадь, расположенную перпендикулярно направлению потока. Обычно при расчетах используют связь потока I и амплитуды волны: $I = k \cdot A^2$ где k зависит от природы волны и свойств среды. Для плоской синусоидальной волны $I = \frac{\rho \cdot v}{2} = \frac{P^2}{2c}$, где P - амплитуда звукового давления, v - амплитуда колебательной скорости, т.е. скорости, с которой колеблются частицы вокруг положения равновесия при прохождении волны; ρ - плотность среды, c - скорость звука фундаментальная гармоническая волна имеет одну частоту, а реальная волна всегда содержит определенный набор гармонических волн различных частот и ее можно представить виде:

$$f(t) = \sum_n A_n \cos n \cdot \omega \cdot t$$

Где A_n - амплитуда волны частоты $n\omega$. Набор $A_n = f(\omega)$ образует спектр. Амплитуду наименьшей частоты называют основным тоном, другие - обертонами. Существуют волны, которые не переносят энергию. Их называли стоячими волнами (рис. 43).

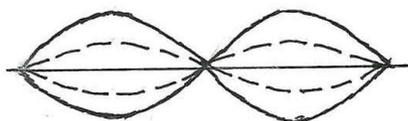


Рис. 43

Формулы стоячей волны $y = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \cos \omega t$. Точки струны в которых амплитуда волны равна 0 называют узлами, точки струны в которых амплитуда волны максимальна называют пучностями. Координаты узлов $x =$

$\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$; координаты пучностей $x = \frac{n\lambda}{2}$, где n – целое число. Все частицы, расположенные между двумя соседними узлами, совершают колебания в одинаковой фазе – все одновременно достигают крайних положений и проходят через нуль, но амплитуды колебаний частиц различны.

Акустические волны.

Механические волны в области частот 20Гц-20кГц воспринимаются человеческим ухом, и мы слышим звуки. Восприятие по частоте неоднозначные.

Звуковые ощущения субъективны и для количественного описания их надо формализовать, т.е. задать физические величины – аналоги физических величин, характеризующих механические волны. Аналогом физической величины “сила звука” является величина “громкость звука”. Громкость звука L определяют: $L = \log \frac{I}{I_0}$, где I – сила звука, I_0 – сила того же звука на пороге слышимости единицы L называют белами. На практике используют величину в 10 раз меньше – ее назвали децибелом. $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$ (дБ). Так тихий разговор имеет громкость 40 дБ, крик – 80 дБ, оркестр – 100 дБ... область слышимости показана на рис. 44

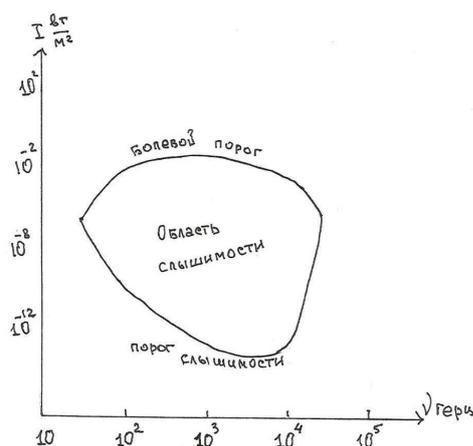


Рис. 44

Частоте звуковых колебаний соответствует величина высота звука. Так, у рояля самая низкая высота звука 27 Гц, а самая высокая - 4184 Гц.

Для сложных колебаний высота звука оценивается ухом по высоте основного тона. Обертоны мало влияют на ощущение высоты звука. Принято оценивать голоса певцов следующими диапазонами частот основных тонов. Бас 90-340 гц; Баритон 110-440 гц, Тенор 130-520 гц, Контральто 200-780 гц, Сопрано 220-880 гц, меццо-сопрано 260-1650 гц.

Спектру волн соответствует характеристика звуковых ощущений, которую назвали тембр. Тембр звука определяется силой и числом обертонов и спецификой характера нарастания звука. Так, у скрипки в первый момент нарастания звука преобладают высокие обертоны (от 3 до 5 кгц) и только в конце стадии нарастания звука обертоны по силе уступают основному тону. Тембр звука, издаваемого роялем, существенно меняется в зависимости от скорости, с которой опускают клавиши. Аналогично и у певцов. Звук у хороших певцов нестационарен: спектр меняется примерно 6 раз в секунду, при этом громкость у профессионалов остается равномерной.

Глава IV. ТЕРМОДИНАМИКА.

§. 1. Начала термодинамики

Первое определение термодинамики дал В. Томсон: “термодинамика” – наука о силах, связанных с теплом. Интерес к изучению тепловых явлений сильно возрос в 18 веке в связи с созданием тепловых машин, в которых использовалась “двигательная сила” огня.

Механическая сила как мера взаимодействия тел, как причина деформаций и ускорений к этому времени была известна и “плодотворно” работала.

Тепло как понятие, связанное с ощущениями, которые возникали у людей, находящихся у костра, у печки, на Солнце, было известно в обыденной жизни людей. При этом, в зависимости от интенсивности ощущений, оно характеризовалось различными терминами: теплое, холодное, горячее, прохладное, морозное,... Все эти термины в физике были

объединены в один термин – нагретость. Для перевода нагретости в категорию физических свойств надо было определить ее меру. Представим, что в изолированной от внешней среды комнате на стол поместили камень, вынутый из костра. Простым прикосновением к камню и столу можно установить, что нагретость камня больше нагретости стола. Если такие операции продолжать, то можно заметить, что со временем нагретость камня уменьшается, а нагретость стола растет. Через продолжительный интервал времени (его называют временем релаксации) нагретость камня и стола сравнивается и такое состояние (одинаковой нагретости) будет оставаться до тех пор, пока не будут изменены условия наблюдения (открыть окно, дверь, внести еще один камень и т.п.). При этом и все другие объекты, находящиеся в комнате, и стены, и пол и потолок комнаты будут иметь такую же нагретость. Если вместо раскаленного камня на стол положить кусок льда, то через время релаксации все объекты будут иметь одинаковую нагретость, но другую по ощущениям (более холодную) (рис. 45).

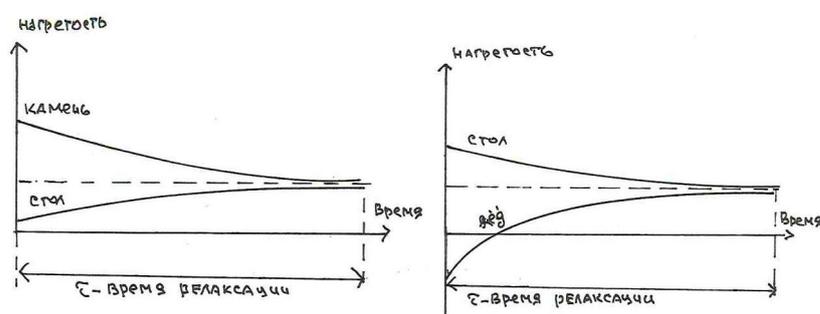


Рис. 45

Такое состояние называют тепловым равновесием и оно имеет разное количественное содержание, т.е. измеримо. Мерой теплового равновесия является физическая величина – температура. Существование температуры – параметра, единого для всех тел, находящихся в тепловом равновесии, называют нулевым началом термодинамики. Температуру измеряют градусником (см.ниже). Таким образом, определение Томсона означает, что в явлениях, изучаемых в термодинамике, присутствует механическая величина – сила, и специфическая термодинамическая величина – температура. Современное определение термодинамики – наука о наиболее

общих свойствах физических макроскопических системах, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и о процессах перехода между этими состояниями. Макроскопическая система (или термодинамическая система) – любое тело, состоящее из громадного числа элементов, взаимодействующих между собой и другими объектами. Систему элементов, составляющих тело, назвали микроскопической. Макроскопическая система как система – целостный объект, она имеет свойства системные, каждый элемент системы имеет свои свойства - их называют элементные или микроскопические. Системные и элементные свойства связаны между собой. В Термодинамике рассматривают только системные свойства макроскопической системы, полученные экспериментально. При учете только системных свойств, полученных экспериментально, для термодинамической системы можно использовать модель “сплошная среда”.

Термодинамическое равновесие системы означает, что в равновесии находятся все ее макроскопические части. То есть, тело можно разбить на части, в каждой из которой можно провести измерение параметров; и для любого параметра его значение одинаково во всех этих частях и при неизменных условиях не меняется со временем.

Таким образом, в состоянии термодинамического равновесия одинаковое значение каждого параметра характеризует как систему в целом, так и отдельные ее части. Такое состояние системы называют равновесным.

Равновесное состояние системы полностью характеризуется небольшим числом параметров: объемом, давлением, количеством вещества, массой, температурой. Их называют параметрами состояния. Поскольку температура является основной величиной в СИ, рассмотрим процесс ее измерения подробнее. Чтобы измерить температуру, надо иметь тела, свойства которых зависят от нее. Такими свойствами являются объем тел, электрическое сопротивление тел, скорость звука, ... Эти свойства называют термометрическими. Любая измерительная система имеет измерительную шкалу, на которой указано начальное значение измеряемой величины,

конечное значение измеряемой величины, между этими значениями – градуированный в единицах измерений рабочий интервал шкалы. При измерении температуры на измерительной шкале указывается начальная температура ($t_{нач}$), которой соответствует значение термометрического свойства $x_{нач}$, конечная ($t_{кон}$), которой соответствует $x_{кон}$, и рабочий интервал градуированный в единицах температуры – его назвали основной температурный интервал. Функциональную связь $t(x)$ называют эмпирической (или практической) шкалой, а измеренную температуру – эмпирической температурой. Таким образом, для физической реализации температурной эмпирической шкалы необходимо: задать $t_{нач}$ и $t_{кон}$, и найти термическое свойство, функциональная связь которого с температурой будет линейной. Надо также обеспечить техническое исполнение шкалы.

Температура – количественная характеристика объекта, участвующего в физическом процессе. Это физический процесс (состояние теплового равновесие) при задании одних и тех же фиксированных условий должен протекать при одной и той же конкретной температуре. В этом случае заданием соответствующих условий возможно воспроизводить конкретную температуру. Эту температуру называют фиксированной или реперной точкой. При этом числовое значение температуры выбирается произвольно. В 1968 г. Международным комитетом мер и весов установлены 11 реперных точек, среди которых тройная точка воды (практически совпадает с точкой плавления льда) и точка кипения воды.

При линейной функциональной связи температуры и термического свойства любое значение температуры внутри основного рабочего диапазона можно найти по формуле $t = \frac{(t_{кон}-t_{нач})(X-X_{нач})}{X_{кон}-X_{нач}}$

Такая зависимость позволяет построить шкалу с равномерной градуировкой и задать по школе единицу измерений температуры– градус данной шкалы. Например, если за $t_{нач}$ принять температуру плавления льда

0° , а за $t_{\text{кон}}$ - температуру кипения воды 100° , то получим шкалу Цельсия, а единицу измерений по этой шкале 1°C). Для технической реализации прибора (термометра), использующего шкалу Цельсия, можно использовать ртуть и свойство объемного расширения. Пример ртутного термометра – медицинский градусник. Если температуру плавления льда принять за 0 градусов, а точку кипения воды за 80° , то получим шкалу Реомюра; если температуру плавления льда принять за 32 градуса, а точку кипения воды - за 212 градусов, то получим шкалу Фаренгейта (Φ). При единице измерения – градус – результат будет различный для каждой из трех шкал

$$1^\circ\text{C} = 1.25^\circ\text{R} = \frac{5}{9}(t^\circ\text{F} - 32^\circ)$$

Существует температурная шкала, называемая термодинамической, которая не зависит от термометрического вещества и которую можно использовать при всех температурах. В термодинамической шкале используют цикл Карно. Тело, совершающее работу по шкале Карно, получает теплоту Q_1 при температуре T_1 и отдает теплоту Q_2 при температуре T_2 . При этом отношение $\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$ не зависит от вещества (рабочего тела) и позволяет по измеренным значениям Q_1 и Q_2 определить термодинамическую температуру.

В качестве температур фиксированных точек используют температуру абсолютного нуля $T_{\text{нач}} = 0 \text{ K}$ и температуру плавления льда $T_{\text{кон}} = 273.15 \text{ K}$. Температура измеряется в Кельвинах (K). Единица температуры по шкале Кельвина совпадает с единицей температуры по шкале Цельсия ($^\circ\text{C}$) $1^\circ\text{C} = 1\text{K}$ и таким образом шкала Кельвина по отношению к шкале Цельсия сдвинута на $273,15\text{K}$ т.е. $T\text{K} = t^\circ\text{C} + 273.15\text{K}$

ν - единица количества вещества в СИ, содержит столько молекул (атомов, ионов, и т.п.), сколько атомов содержится в $0,012 \text{ кг}^{12} \text{ C}$ (нуклеида углерода с атомной массой 12). Величины V, m, P – объём, масса, давление - были определены ранее.

Связь между этими величинами описывают уравнением состояния (термическим). В явном аналитическом виде имеет место только для сильно разреженных газов при высоких температурах: $PV = \nu RT$

Его и используют как фундаментальное уравнение состояния. Под воздействием различных сил происходят переходы из одного состояния в другое. Поскольку уравнение состояния описывает только равновесные процессы, то и переход должен быть переходом из одного равновесного состояния в другое равновесное состояние, причем и все промежуточные состояния также должны быть равновесными. На практике такой равновесный процесс, его называли квазистатическим, должен протекать достаточно медленно. Равновесный процесс, являющийся непрерывной цепью равновесных состояний, обратим, т.е. его можно совершить в обратном направлении и при этом в окружающей среде не будет никаких изменений. Именно только равновесные процессы количественно описываются полностью, что касается необратимых процессов, то для них можно установить только определенные неравенства, а также направление их протекания. Итак, процессы нагревания или охлаждения, если они удовлетворяют условию квазистатичности, можно описать уравнением состояния. Однако использование этого уравнения не объясняет природу тепла. Первое объяснение природы тепла дал Галилей: он придумал вещество теплорода, способное входить и выходить из всех тел. При изменении количества теплорода в теле имеет место изменение температуры, при этом, чем больше теплорода, тем выше нагретость, и наоборот. Эксперименты показали несостоятельность теплорода и он постепенно был удален из науки.

При нагревании происходит изменение состояния системы. Но любое изменение, как ранее указывалось, связано с изменением энергии системы (ее называли внутренней энергией). Если поставить на огонь закрытый сосуд с закрепленным поршнем и заполненный газом, то газ будет нагреваться. Нагревание газа как изменение его состояния означает, что внутренняя

энергия получает приращение. Форму передачи внутренней энергии без изменения объема назвали теплотой, количество которой ΔQ

Если поршень не закрепленный, то при тех же условиях нагревание газа сопровождается увеличением объема. Форма передачи внутренней энергии с изменением объема назвали работой, количество которой ΔA

Таким образом, в общем случае приращение внутренней энергии может быть получено и в форме теплоты, и в форме работы, т.е.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta A$$

По своему физическому смыслу этот закон, получивший название первого начала термодинамики, - закон сохранения энергии для термодинамических систем.

Внутренняя энергия есть функция состояния и ее приращение не зависит от формы перехода из начального состояния в конечное.

Количество теплоты и работы зависит от формы перехода, т.е. они различны для различных процессов. В математической модели этот закон имеет вид $dU = \delta Q + \delta A$. Бесконечно малое приращение dU является дифференциалом, бесконечно малые δQ и δA не являются дифференциалами. Общее выражение для работы при изменении объема от V_1 до V_2 имеет вид $A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV$.

Как ранее было сказано, уравнение состояния в явном аналитическом виде описывает газовую среду в разряженном состоянии при высоких температурах. Будем считать, что эти условия выполнены:

$$\text{Тогда } PV = \frac{m}{\mu} RT$$

Если задать условия $V = \text{Const}$, то работа равна нулю. Если задать условие $P = \text{Const}$, то $A = p(V_2 - V_1)$ Если задать условие $T = \text{Const}$, то

$A = \mu R T \ln \frac{V_2}{V_1}$ процессы соответственно назвали: изохорический, изобарический, изотермический.

Эксперимент показал, что количество теплоты ΔQ , полученное системой пропорционально приращению температуры, т.е. $\Delta Q = c \cdot \Delta T$ где коэффициент пропорциональности $c = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ – назвали теплоемкость.

Теплоемкость характеризует всю термодинамическую систему. Существуют нормированные на единицу массы и на единицу количества вещества: удельная теплоемкость $c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$

молярная теплоемкость $c = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$

Поскольку процессы термодинамические и могут проходить при постоянном давлении (изобарические) и постоянном объеме (изохорические), то и соответствующие этим процессам теплоемкости будут различны. Используя первое начало термодинамики и уравнение, можно найти связь C_p и C_v :

$$C_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_p = Const \quad C_v = \left(\frac{\Delta u}{\Delta T}\right)_v = Const$$

$$C_p = C_v + R, \text{ т. е. } C_p > C_v$$

Существует еще очень важный процесс - адиабатический. Его условие $\Delta Q = 0$ а уравнение $PV^\gamma = Const$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Работа при адиабатическом процессе $A = \frac{m}{\mu} C_v (T_1 - T_2)$ где T_1 - начальная температура, T_2 -конечная температура.

Итак, первое начало термодинамики - закон сохранения энергии, где δ малое приращение, ΔQ и ΔA могут быть как положительные, так и отрицательные.

Если положить тело с температурой T_1 на тело с температурой T_2 , при условии, что $T_1 > T_2$ и существует только первое начало, то возможны ситуации:

а) T_1 понижается, T_2 повышается;

б) T_2 повышается, T_1 понижается.

В первом случае кусок льда, попав в горячую воду, будет охлаждать ее, во втором - нагревать. Однако в реальности всегда имеет место первая ситуация – это означает, что термодинамический процесс обладает направленностью. Невозможен самопроизвольный переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Это качественная формулировка второго начала термодинамики.

В термодинамики была функция состояния – внутренняя энергия.

В процессе поиска второй функции состояния, такая функция была найдена и получила название “энтропия” - S . Используя энтропию, была получена количественная формулировка второго начала термодинамики: существует функция состояния – энтропия, приращение которой $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = S - S_0$ – для обратимых процессов и $\Delta S > \frac{\Delta Q}{T}$ - для необратимых (реальных). Возникла проблема определения величины S_0 .

М. Планк показал, что энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к абсолютному нулю, т.е. $S_0 \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$.

§ 2. Тепловые машины

Как ранее было сказано, толчком к формированию термодинамики послужило развитие тепловых машин. В термодинамике называют тепловыми машинами устройства, предназначенные для получения работы. Все тепловые машины можно разделить на два рода. Машины первого рода выполняют работу за счет последовательности замкнутых, (циклических) процессов: паровые машины, паровые и газовые турбины, компрессоры, двигатели внутреннего сгорания и т.п. Циклический процесс – термодинамический процесс, в котором термодинамическая система

приходит в первоначальное состояние. Из-за этого приращение внутренней энергии $\Delta U = 0$ и все количество теплоты, данное системе ΔQ , полностью переходит в работу $A_{пол}$ (рис. 46).

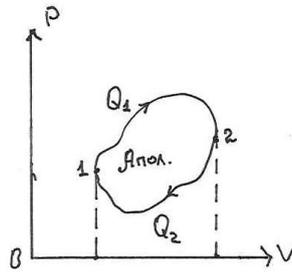


Рис. 46

Реализация замкнутого цикла возможна в конструкции, состоящей из теплоотдающего устройства (нагреватель) – оно передает рабочему телу (термодинамической системе) количество теплоты Q_1 , теплозабирающего устройства (холодильника) – оно забирает у рабочего тела количество теплоты Q_2 . При этом рабочим телом совершается работа $A_{пол} = Q_1 - Q_2$, которая как мера передачи с помощью соответствующих конструкций переходит в другие виды энергии, например, механическую, которая вызывает механическое движение.

Для оценки качества машины принято использовать не величину работы (ее называют полезной), а величину $\gamma = \frac{A_{пол}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ которую называют коэффициентом полезного действия (к.п.д.).

Фундаментальным циклом является цикл Карно, состоящий из двух адиабатных и двух изотермических процессов (рис. 47)

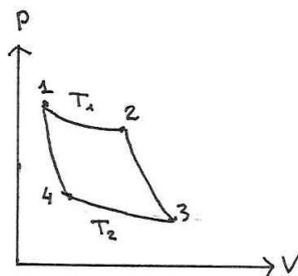


Рис. 47

а) Фундаментальность цикла Карно обусловлена тем, что: к.п.д. цикла Карно может быть выражено непосредственно через температуры нагревателя (T_1) и холодильника (T_2)

$$\gamma = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

б) среди всех тепловых машин с данными температурами нагревателя и холодильника он обладает максимальным к.п.д., причем к.п.д. не зависит от свойств рабочего вещества

в) обладает свойством обратимости, т.е. может быть использован при расчете холодильных машин. В реальных машинах используют другие циклы (рис. 48).

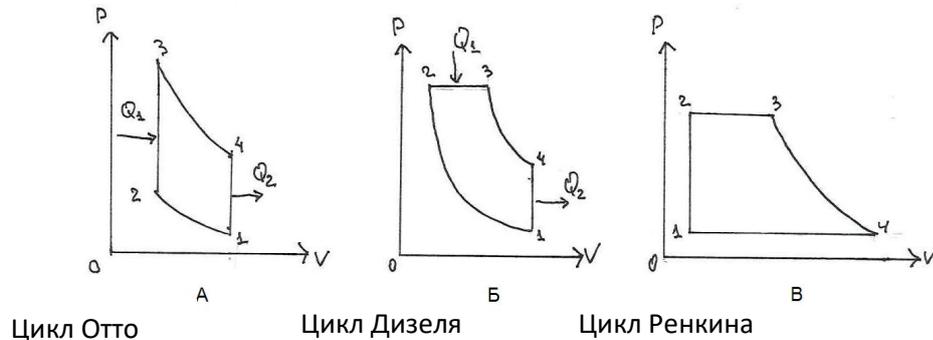


Рис. 48

Машины второго рода совершают некруговые процессы, производя при этом полезную работу. В подобного рода устройствах машины – некоторая система, находящаяся первоначально в неравновесном состоянии, приходит в состояние равновесия. Переход в равновесное состояние сопровождается получением полезной работы. К этим машинам относят все устройства однократного действия. В них, например, полезная работа получается за счет химических реакций, протекающих в системе. Примеры: батарейки, ракеты, ...

Конкретное выражение для максимальной работы в машинах второго рода, содержащее только характерные параметры системы (энергия системы – E , объем V , энтропия S), может быть получено только для некоторых видов процессов, происходящих в системе.

Например, в системе идет изотермо-изохорический процесс ($T=Const$, $V=Const$). В этом случае величина максимальной работы (ее назвали свободной энергией F) $F=U-TS$. Видно, что на получение полезной энергии может быть затрачена только часть энергии. Часть энергии, равная TS , называется связанной, U – внутренняя энергия.

Если процесс изотерма-изобарический $T=\text{Const}$, $P=\text{Const}$ то $G=U+pV-TS$ – потенциал Гиббса.

Глава V. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Статистическая физика в целом имеет несколько разделов (статистическая термодинамика, статистическая механика, статистическая оптика, статистическая радиофизика и т.д.), поскольку дает универсальный способ получения системных свойств систем различной природы с помощью свойств составляющих системы элементов (их называли микроскопическими свойствами). Поэтому ее и называли наукой о свойствах и поведении макроскопических систем, находящихся в состоянии равновесия на основе известных свойств, образующих их микрочастиц. Для решения проблемы методы механики не подходят, однако установлено, что в таких системах точное значение системных свойств очень мало отличается от их средних статистических значений. Таким образом, единственный известный теоретический способ получения системных величин – нахождение средних статистических.

Ранее мы рассматривали термодинамику, в которой системные свойства определяют экспериментально, не учитывая микроскопических свойств. Так как статистическая физика позволяет найти системные свойства с помощью микроскопических, то остановимся на статистической термодинамике.

Элементами термодинамической системы являются атомы, молекулы и т.п. В самом простом случае термодинамическую систему в статистической физике можно считать механической, а ее элементы - материальными точками. Механическое состояние системы материальных точек задается совокупностью координат и скоростей. В статистической термодинамике вместо скоростей v_i используют импульсы $P_i=m_i v_i$, где m_i – масса, величина постоянная для материальной точки, поэтому на характер закономерностей

замена v_i на mv_i не влияет. Совокупности координат и импульсов обозначают символами q и p соответственно.

Любая средняя физическая величина F_a , если она дискретна, может быть найдена по формуле $\bar{F}_A = \frac{\sum_i n_i F_i}{N}$ где F_i -значение величины F для i -го элемента, n_i -число элементов, имеющих значение F_i , N – общее число элементов.

Это среднее называют средним арифметическим. В статистической физике принято использовать среднее статистическое: $\bar{F}_{ст} = \lim_{n \rightarrow \infty} F_A = \sum_i \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_i}{N} \cdot F_i = \sum_i W_i \cdot F_i$ где W_i – статистическая вероятность нахождения системы со значением F_i . При этом выполняется условие $\sum_i W_i = 1$

Если величина F изменяется непрерывно, то в силу конечного времени измерения Δt за время измерения вероятность изменяется на ΔW , при этом сама величина изменится на ΔF . При непрерывной зависимости $F=f(W)$ для очень малых интервалов между ними, будет пропорциональная зависимость $dW(F) = \rho(F)dF$ где $\rho(F) = \frac{dW}{dF}$ называют плотностью вероятности, она и заменяет вероятность в том случае, когда F изменяется непрерывно, так как F – величина, зависящая от параметров состояния p, q , т.е. $F(p, q)$, то принято приращение вероятности в статистической термодинамике нормировать на единичный интервал $dpdq$, т.е. $dW(p, q) = \rho(p, q)dpdq$ или $\rho(p, q) = \frac{dW(p, q)}{dpdq}$, а среднее значение $\bar{F} = \int F(p, q)\rho(p, q)dpdq$ при условии $\int dW = \int \rho(p, q)dpdq = 1$

Доказано, что отклонение \bar{F} от $F \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ где N -число элементов системы.

Функции W и $\rho(p, q)$ называют статистическими распределениями, их знание принципиально обеспечивает нахождение средних статистических значений, хотя могут возникнуть большие трудности технического характера.

В 1901 г. Д. Гиббсом были установлены фундаментальные законы статистической физики, названные в честь автора распределениями Гиббса.

Распределения Гиббса являются фундаментальными по сути аксиомами, позволяющими найти статистические распределения для любой термодинамической (статистической) системы, а те, в свою очередь, помогают найти средние значения физических величин, характеризующие эти системы. Распределений Гиббса существует несколько. Одно из них, каноническое, применяют к системам, находящимся в контакте с термостатом и имеющим постоянный объем и заданное число частиц.

$$W_n = A \cdot e^{-\frac{E_n}{kT}} \text{ где } W_n \text{ – вероятность}$$

состояния системы, при которой система находится в состоянии с энергией E_n , k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, A не зависящая от E_n нормировочная постоянная.

Если энергия изменяется непрерывно, то $\rho(p, q) = A \cdot e^{-\frac{E(p,q)}{kT}}$

Самая простая статистическая система – идеальный газ. Идеальный газ – модель системы из хаотически двигающихся материальных точек, испытывающих только упругие столкновения между собой. Свойствами этой модели обладает реальная система – разряженный газ при высокой температуре.

Используя каноническое распределение Гиббса для идеального газа, можно вывести статистическое распределение – распределение Максвелла–Больцмана и, используя распределение Максвелла, найти средние значения физических величин, характеризующих систему (рис. 49аб), а используя распределение Больцмана плотность числа частиц $(n)\bar{r}$ в точке \bar{r} (рис. 50).

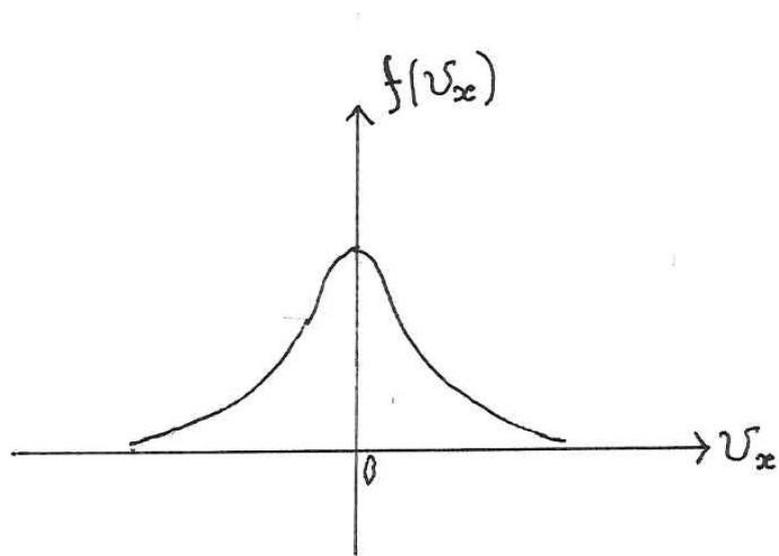


Рис. 49а

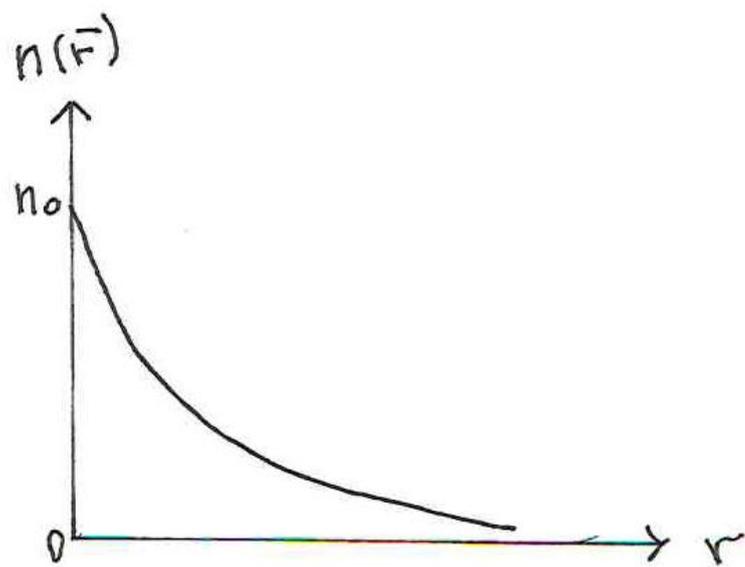


Рис. 49б

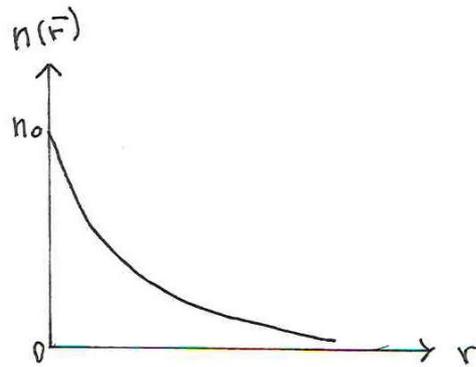


Рис. 50

Распределение Максвелла-Больцмана $\rho(\bar{p}, \bar{r}) = A e^{-\frac{p^2}{2m} + U(\bar{r})/kT}$, где \bar{p} – импульс молекулы, m – ее масса, $U(\bar{r})$ – потенциальная энергия во внешнем поле, T – абсолютная температура, A – постоянная, n – концентрация молекул. При $U = 0$ имеем распределение Максвелла по скорости:

$$\rho(\bar{v}) = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} \quad (\text{рис. 49a})$$

показано распределение Максвелла для одной компоненты $f(U_x)$, из которого можно найти распределение Максвелла по абсолютному значению скорости:

$$f(|\bar{v}|) = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2 \cdot dv \quad (\text{рис. 49б})$$

Распределение Больцмана по плотности частиц в точке \bar{r} :

$$n(\bar{r}) = n_0 \cdot e^{-\frac{U(\bar{r})}{kT}} \quad (\text{рис. 50}) \quad \text{где } n_0 \text{ – плотность частиц при } r=0.$$

Посредством статистической физики была установлена природа термодинамических величин. Оказалось, что они имеют статистический смысл. Так, внутренняя энергия была отождествлена со средней энергией системы и в общем случае равна $U = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum_{i \neq j} U(\bar{r}_i - \bar{r}_j)$, где второй член – потенциальная энергия парных взаимодействий с элементом системы, первый член – суммарная кинетическая энергия элементов системы.

Температура оказалась пропорциональной средней кинетической энергии частиц, составляющих тело.

Особый интерес представляет смысл термодинамической энтропии – ее статистическое истолкование. В термодинамике $dS = \frac{dQ}{T}$, в статистической

физике эта же величина $S=k \cdot \ln w$ – энтропия пропорциональна логарифму вероятности состояния.

Смысл статистической энтропии - мера вероятности состояний. В состоянии равновесия энтропия имеет максимально возможное значение (в данных условиях). Это означает, что равновесное состояние является наиболее вероятным состоянием.

Глава VI. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.

§. 1. Электростатика.

Электродинамика – раздел физики, в котором дают описание электромагнитных явлений, к которым относится всё видимое нами: различного цвета тела, молнии, радуги и т.д. Все началось с янтаря и магнесийского камня. В 7 веке до н.э. греческий купец и одновременно античный философ, живущий в городе Милете, Фалес заметил, что янтарь, потертый о шерсть, притягивает легкие предметы, а магнесийский камень (кусок железной руды, которую добывали в городе Магнесия) притягивает малые куски железа. От названий янтарь – по-гречески электрон, и магнесийский камень произошли термины “электричество” и “магнетизм”. Сам процесс получения электрических свойств называли электризацией, а магнитных свойств – намагничиванием. Электричество и магнетизм – физические свойства тел, определяемые как способность тела притягивать или отталкивать другие тела.

Однако законы, описывающие взаимодействие наэлектризованных и намагниченных тел, отличаются. Традиционно изучение электродинамики начинают с электричества. Поэтому оставим на время магнетизм.

Итак, электризацию можно реализовать либо контактно – обычно путем взаимного трения нейтральных тел, либо путем размещения наэлектризованного тела вблизи тела нейтрального. В первом случае возникает контактная электризация, во втором – электризация

индуцированная. Качественные опыты, произведенные Ш. Дюфе, показали, что существует два рода электричества. Ш. Дюфе назвал их “стеклянное” и “смоляное” – по типам веществ, приобретающих при трении данную разновидность электричества.

Результаты опытов показали, что одноименные электричества отталкиваются, а разноименные притягиваются. Позднее было замечено, что подобными свойствами обладают и другие вещества. И Франклин вместо терминов “стеклянное” и “смоляное” ввел термины “положительное” (“стеклянное”) и “отрицательное” (“смоляное”).

Было замечено, что интенсивность электрического взаимодействия у разных тел и при разных условиях различно, а значит надо было найти меру электричества. Мэру электричества назвали электрический заряд. Таким образом, чтобы электрический заряд стал физической величиной надо было задать способ измерения. Известно (см. ранее), что для измерения надо либо задать эталон (если величина основная в системе единиц измерений), либо задать закон, в котором значение всех других величин известны.

Основное требование к эталону – постоянство его свойств во времени – а этого в случае заряда обеспечить было невозможно, заряд имеет свойство “стекает” с заряженного тела. Его можно сохранить только на достаточно короткое время, достаточное для проведения измерений.

Закона взаимодействия зарядов также не было, надо было его придумать и экспериментально проверить.

И вот Ш.О. Кулон такой закон придумывает в 1785 г. (следует отметить, что аналогичный результат в начале 1770г. получил Г. Кавендиш, но он его не опубликовал) проверяет экспериментально и с его помощью находит единицу заряда.

Кулон используя систему единиц (СГС – см, г, с), добавляет в нее электрическую единицу – получая систему СГСЭ (абсолютную систему единиц измерения СГСЭ), в которой все необходимые величины называют 1 ед СГСЭ соответствующего измеряемого свойства заряда, потенциала,...

Поскольку заряд в системе СГСЭ – основная величина, то закон имеет вид $F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ и справедлив для наэлектризованных материальных точек (их назвали точечный заряд), единицу заряда определили из закона: заряд, равный единице СГСЭ заряда – такой заряд, который действует на равный ему заряд на расстоянии в 1 см силой в 1 дина. (1 см = 10^2 м, 1 дина = 10^{-5} н).

В настоящее время используют систему СИ, в которой основная электрическая величина – сила тока в 1 А (ампер).

Поскольку в СИ заряд – величина производная $q = J \cdot t = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ сек} = 1 \text{ к}$ (кулон), в законе появляется переводной коэффициент $k = 9 \cdot 10^{14} \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{к}^2}$

Однако закон дают в виде $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ т.е. заменяют k на $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ где $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{к}^2}{\text{Н} \cdot \text{М}^2}$

Такая форма дается, чтобы в уравнениях Максвелла не включать 4π

В векторном виде закон имеет вид.

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{\Delta r_{12}^3} \Delta \vec{r}_{12} \quad \Delta \vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

\vec{F}_{12} – сила с которой первый заряд действует на второй, сила с которой второй заряд действует на первый $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

Закон можно использовать для практических целей, но в познавательном аспекте надо узнать природу электричества и механизм взаимодействия зарядов. Ранее считали, что причина электрических свойств “другие тела”, потом – электрическая жидкость, сегодня ее природа неизвестна и единственно, что надежно установлено – характер изменения свойств зарядов при различных условиях. Свойства, определяющие характер изменения, такие как: аддитивность, сохранение в изолированной системе, инвариантность, квантованность – величина заряда дискретна и есть минимальный заряд $1,6 \cdot 10^{-19}$ к, независимость от скорости, невозможность существования без тела.

Что касается механизма силового взаимодействия зарядов, то в рамках классической электродинамики он тоже неизвестен. Есть две теории – дальнего действия и ближнего действия, но экспериментально их проверить невозможно.

II. 1. Модель силового электростатического поля

В модели дальнего действия единственный заряд, помещенный в какую-либо точку пространства, никак не влияет на окружающее пространство и не проявляет себя. Когда в какую-либо точку пространства помещают второй заряд, то между зарядами мгновенно возникает кулоновское взаимодействие. В арсенале науки нет приборов измеряющих мгновенно.

В модели ближнего действия единственный заряд q_i , помещенный в какую-либо точку, формирует в каждой точке окружающего пространства электрические силы, которые создают область электрических сил. Область, в которой возникли электрические силы, назвали электрическим полем. Электрическое поле – физический объект и обладает силовой характеристикой, которую назвали напряженностью электрического поля E_1 . Второй заряд q_2 , помещенный в электрическое поле первого заряда, взаимодействует с ним и возникает $F=q_2 \cdot E_1$. Так как измеренная сила подчиняется закону Кулона

$$F=q_2 \cdot E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 \cdot q_1}{r^2}$$

то $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2}$

Здесь напряженность найдена из закона Кулона и по сути равна кулоновскому взаимодействию, нормированному на единицу заряда. Чтобы доказать справедливость модели ближнего действия, надо найти способ измерения E у единственного заряда. Такого способа не найдено до сих пор.

Так как напряженность электрического поля E в модели ближнего действия совпадает с величиной кулоновского взаимодействия, нормированного на единицу заряда, то можно считать, что вокруг заряда

существует электрическое поле, а его напряженность можно измерять через кулоновское взаимодействие. При этом “измерительный” заряд не должен искажать поле “измерительного” заряда, т.е. быть по величине очень малым – его назвали пробный заряд.

Итак, помещая пробный заряд q в каждую точку области, где есть электрическое поле можно определить напряженность поля E любого заряда Q : $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$ и поскольку заряд Q по величине постоянный, то напряженность поля E в математической смысле является функцией только радиуса-вектора \vec{r} , определяющего положение точки поля, в которой измеряют напряженность E , при условии, что заряд Q находится в начале координат.

Тот факт, что напряженность поля точечного заряда Q является только функцией радиус-вектора \vec{r} , $\vec{E} = f(\vec{r})$, и существует в каждой точке области, в которой существуют электрические силы, позволяет в рамках математической модели для решения проблем, связанных с электрическими явлениями, использовать теорию математического поля (см. мат. дополнение) и ее инварианты.

Использование теории математического поля позволяет решать многие проблемы электростатики не только при использовании модели точечного заряда, но и всех других моделей заряда, более сложных, поведение которых нельзя описать законом Кулона. К таким моделям заряда относятся:

1. Объемный заряд Q_v – заряд, распределенный по объему V тела с плотностью $\rho(\vec{r}) = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$ где ΔQ – часть заряда находящаяся в части ΔV объема тела ΔV , в котором $\rho(\vec{r}) = Const$.
В математической модели $Q = \int \rho(\vec{r}) dV$
2. Поверхностный заряд Q_s – заряд, распределенный по поверхности S тела с плотностью $\delta = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$ где ΔQ – часть заряда находящаяся на ΔS части поверхности ΔS , на которой $\delta(r) = Const$

В математической модели $\delta(r) = \frac{dQ}{dS}$ а $Q_\delta = \int_S \delta(r) dS$

3. Линейный заряд Q_λ – заряд, распределенный по длинному тонкому телу длины L ; $\lambda(L) = \frac{\Delta Q}{\Delta l}$ где ΔQ – часть заряда находящаяся по части длины тела Δl на которой $\lambda = Const$

В математической модели $Q_\lambda = \int_L \lambda(r) dl$

4. Дипольный заряд (см.ниже диэлектрики).

Существует теорема Гаусса, которая гласит, что поток вектора \vec{E} через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности:

$$\oint_S E_n dS' = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum_i Q_i + \sum_k Q_{VK} + \sum_e Q_{\delta e} + \sum_m Q_{\lambda m} + \sum_p Q_{dp})$$

Поток – инвариант поля, он не зависит от системы координат.

$Q, Q_r, Q_\delta, Q_\lambda, Q_d$ – соответственно точечные объемные, поверхностные, линейные, дипольные заряды. Так как сила F подчиняется принципу суперпозиций, а E – нормированная на единицу заряда сила, то она тоже подчиняется принципу суперпозиции:

$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$ – напряженность электрического поля \vec{E} в любой точке поля равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых шестью точками шестью зарядами.

Кроме того, при решении проблем электростатики большое значение имеет симметрия зарядов (см.Мат.дополнение). Существует теорема о симметрии, которая гласит, что если система электрических зарядов обладает симметрией определенного типа, то электрическое поле, создаваемое этой системой зарядов, обладает симметрией того же типа (принцип симметрии электрического поля).

Совместное использование теоремы Гаусса, принципа суперпозиции и принципа симметрии позволяет решить любые задачи электростатики с

участием зарядов всех типов. В качестве примера приведем напряженность электрического поля:

а) однородно заряженной с плотностью σ бесконечной плоскости:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{n}, \text{ где } \vec{n} - \text{единичная нормаль к плоскости};$$

б) однородно заряженной с плотностью λ бесконечной нити

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x} \vec{n}, \text{ где } \vec{n} - \text{единичная нормаль к длине нити};$$

в) равномерно заряженной сферической поверхности радиуса R и общим

$$\text{зарядом } Q: \vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & \text{при } r < R \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r} & \text{при } r \geq R \end{cases}$$

г) внутри и вне шара радиуса R равномерно заряженного с объемной

$$\text{плотностью } \rho: \vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{\rho \vec{r}}{3\varepsilon_0} & \text{при } r \leq R \\ \frac{\rho R}{3\varepsilon_0} \left(\frac{R}{r}\right) \cdot \vec{n} & \text{где } \vec{n} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \end{cases}$$

Теорема Гаусса является интегральной в том смысле, что описывает поток напряженности E поля через поверхность, но для простых случаев (как приведенные выше) используя ее можно найти напряженность E в каждой точке поля. Для сложных случаев нахождение E в каждой точке при использовании теоремы Гаусса является трудной проблемой, часто не имеющей решения в аналитическом виде. Между тем, раз поле существует в каждой точке области существования электрических сил, то надо знать напряженность поля в каждой точке. Уравнения, позволяющие определить характеристики объектов в каждой точке области их существования, являются дифференциальными уравнениями – т.е. надо перейти к дифференциальному виду теоремы Гаусса, т.е. к дифференциальному инварианту:

Выберем такую часть объема ΔV заряженного тела, в пределах которого плотность заряда постоянна, т.е. $\rho = \text{Const}$. Тогда в этой части объема содержится заряд $\Delta Q = \rho \Delta V$. Построим поверхность вокруг этого заряда и используем теорему Гаусса: $\oint E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \Delta V$.

Разделим левую и правую часть на ΔV и совершим предельный переход:

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint E_n dS}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon_0} \rho = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

так как предел постоянной величины равен самой величине.

В “Математическом справочнике” найдем, что для произвольного вектора \bar{a} имеет место

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint a_n dS}{\Delta V} = \frac{da_x}{dx} + \frac{da_y}{dy} + \frac{da_z}{dz} = \text{div } \bar{a}$$

Используя это выражение получим для \bar{E} : $\text{div } \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Физический смысл уравнения в том, что плотность $\rho(x,y,z)$ сосредоточена в одной точке, а напряженность $\bar{E}(E_x, E_y, E_z)$ существует в окружающем эту точку пространстве. Геометрический образ представляет собой точку, в которой $\rho \neq 0$. В случае $\rho > 0$ ее называют истоком поля и от нее расходятся линии напряженности. В случае $\rho < 0$ ее называют стоком поля и к ней сходятся линии напряженности E (рис. 51).

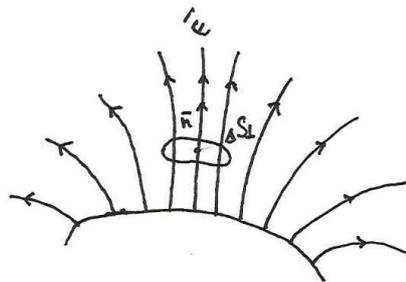


Рис. 51

П. 2. Энергетические характеристики электрического поля.

При движении заряда q в поле заряда Q под действием кулоновской силы производится работа, вычисляемая по стандартной формуле.

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F_e dl = q \int_{r_1}^{r_2} E_e dl = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Если ввести функцию $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$, то выражение для работы будет иметь вид $A_{12} = -q\Delta\varphi$ или $\frac{A_{12}}{q} = -\Delta\varphi$

φ – называют потенциал, и это функция неоднозначная, поскольку включает произвольную постоянную. Однако в физике при описании физических процессов важно знать не абсолютные значения функции, а ее изменения в результате процесса, т.е. $-\Delta\varphi$, а это величина однозначна.

$$\Delta\varphi = \varphi(r_2) - \varphi(r_1) = - \int_{r_1}^{r_2} E_e dl \quad \text{если } r_2 \rightarrow \infty \text{ то для этой точки } \varphi(r_2)=0$$

и в этом случае $\varphi(r) = \int_r^\infty E_e dl$ т.е. потенциал точечного заряда в точке r электрического поля равен работе по переносу положительного единичного электрического заряда кулоновскими силами из этой точки на бесконечность.

Единица измерения потенциала $\frac{Дж}{К} = В$ (вольт).

Работа – мера передачи энергии. Это означает, что движение заряда q происходит за счет убыли энергии поля т.е. $-dW = -q\Delta\varphi$ или $W = q\varphi = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ – электрическая энергия двух зарядов.

Если зарядов несколько, то общая энергия системы зарядов

$$W = \sum_{r \neq K} \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}}$$

Формула $\Delta\varphi = - \int_{r_1}^{r_2} E_e dl$ связывает потенциал и напряженность электрического поля, однако эта связь интегральная.

Поскольку в каждой точке поля существует E – силовая характеристика и φ – энергетическая характеристика, то должна быть связь между ними для каждой точке. И такая связь есть:

$$\vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{d\varphi}{dx} + \vec{j} \frac{d\varphi}{dy} + \vec{k} \frac{d\varphi}{dz}\right) = -\text{grad } \varphi$$

grad – градиент, дифференциальный инвариант математического поля, по сути переводит скалярную функцию (φ) в векторную функцию (\vec{E}).

П. 3. Графическое изображение поля

В теории математического поля есть объект, названный «линия поля вектора». Линия поля – это линия касательная, к каждой точке которой совпадает с направлением вектора A в этой точке.

Максвелл использовал эти объекты для графического изображения электрического поля, что позволило сделать наглядным и более простым изучение электрических явлений.

Математическое поле вектора существует “само по себе”. Для появления электрического поля нужно наличие электрического заряда, ибо без него и поля не будет, а значит электрическое поле “исходит” от заряда, то есть силовые линии начинаются и (или кончаются) на зарядах, или уходят на бесконечность (например, от одиночного заряда). Условно принято, что силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

Для одиночного заряда в силу принципа симметрии силовые линии представляют совокупность прямых, исходящих от заряда (если он положительный), или приходящих к заряду (если он отрицательный), или приходящих к заряду (если он отрицательный). Так как силовую линию можно провести через каждую точку поля, то число силовых линий не ограничено и произвольно. Однако, если задать густоту линий, нормируя их на единицу площади, через которую они проходят, то она может стать мерой напряженности поля. Так и делают: проводят столько линий, чтобы через каждую единицу площади сечения, перпендикулярного к линиям, проходило число линий, равное численному значению напряженности поля $E = \frac{\Delta N}{\Delta S}$ (рис. 51). Т.о. при графическом изображении поля густота силовых линий отображает величину напряженности поля. Это позволяет использовать “метод сеток” Максвелла для построения полей, создаваемых системой зарядов (рис. 52).

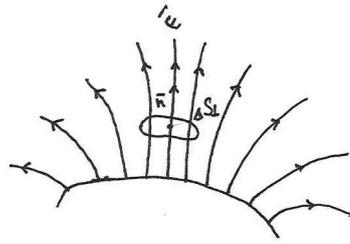


Рис. 51

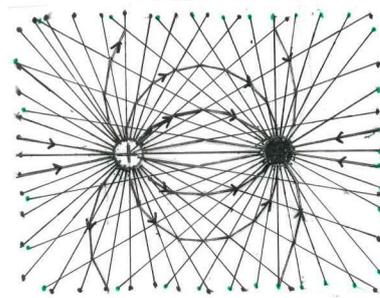


Рис. 52

Например, возьмем два одинаковых по величине и разных по знаку заряда.

Поле каждого заряда изображается совокупностью прямых исходящих или входящих в заряд и равномерно распределенных по направлениям (в силу принципа симметрии и изотропности пространства, окружающего заряд). Пересечение силовых линий одиночных зарядов в пространстве образует сетку четырехугольных ячеек, в месте каждого пересечения “работают” принципы суперпозиций напряженностей, т.е. в каждой ячейке одна диагональ пропорциональна геометрической сумме напряженностей, а другая - их разности. Таким образом, вдоль диагоналей направлена суммарная напряженность.

При этом получают ломанные кривые, которые при увеличении числа линий переходят в плавные линии. Так как в каждой точке такой линии имеет место суммарная напряженность (т.е. принцип суперпозиций уже использован), то силовые линии никогда не пересекутся.

Пересечение силовых линий означает, что в одной точке пространства есть два направления поля, что невозможно.

Если есть несколько зарядов, то сначала вычерчивают поле двух зарядов, потом суммируют полученное поле с полем третьего и т.д.

Картина силовых линий качественно показывает конфигурацию поля, что для решений многих задач достаточно.

Электрическое поле обладает силовой характеристикой – напряженностью и энергетическим потенциалом, и поэтому графическое изображение поля должно включать и наглядный образ потенциала.

В качестве наглядного образа энергетической характеристики поля используют эквипотенциальные поверхности, т.е. поверхность объединяющих точек равного потенциала. Эта поверхность всегда направлена перпендикулярно к направлению силовых линий и поэтому, при движении заряда по этой поверхности, работы не производится. На плоскости эквипотенциальные поверхности переходят в линии равного потенциала. Их строят, выбрав в качестве интервала между ними $\Delta\varphi$.

Т.о. графическое изображение поля включает изображения зарядов, силовых линий поля и линий равного потенциала. На рис.53 показано графическое изображение поля двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов.

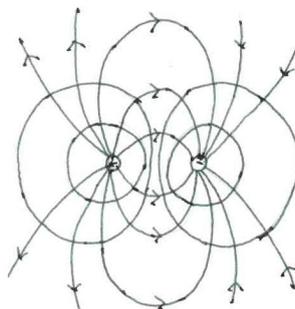


Рис. 53

П. 4. Модель проводника и диэлектрика в электростатике.

Было рассмотрено поведение зарядов в вакууме. Теперь рассмотрим поведение зарядов в веществах.

Опыты показали, что все вещества можно разделить на два вида: вещества, внутри которых E всегда равна нулю и вещества, внутри которых E – отлична от нуля. Первые назвали – проводниками, вторые – диэлектриками. Чтобы объяснить подобное поведение, надо обратиться к микроскопическим моделям. Все вещества состоят из атомов, атом состоит из положительно

заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов, движущихся вокруг него. В простейшей модели электроны вращаются по замкнутым круговым орбитам. В классической модели вращение электрона по замкнутой орбите происходит за счет кулоновского взаимодействия между электронами и ядром.

Электроны, расположенные на самой нижней (первой) орбите испытывают максимальное притяжение, по мере увеличения номера орбиты притяжение уменьшается за счет увеличения расстояния и эффекта “экранирования” заряда – если между электронами, находящимися на нижней орбите и ядром никаких других тел нет, то между электроном, находящимся на более высокой орбите и ядром, находятся электроны, находящиеся на более нижних орбитах, уменьшающие величину взаимодействия. Уменьшение взаимодействия понижает абсолютную величину потенциальной энергии (по закону она отрицательная). До тех, пор пока потенциальная энергия превышает кинетическую энергию электрона, он “привязан” к орбите, когда кинетическая энергия превышает потенциальную, он покидает орбиту и свободно движется по всему объему тела, испытывая соударения с различными атомами. Покинуть тело он не может, поскольку при выходе из тела он уносит отрицательный заряд, при этом нейтральное тело приобретает положительный заряд, и возникшее притяжение “затаскивает” заряд обратно в тело.

Итак, в проводнике имеются свободные электроны, несущие заряды (свободные заряды); в диэлектриках электроны связаны (связанные заряды). Если проводник внести в электрическое поле, то на свободные электроны действует сила $F=e \cdot E$, и электроны будут двигаться, вдоль силовой линии, приближаясь к поверхности, ближайшей к положительному полюсу источника поля, при этом на дальней поверхности образуется положительный заряд. Между этими зарядами возникает свое внутреннее электрическое поле, противоположное по направлению к направлению внешнего поля. В силу принципа суперпозиции суммарное поле:

$\vec{E} = \vec{E}^{\text{внеш}} + \vec{E}^{\text{внут}}$. Движение электронов имеет место до тех пор, пока эти напряженности не станут равными, при этом поле $E = 0$. Это индуцированное электричество.

Если $E = 0$, то $\varphi = \text{Const}$ внутри проводника на его поверхности. Поскольку поверхность проводника эквипотенциальная, то силовые линии расположены перпендикулярно поверхности проводника.

Если проводник зарядить, т.е. поместить в него определенное количество зарядов, то из-за кулоновского взаимодействия эти заряды «сползут» на поверхность и не внесут никакого вклада в поле внутри проводника. Поэтому $E = 0$; $\varphi = \text{Const}$; $\vec{E} \perp \vec{n}$ останутся. Однако наличие зарядов в проводниках приводит к новым свойствам проводника, в частности, если проводник имеет заряды q_1, q_2, q_3, \dots и соответственно потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ то $\frac{q}{\varphi} = \text{Const}$ для каждого проводника, причем величина константы зависит только от геометрической форма проводника, т.е. является его индивидуальной характеристикой. Эта величина называется электроемкостью уединенного проводника, поскольку предполагается, что вблизи него никаких других проводников нет. Единица измерений $\frac{К}{В} = \text{фарада}$ ф, т.к. фарада – очень большая величина, то используем 10^{-6}ф ; 10^{-9}ф ; 10^{-12}ф .

Если вблизи заряженного проводника находятся другие проводники, то из-за электростатической индукции на них произойдет перераспределение зарядов и возникнут потенциалы, при этом произойдет перераспределение зарядов и на самом заряженном проводнике. В результате потенциал заряженного проводника будет суммой потенциалов перераспределившихся зарядов этого проводника и зарядов, индуцированных на соседних проводниках. В этом случае нахождение емкости проводника или системы проводников может стать трудно решаемой задачей.

Однако, если проводник или систему проводников заключить в металлическую оболочку, то никакие заряды, находящиеся вне оболочки, не

будут влиять на распределение зарядов проводников, находящиеся внутри оболочки (это явление называется электростатической защитой).

Существует техническое устройство, называемое конденсатор. В общем случае оно представляет собой, два проводника, разделенные диэлектрическим промежутком. Эти проводники как система также обладают емкостью, только в это случае емкость определяют:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между проводниками. Заряд конденсатора Q – абсолютная величина равных по величине и противоположных по знаку зарядов на каждом из проводников. Формула справедлива только для изолированных проводников. Чтобы их изолировать надо поместить их металлическую оболочку. Технически это можно реализовать в шаровом и в бесконечном цилиндрическом конденсаторах.

Если из проводников нельзя построить замкнутой системы, то независимость от окружающих тел можно получить при использовании конструкции, в которой размеры проводников будут велики по сравнению с расстоянием между ними, например, если взять две плоскости с площадями S – каждая и расстоянием между ними d при условии $\sqrt{S} \gg d$ Такой конденсатор служит для накопления энергии электрического поля в локальном объеме. Например, в плоском конденсаторе на единицу объема полости приходится энергия $W = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

Перейдем к рассмотрению поведения диэлектриков. Диэлектрик – среда, в которой находятся связанные заряды, т.е. электроны, вращающиеся вокруг своих атомов. Под воздействием электрического поля связанные заряды не покидают своих мест, уходя в движение по всему объему диэлектрика, а только смещаются в новые положения равновесия. Для количественных расчетов надо сконструировать удобную характеристику. Связанный заряд имеет величину q ; и находится в положении, определяемом

радиус-вектором \vec{r}_i . Тогда для системы связанных зарядов в качестве удобной характеристики берут комбинацию $\vec{P} = \sum_i q_i \vec{r}_i$

Вектор \vec{P} называют вектором электрического момента. При этом условие $\sum_i q_i = 0$ сохраняется. Величина \vec{P} зависит от объема диэлектрика, а объем - геометрический фактор. Чтобы исключить его из электрического момента, его нормируют на величину объема ΔV . Новая величина $\vec{P} = \frac{\sum q_i \vec{r}_i}{\Delta V}$ носит название вектора поляризации.

Самая простая модель: два точечных одинаковых по величине и противоположных по знаку заряда $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии l друг от друга – ее назвали диполь. При помещении в электрическое поле диполь располагается вдоль него путем вращения вокруг центра. Вращательное движение характеризует момент. Момент диполя $\vec{P} = q \cdot \vec{l}$ и направлен от положительного к отрицательному заряду.

Диэлектрические свойства очень многих веществ можно описать с использованием дипольной модели. В этом случае все связанные заряды разбиваются на диполи. В случае использования дипольной модели вектор поляризации $\vec{P} = \frac{\sum_i q_i \vec{l}_i}{\Delta V}$

Пусть прямоугольный брусок из диэлектрика, описываемый дипольной моделью, помещен в электрическое поле (рис. 54). Дипольные моменты, имеющие хаотические направления без поля, в электрическом поле упорядочиваются и располагаются вдоль поля. При этом противоположные заряды соседних диполей в толще вещества компенсируют друг друга и только на поверхностях бруска остаются поверхностные некомпенсированные заряды. Между этими зарядами возникает внутреннее электрическое поле, которое уменьшает напряженность внешнего поля, но не может скомпенсировать его. В таких условиях весь брусок по сути становится диполем с дипольным моментом $\vec{P} = Q \cdot \vec{l}$ и вектором поляризации абсолютное значение которого $P = \frac{P_g}{\Delta V} = \frac{Q \cdot l}{Sl} = \frac{Q}{S} = \sigma$

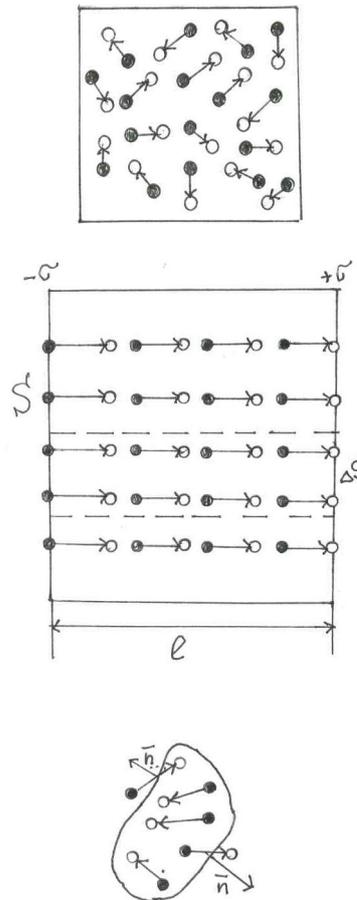


Рис. 54

Заряд – скалярная величина, вектор поляризации – величина векторная. Чтобы “сохранить” в этом выражении скалярность заряда, надо площадь поверхности представить вектором \vec{S} , тогда их скалярное произведение и “сохранит” скалярность Q . $Q = (\vec{P} \cdot \vec{S}) = |\vec{P}| |\vec{S}| \cos \alpha$, где α – угол между направлением \vec{P} и нормалью к поверхности (направление \vec{S}). В Общем случае неоднородного распределения $Q = -\oint_S P_n dS$; S - замкнутая поверхность, если эта поверхность “разрушает” диполи, то внутри поверхности остаются “отрезанные заряды”, поверхность имеет нормаль, направленную наружу от поверхности, а дипольный момент направлен от отрицательного заряда к положительному. Поэтому если внутри поверхности остался положительный заряд, то угол между \vec{P} и \vec{n} больше $\frac{\pi}{2}$, а значит $\cos \alpha < 0$, если внутри остался

отрицательный заряд, то $\alpha < \frac{\pi}{2}$ и $\cos \alpha > 0$. Таким образом, в первом случае за счет $\cos \alpha < 0$, а во втором за счет $q < 0$, вектор имеет знак минус.

Теперь обратимся к теореме Гаусса. С учетом наличия связанных зарядов $\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} (Q_{\text{своб}} - Q_{\text{связ}})$ или $\oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} (Q_{\text{своб}} - \oint_S P_n dS)$

Опыт показал, что $P = \epsilon_0 \alpha E$ где α – диэлектрическая восприимчивость. Таким образом, теорема Гаусса по сути представляет сложное интегральное уравнение, в котором и слева и справа имеет место напряженность электрического поля. Перенесем члены, зависящие от напряженности E в левую часть $\oint_S (\epsilon_0 E_n + P_n) dS = Q_{\text{своб}}$

Введем вектор $\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$ – вектор электрического смещения или вектор электрической индукции. Тогда теорема Гаусса будет иметь вид $\oint_S D_n dS = Q_{\text{своб}}; \bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \epsilon_0 \alpha \bar{E} = \epsilon_0 (1 + \alpha) \bar{E} = \epsilon_0 \epsilon \bar{E};$
 $\epsilon = (1 + \alpha)$ – диэлектрическая проницаемость среды.

Эта величина фигурирует в законе Кулона для зарядов, находящихся в диэлектрической среде с проницаемостью ϵ

Если F сила в вакууме, а $F_{\text{ср}}$ сила в среде то $\epsilon = \frac{F_{\text{вак}}}{F_{\text{ср}}}$.

Физический смысл диэлектрической проницаемости – величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия больше в вакууме, чем в данной среде; для вакуума $\epsilon = 1$.

Итак, в теореме Гаусса для произвольной среды используют вектор D как в интегральной форме $\oint D_n dS = Q_{\text{своб}}$ так и в дифференциальной $\text{div } \bar{D} = \rho_{\text{своб}}$

Вектор \bar{D} состоит из двух совершенно разнородных величин – силовой характеристики поля \bar{E} и поляризации \bar{P} . Однако введение этого вектора позволяет использовать теорему Гаусса в различных средах.

§. 2. Постоянный ток.

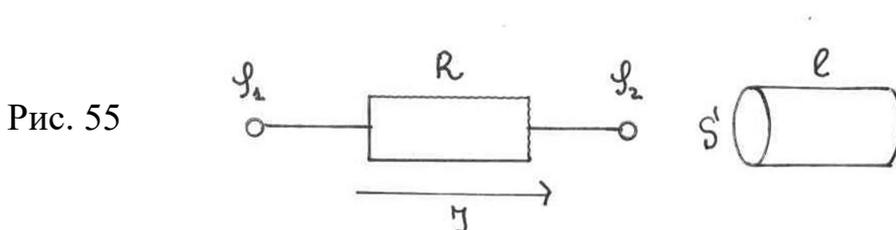
В проводнике $E=0$ и $\varphi = Const$, а внутри проводника свободные заряды совершают хаотическое движение. Если провести произвольное сечение проводника, то за любой интервал времени число зарядов, прошедших через сечение слева направо и справа налево будет одинаково, а среднее количество зарядов равно нулю. Если создать на концах проводника разные потенциалы, то внутри проводника возникает электрическое поле, которое приведет к упорядочению движения свободных зарядов.

Упорядоченное движение зарядов в проводниках назвали электрическим током. При этом постановили, что направление тока совпадает с движением положительных зарядов, т.е. ток течет от большего потенциала к меньшему. Движение зарядов характеризуют двумя величинами скалярной и векторной: Скалярная – сила тока $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, где ΔQ – количество заряда, прошедшее через сечение проводника за время Δt .

В СИ сила тока – основная величина, единица измерений 1 А (ампер). Определяют ее как эталонную, через магнитное взаимодействие токов (см. далее). Основной закон постоянного тока – феноменологический закон Ома:

для однородного участка цепи $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ где φ_1 и φ_2 – потенциалы начала и конца участка соответственно, R – сопротивление участка цепи – величина, зависящая от геометрии цепи и вещества проводника.

Так для проводника цилиндрической формы с площадью основания S и длиной l $R = \frac{\rho l}{S}$, где ρ – удельное сопротивление, зависит только от вещества проводника. Единицы измерения сопротивления $\frac{В}{А} = Ом$, единица измерений удельного сопротивления: (рис. 55).



Теперь обратимся к векторной характеристике тока – плотности тока.

Выберем произвольное сечение S' , через которое проходит ток $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$.

Сечение, перпендикулярное к направлению тока $S_{\perp} = S \cdot \cos \alpha$, где α – угол между нормалью к S' и направлением тока (рис. 56).

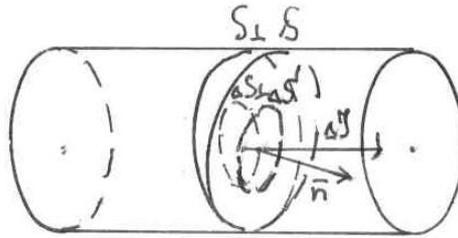


Рис. 56

Выберем часть ΔS такую, в пределах которой имеет место однородное распределение части тока ΔJ . Тогда по определению плотность тока $\vec{j} = \frac{\Delta J}{\Delta S_{\perp}}$ или

в математической модели $\vec{j} = \frac{dJ}{dS_{\perp}}$ откуда следует, если величинам $dJ = \vec{j} dS_{\perp} = \vec{j} dS \cos \alpha$, если величинам \vec{j} и dS задать векторное представление, то $dJ = (\vec{j} \cdot d\vec{S}) = j_n dS$, а $J = \int J_n dS$

Таким образом, введение вектора плотности тока позволяет использовать аппарат математического поля.

В рамках полевого представления сила тока есть поток вектора плотности тока через произвольное сечение – инвариант поля.

Используя плотность тока, можно получить уравнение электрического тока в дифференциальной форме, т.е. уравнение, устанавливающее связь между величинами, относящихся к одной точке: $\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \lambda \vec{E}$, где λ – удельная проводимость, единица измерения сименс (см).

С прохождением тока непрерывно связано выделение тепла Q в цепи тока: $P = J^2 \cdot R$, где P – мощность тока единица измерений $\frac{дж}{сек} = \text{Вт}$ (ватт).

В дифференциальной форме $q = \frac{P}{V} = \frac{j^2}{\lambda} = \lambda E = (\vec{j} \cdot \vec{E})$

Как создать цепь постоянного тока? Если взять два заряженных разными зарядами проводника и соединить их проводником, то положительные заряды за счет кулоновского взаимодействия начнут двигаться к отрицательно заряженному проводнику и достигнув его, остановятся, так как теперь кулоновское взаимодействие отталкивает их от положительно заряженного проводника. Чтобы ток шел непрерывно, надо чтобы заряды двигались по замкнутой цепи, т.е. достигнув отрицательного проводника, далее двигались к положительно заряженному проводнику. Это будет возможно, если создать между проводниками еще одно поле, напряженность которого будет больше поля кулоновского взаимодействия и которое будет направлено противоположно кулоновскому полю. Это поле называют полем сторонних сил (рис. 57).

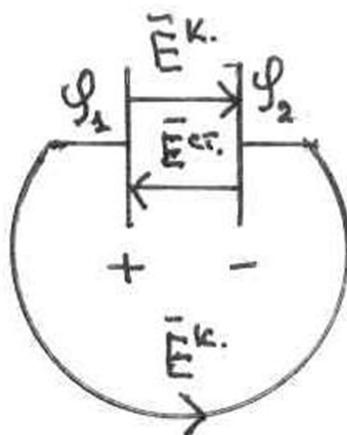


Рис. 57

Сторонние силы имеют различную природу, только не кулоновскую. При движении в поле сторонних сил производится работа сторонних сил. Если заряд провести по замкнутой цепи, то работа кулоновских сил будет равна нулю (как потенциальных) и останется только работа сторонних сил. Отношение работы сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда к величине этого заряда называют электродвижущей силой (э.д.с.). Эта величина и является характеристикой источника тока в цепях постоянного тока.

Рассмотрим часть цепи (неоднородная цепь) (рис.58). Если бы \mathcal{E} не было, то тогда, согласно закону Ома, $IR = \varphi_1 - \varphi_2$ т.е. проходя от точки 1 до точки 2, заряд совершает работу за счет кулоновских сил. Если в цепь поставить источник тока, то при прохождении заряда будет совершена еще работа сторонних сил, и в этом случае закон Ома (для неоднородной цепи) имеет вид $IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$ где $\varphi_1 - \varphi_2$ – работа кулоновских сил. \mathcal{E} – работа сторонних сил.

Сумма этих работ называется напряжением. То есть, в законе Ома для однородной цепи можно использовать и термин “разность потенциалов” и термин “напряжение”.

В дифференциальной форме это уравнение имеет вид $\vec{j} = \lambda(\vec{E}^k + \vec{E}^{cm})$.

Следствиями закона сохранения электрического заряда и закона Ома являются правила Кирхгофа, которые используют для расчетов электрических цепей.

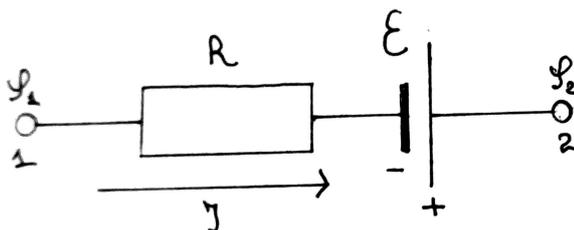


Рис. 58

§. 3. Магнитное поле и явления, связанные с ним.

Раньше электрических явлений люди наблюдали магнитные явления, находя “естественные магниты” – например, магнетит, и даже использовали их в качестве магнитной стрелки – основной детали компаса. Тело, обладающее магнитными свойствами, называли постоянными магнитами. Позднее было обнаружено магнитное взаимодействие магнита с проводником, по которому шел электрический ток, а также магнитное

взаимодействие проводников между собой, когда по ним шли электрические токи.

Итак, было три вида магнитных явлений:

Взаимодействие постоянных магнитов.

Взаимодействие постоянного магнита с проводником с током.

Взаимодействие проводников с током.

а) Взаимодействие постоянных магнитов. Автором закона взаимодействия магнитных полюсов считают Кулона (открыл закон в 1785 г, хотя первым установил этот закон Дж. Майчем (в 1750 г). В качестве магнитов Кулон использовал тонкие стальные намагниченные проволоки длиной 68 см. В проволоке есть две небольшие области, которые по сравнению с другими частями проволоки наиболее интенсивно взаимодействуют с аналогичными областями другой проволоки. Эти области находились на расстоянии 1.5 см от концов магнита. Они и были названы магнитными полюсами (или зарядами): северным (положительным) и южным (отрицательным). Отметим, что термин “полюса магнита” был придуман задолго до открытия закона, еще в 1269 году.

В той системе единиц измерений, которая использовалась Кулоном, закон имеет вид: $F = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ где r -выражено в см, F -в динах (рис. 59).

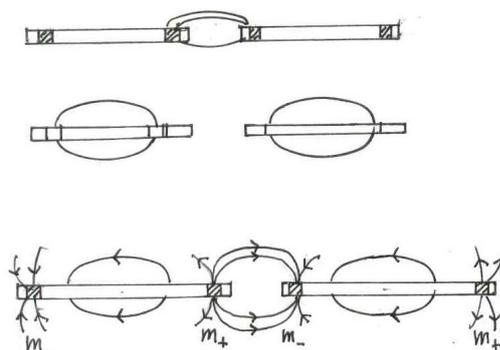


Рис. 59

В качестве механизма взаимодействия использовалась модель “близкодействия”. Согласно этой модели, вокруг каждого магнитного полюса есть область, в каждой точке которой существует магнитная сила,

характеризуемая вектором \vec{H} . Тогда магнитный полюс m_2 взаимодействует с этим полем с силой $F = m_2 \cdot H(1)$ а полюс m_1 создает в точке, в которой расположен полюс m_2 поле $H = \frac{m_1}{r^2}$

Исторически сложилась так, что во времена Кулона силовую характеристику поля называли напряженностью магнитного поля (H). Сегодня эту характеристику называют магнитной индукцией (B), а напряженность магнитного поля сегодня называют характеристикой поля, образованного токами проводимости (см. далее), поэтому сегодня (1) имеет вид $F = m_2 \cdot B$, где B – индукция магнитного поля первого магнита, т.е. $B = \frac{m_1}{r^2}$.

б) Взаимодействие магнита и тока На основе измерений, сделанных Био-Саваром, Лаплас теоретически дал форму закона взаимодействия магнитного полюса m с куском проводника, длиной dl , когда по нему шел электрический ток силой J . В рамках модели “близкодействия” вокруг проводника с током образуется магнитное поле. Тогда магнитный полюс m взаимодействует с полем $d\vec{B}$, созданного элементами тока Jdl (рис. 60) силой dF по закону $dF = \frac{mJ \sin(J,r)dl}{r^2} = m \cdot dB$

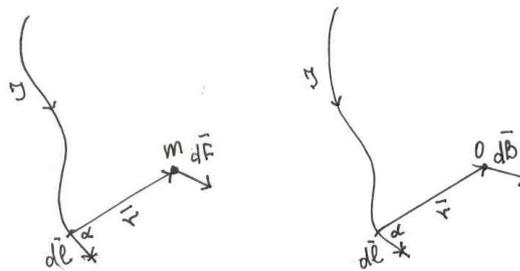


Рис. 60

Таким образом, в месте нахождения магнитного полюса m элемент тока Jdl создает магнитное поле с индукцией $d\vec{B} = \frac{J \cdot dl \cdot \sin(l,r)}{r^2}$. Поскольку сегодня используют систему измерений СИ, в формулу надо ввести коэффициент, записываемый как $K = \frac{\mu_0}{4\pi}$. Кроме того, магнитная индукция – B – имеет направление. С учетом этих факторов, современный вид закона Био-Савара: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} J \frac{[\vec{dl} \cdot \vec{r}]}{r^3}$.

Чтобы учесть индукцию магнитного поля в заданной точке от всего провода, надо использовать принципы суперпозиции $\vec{B} = \int d\vec{B}$

Таким образом, сегодня закон Био-Савара используют для определения магнитной индукции от элемента тока, хотя изначально его использовали для нахождения силы взаимодействия тока с магнитным полюсом.

Итак, изначально закон Био-Савара-Лапласа устанавливал силу dF действующую на полюс m . Рассмотрим теперь dF_m , с которой полюс m действует на элемент тока Jdl . По закону действия и противодействия $dF_m = -dF$. Индукция поля, возбужденная полюсом m на расстоянии r от него, $B = \frac{m}{r^2}$ (см. выше). Т.е. в законе Био-Савара, вместо $\frac{m}{r^2}$ надо поставить B : $dF = B \cdot J \cdot dl \cdot \sin(\lambda)$ В векторном виде $d\vec{F} = J[d\vec{l} \cdot \vec{B}]$ – это выражение называют формулой Ампера. Она устанавливает величину силы, с которой магнитное поле с индукцией B действует на проводник с током I длины dl (рис. 61).

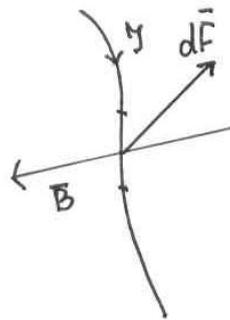


Рис. 61

Формулу Ампера используют для определения магнитной индукции $B = \frac{F_{max}}{J \cdot dl} \frac{H}{A \cdot M}$ тесла (Тл). F_{max} – максимальная сила при $\lambda = 90^\circ$, λ – угол между $d\vec{l}$ и \vec{B}

Направление силы $d\vec{F}$ в формуле Ампера и $d\vec{B}$ в законе Био-Савара находят, используя правило нахождения направления вектора, являющегося векторным произведением векторов. Исторически им предшествовали правила левой руки и правой руки.

в) Взаимодействие токов. Для произвольно направленных проводников с током сила взаимодействия их элементов выражается формулой

$F_{12} = \frac{\mu_0 J_1 J_2 [dl_2 [dl_1 \cdot R_{12}]]}{4\pi R_{12}^3}$, где J_1, J_2 – токи первого и второго проводников, dl_1 и dl_2 – их длины, R_{12} – радиус-вектор проведенный от элемента dl_1 , к элементу dl_2 (рис. 62).

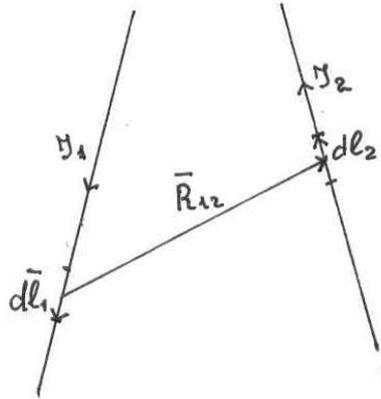


Рис. 62

Закон взаимодействия токов используют для определения основной электрической величины СИ – силы тока: Для случая двух бесконечных параллельных проводников, по которым текут токи I_1 и I_2 , из общей формулы найдено, что на каждую единицу длины проводника приходится сила притяжения (токи текут в одну сторону) $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$ где d – расстояние между токами.

Единицу силы тока в 1 А определяют так: ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длины 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ н.

Итак, изначально в законах, связанных с магнитным взаимодействием, участвовали магнитные полюса, при этом природа их была неизвестна. Особенность магнитных полюсов в том, что они не существуют самостоятельно – только в парах. Каждый магнит имеет два полюса – “северный” и “южный”, если разрезать его на части, то каждая его часть будет иметь два полюса, и так до тех пор, пока магнитные свойства (у малых

частей) не пропадут. Такое поведение привело к взгляду на полюса, как на связанные заряды.

В электростатике для характеристики связанных зарядов существует модель “электрический диполь” $\vec{p} = q \cdot \vec{e}$ и вектор поляризации \vec{P} . По аналогии ввели магнитный диполь с магнитным моментом $P_m = m\lambda$ и вектор намагниченности $I = \frac{\sum_i P_{m_i}}{\Delta V} = \frac{\sum_i m_i \lambda_i}{\Delta V}$ (рис. 63).

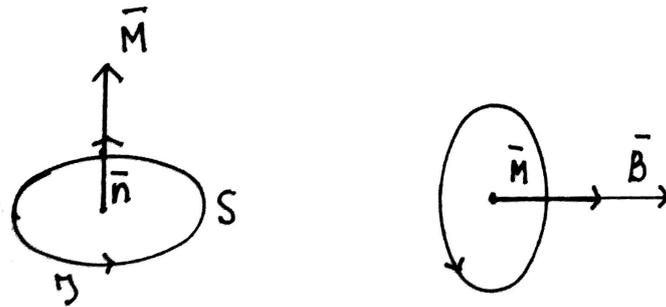


Рис .63

Ампер доказал теорему об эквивалентности магнитных моментов магнитного диполя и кругового тока.

Магнитный момент кругового тока $\vec{M} = J \cdot S \cdot \vec{n} = J \cdot \vec{S}$, где J – сила тока в контуре, S – площадь контура, n – нормаль к плоскости, в которой расположен контур. Вектор намагниченности может быть выражен как:

$$I = \frac{\sum P_{m_i}}{\Delta V} = \frac{\sum m_i \lambda_i}{\Delta V} = \frac{\sum J_i S_i}{\Delta V}$$

По аналогии с силовыми линиями электрического поля вводят силовые линии магнитного поля – линии магнитной индукции, касательные к которым в каждой точке поля совпадают с направлением вектора магнитной индукции. Отличие силовых линий электростатики от линий магнитостатики в том, что они замкнуты. Поля с замкнутыми силовыми линиями называются вихревыми.

Замкнутость силовых линий связана с тем фактором, что магнитных зарядов в природе не существует – магнитное поле создают замкнутые электрические токи. Материальная вещественная среда (тело) состоит из нейтральных молекул (газы, жидкости) или из закрепленных в узлах кристаллических решеток ионов или просто находящихся в определенных

местах ионов (аморфный магнетик). В такой среде средняя плотность тока равна нулю и макроскопического переноса зарядов там нет, однако на микроскопическом уровне имеют место замкнутые токи, образованные движением электронов внутри отдельных молекул и ионов. Движение электронов соответствует определенному распределению токов – эти токи назвали молекулярными. В не намагниченных магнитах они распределены хаотично и магнитных полей нет; при намагничивании молекулярные токи упорядочиваются, и возникает магнитное поле этих токов.

Магнитное поле, как и электростатическое, должно описываться инвариантами поля и они ими описывается. Существует теорема Гаусса для магнитного поля, использующая инвариант – поток вектора и теорема о циркуляции магнитного поля.

Теорема Гаусса для магнитного поля: поток вектора магнитной индукции \vec{B} через любую замкнутую поверхность равен нулю: (интегральная форма) $\oint_S B_n dS = 0$

В дифференциальной форма $\operatorname{div} \vec{B} = 0$.

Теорема о циркуляции: циркуляция вектора магнитной индукции по любому замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме сил токов, пересекающих поверхность S ограниченную этим контуром:

$$\oint_L B_e dl = \mu_0 \sum_i J_i$$

Чтобы получить дифференциальную форму проведем следующие операции. Пусть ток I течет по толстому проводнику. Проведем внутри проводника контур L , который ограничивает поверхность ΔS . Площадь ΔS выберем такой, что в ее пределах плотность тока j будет постоянной $\oint B_e dl = \mu_0 j \Delta S$. Разделим на ΔS левую и правую части уравнения и сделаем предельный переход $\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint B_e dl}{\Delta S} = \lim \mu_0 \vec{J} = \mu_0 \vec{J}$.

Посмотрим в справочнике величину, стоящую справа. В справочнике найдем, что вектор, длина которого равна данному пределу, а направление совпадает с направлением вектора плотности тока \vec{j} , называют ротором вектора \vec{B} .

Таким образом, $rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$ – это и есть дифференциальная форма Теоремы о циркуляции.

В компонентах ротора это выражение имеет вид:

$$\begin{aligned} rot &= \vec{i} \cdot rot B_x + \vec{j} \cdot rot B_y + \vec{k} \cdot rot B_z = \\ &= \vec{i} \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

В краткой форме $rot\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Теорема о циркуляции дана с учетом только тока проводимости ($J_{пр}$). В общем случае надо учитывать и молекулярные токи $J_{мол}$, т.е.

$$\oint B_e \cdot dl = \mu_0(J_{пр} + J_{мол})$$

Теоретически рассчитано и опытно подтверждено, что при учете молекулярных токов теорема о циркуляции принимает форму

$$\oint \left(\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \vec{I} \right) dl = J_{пр}$$

где I -вектор намагничивания

Если ввести вектор $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \vec{I}$ то имеем $\oint H_e dl = J_{пр}$. Вектор \vec{H}

назвали напряженностью магнитного поля.

Отсюда $\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{I}$ таким образом, вектор \vec{H} – характеризует магнитное поле, образованное токами проводимости; вектор I – характеризует магнитное поле, образованное молекулярными токами. Вектор \vec{B} – характеризует суммарное магнитное поле.

В изотропной среде вектор намагниченности пропорционален вектору напряженности магнитного поля $I = \mu_0 \chi H$ где χ – безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества.

Таким образом, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}$ где $\mu = 1 + \chi$ магнитная проницаемость.

Все вещества в отношении их магнитных свойств делятся на диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики (рис. 64).

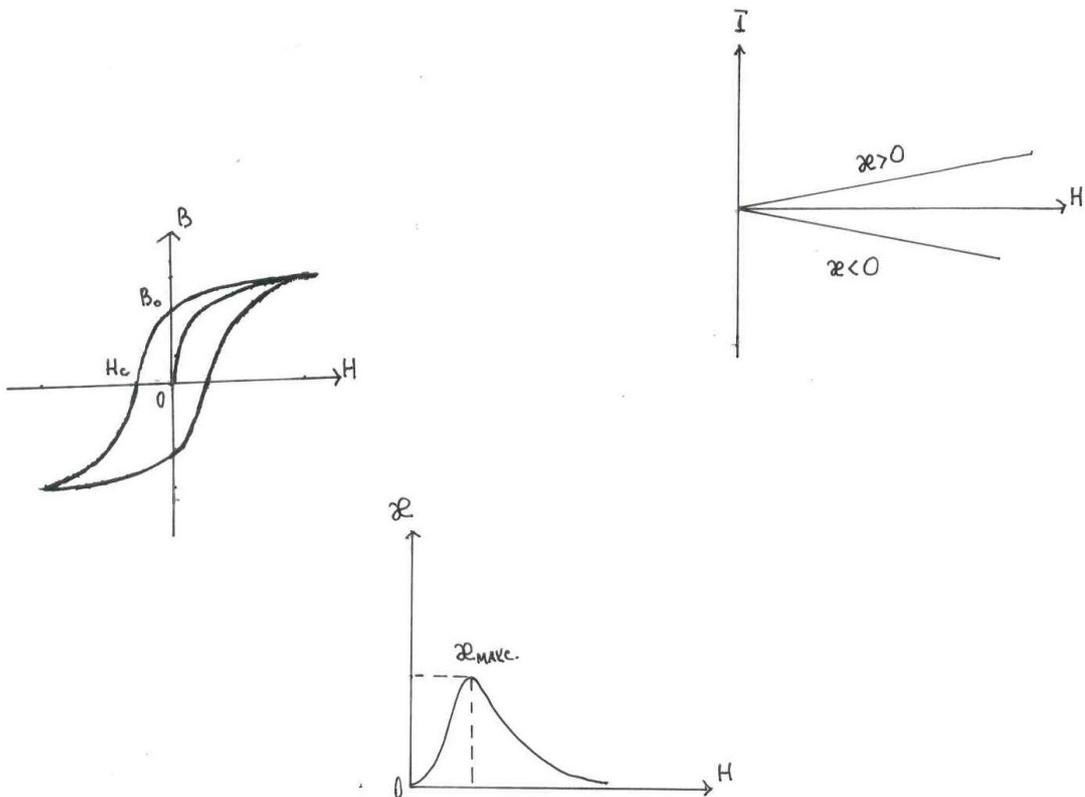


Рис. 64

Диамагнетики – вещества, имеющие $\mu < 1$ ($\chi < 0$) слабомагнитные вещества.

Парамагнетики – вещества, имеющие $\mu > 1$ ($\chi > 0$) слабомагнитные вещества.

Ферромагнетики – вещества, имеющие проницаемость, зависящую от величины напряженности магнитного поля.

Сильномагнитные вещества μ достигает 10^6 .

Особенностью ферромагнетиков является самопроизвольное возникновение намагниченных областей (доменов) и нелинейная зависимость намагниченности от напряженности магнитного поля. Зависимость намагниченности от величины напряженности магнитного поля называют гистерезисом.

Формула Ампера определяет силу, действующую на проводник с током в магнитном поле. Ток – это направленное движение электрических зарядов, т.е. движущиеся заряды, а значит и действует на каждый отдельный заряд. Эту силу, действующую на движущийся заряд в магнитном поле, назвали силой Лоренца $\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$, где \vec{v} – скорость заряда, величины q . \vec{B} – индукция магнитного поля.

$|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$, направление \vec{F} определяется правилом векторного произведения.

§. 4. Электромагнитная индукция.

Сила Лоренца, по сути, является фундаментальной силой, причиной многих явлений. Одно из них рассмотрим. Металлическая палка, длиной l , движется со скоростью \vec{v} в магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленном под углом α к нормали плоскости, в которой движется палка (рис. 65).

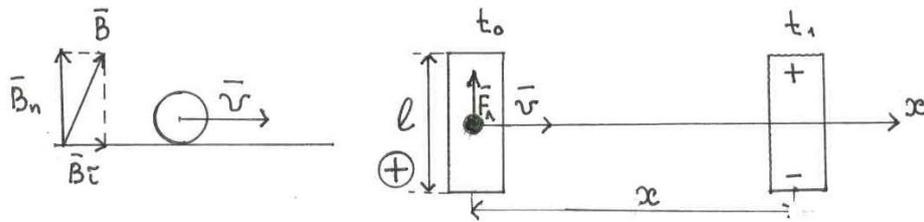


Рис. 65

Если палка находится в покое, то средняя скорость теплового движения свободных зарядов находящихся в ней равна нулю.

Если палка движется со скоростью \bar{v} , то у каждого свободного заряда появляется составляющая скорости вдоль направления движения палки, равная скорости палки. Тогда на свободные заряды будут действовать сила Лоренца $\bar{F} = q[\bar{v} \cdot \bar{B}]$ $|F| = qvB \sin(\bar{v}, \bar{B}) = qvB_n$, где \bar{B}_n – нормальная составляющая B .

Под действием силы Лоренца свободные заряды движутся вверх и вдоль палки возникает разделение зарядов сверху - избыток положительных, внизу – отрицательных. При этом, поскольку заряд проходит расстояние под действием силы Лоренца, то производится работа за счет не кулоновских сил – сторонних сил. Нормированная на единицу заряда работа сторонних сил $\frac{A_{\text{стор}}}{q}$ по определению является электродвижущей силой \mathcal{E} .

Если считать, что заряды проходят путь, равный длине палки l , то

$$\mathcal{E} = vB \cdot l$$

Явление возникновения электродвижущей силы при движении проводника в магнитном поле назвали электромагнитной индукцией. Если ввести ось Ox вдоль направления движения, то скорость палки $v = \frac{dx}{dt}$.

$$\text{Тогда } \mathcal{E} = \frac{dx}{dt} \cdot B_n \cdot l$$

Так как B_n и l - величины постоянные, внесем их од знак производной

$$\mathcal{E} = \frac{d(x \cdot l) \cdot B_n}{dt} = \frac{dB_n \cdot S}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}, \text{ где } \Phi = B_n S = B_n B S \cos \alpha = (\bar{B} \cdot \bar{S}) - \text{поток магнитной}$$

индукции. Единица измерения потока: $tlm^2 = \text{Вебер (ВБ)}$

$S = x \cdot l$ – площадь - проходимая палкой в процессе движения, ее называют “заметенная площадь”.

Если палку положить на проводники и замкнуть их, чтобы проводники и палка образовали замкнутую цепь, то по этой цепи при движении палки и возникновении э.д.с., пойдет ток – его назвали индукционным. Индукционный ток образует магнитное поле индукционного тока.

Если палка движется влево, то направление поля индукционного тока внутри замкнутой цепи противоположно внешнему полю, если движение палки справа налево, то направление обоих полей совпадают (рис. 66).

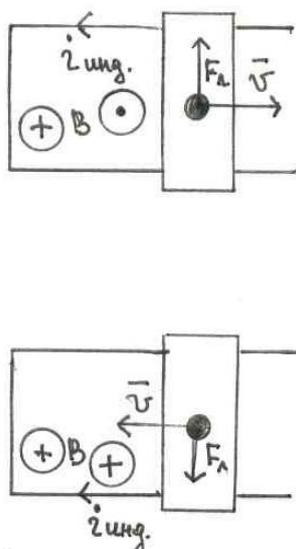


Рис. 66

В первом случае за счет увеличения площади цепи магнитный поток должен увеличиваться, но его увеличению мешает возникший магнитный поток индукционного тока, так как магнитное поле индукционного тока имеет направление, противоположное направлению внешнего поля.

Во втором случае за счет уменьшения площади цепи магнитный поток должен уменьшаться, его уменьшению мешает возникший магнитный поток индукционного тока, так как направление его магнитного поля совпадает с направлением внешнего поля.

Таким образом, индукционный ток всегда имеет такое направление, что созданный им магнитный поток уменьшает изменение потока, вызвавшего этот ток. Данное правило назвали правилом Ленца. Правило формализовано законом “минус” в законе Фарадея для замкнутых проводников: $\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$

В магнитный поток входят площадь, косинус угла, и магнитная индукция. Магнитная индукция, согласно закону Био-Савара, пропорциональна величине тока, остальные величины геометрические. Таким образом, магнитный поток Φ можно представить в виде $\Phi = I \cdot L$, где I – сила тока, L – коэффициент, зависящий от геометрии объекта. L – получила название индуктивность. Единица измерения L – $\frac{ВБ}{А}$ (генри).

Закон Фарадея с использованием индуктивности имеет вид

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dIL}{dt} = -(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt})$$

Второй член в этом выражении отличен от нуля только при изменении геометрии объекта во времени, если цепь не изменяет форму, то остается только первый член $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$

Итак, Лоренцева сила является причиной э.д.с., т.е. работы сторонних сил. Но Лоренцева сила – сила магнитная, а работа магнитной силы всегда равна нулю.

Дело в том, что при выводе формулы для э.д.с. было задано условие, что проводник движется со скоростью v . Но индукционный ток создают заряды, которые движутся вдоль проводника, и на эти заряды начинает действовать сила Лоренца, направленная против движения проводника, что вызывает его торможение. Таким образом, при движении проводника возникают две силы Лоренца: одна – за счет движения палки со скоростью v , другая – за счет движения зарядов вдоль палки (рис. 67), т.е. полная работа складывается из механической работы $A_{мех}$ и электрической работы $A_{эл}$ (генерирование эдс), при этом полная работа силы Лоренца $A_{мех} + A_{эл} = 0$ как и положено для магнитной силы.

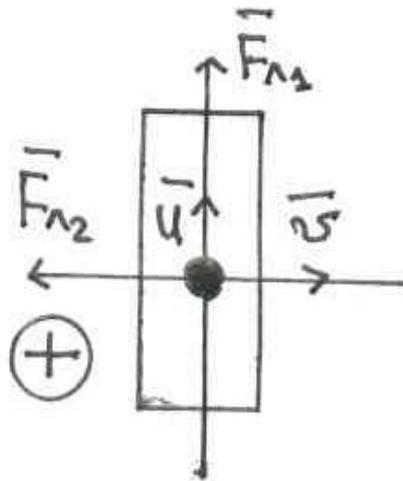


Рис. 67

Чтобы проводник в магнитном поле двигался со скоростью u , надо приложить внешнюю силу, компенсирующую торможение за счет силы Лоренца, т.е. совершить работу внешних электрических сил, например, подать напряжение от внешней сети в электрическую дрель и сверло завертится.

Чтобы в проводнике возникла э.д.с. надо скомпенсировать механическую работу силы Лоренца, за счет внешней механической работы, например, подать поток воды в гидротурбину. То есть, на принципе работы силы Лоренца устроены конструкции электродвигателей и электрогенераторов, причем каждая такая конструкция может работать и электродвигателем, и электрогенератором, в зависимости от того, какая часть работы силы Лоренца будет компенсироваться внешними силами.

§. 5. Переменный ток.

Пусть рамка с током находится в магнитном поле и вращается за счет внешних сил. Тогда механическая работа внешних сил будет компенсировать механическую работу силы Лоренца и в рамке возникнет э.д.с. индукции

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \cdot \sin(\omega t + \alpha) \quad (\text{рис. 68}),$$

если взять n -витков, то магнитный поток увеличится в n -раз и $\varepsilon = B \cdot n \cdot \omega S \sin(\omega t + \alpha) = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \alpha)$, где $\varepsilon_0 = n\omega B \cdot S$ – амплитуда э.л.с. индукции. Потребление электроэнергии

имеет место обычно в местах, отдаленных от места ее производства и при этом передать электроэнергию до места потребления надо с минимальными потерями и искажениями.

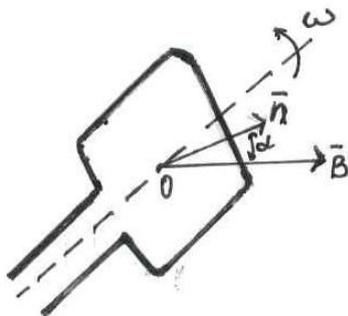


Рис. 68

Рассмотрим идеальный случай – передачу энергии без потерь и искажений. Пусть в месте производства генератор выдает в момент времени t_A напряжение $U_A = U_0 \sin \omega t_A$. Если потерь и искажений нет, то через время перехода $t_{\Pi} = \frac{x}{V}$, где x - длина линии передачи, V – скорость распространения сигнала. Пришедший в место потребления сигнал должен иметь тот же самый вид $U = U_A = U_0 \sin \omega t_A$, где $t_A = t - t_{\Pi}$. Таким образом, в момент времени прихода сигнала в место потребления $U = U_0 \sin \omega(t - t_{\Pi})$, так как $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T – период тока, то $\frac{\omega x}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{v}$, $v \cdot T = \lambda$, где λ – длина волны напряжения, и выражение для тока $I = \frac{U_0}{R} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$

Таким образом, переменный ток зависит от двух параметров; времени и расстояния. Зависимость тока от двух параметров затруднит расчеты, но если выполнено условие $\frac{2\pi x}{\lambda} \ll 1$, то вкладом в фазу волны от x можно пренебречь и в этом случае ток $I = I_0 \sin \omega t$ – зависит только от одного параметра – времени.

Такие токи называют квазистационарными. Так, промышленный ток имеет частоту $\mu = 50$ гц и период $T = 2 \cdot 10^{-2}$ сек. Скорость распространения сигнала (электрического поля) равна $U = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$. Поэтому длина волны переменного промышленного тока $\lambda \approx 6 \cdot 10^6 \text{ м}$ – сравнима с радиусом

Земли. Поэтому в широкой области расстояний от места производства до места потребления промышленный ток можно считать квазистационарным. Такие токи для каждого момента времени можно рассчитывать как постоянные. Однако есть существенное различие между постоянными и переменными квазистационарными токами. Линии постоянного тока содержат только сопротивление. Линии переменного тока обладают емкостными и индуктивными свойствами. При этом для различных целей в линии переменного тока специально помещают конденсаторы и катушки индуктивности. Такие линии замыкают на источники питания (генератор переменного напряжения) и получают замкнутые контуры, область использования которых чрезвычайно большая.

За счет емкостных и индуктивных свойств, в линиях возникает сдвиг фаз между током и напряжением. В линиях квазистационарных токов закон Ома выполняется, но форма его (конкретный вид функциональной связи между током и напряжением) зависит от конструкции конкретной цепи.

Самая простая цепь, содержащая полный набор элементов, называется последовательный электрический контур (рис. 69). В этом контуре проходит один ток, одинаковый по всей цепи. Расчеты показывают, что при подаче в такой контур напряжения $U = U_0 \sin \omega t$ в контуре возникает ток

$$J = J_0 \sin(\omega t - \varphi) \text{ где } J_0 = \frac{U_0}{\sqrt{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}} \varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

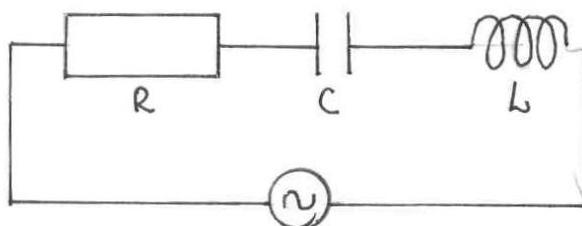


Рис. 69

При прохождении переменного тока сдвиг фаз между током и напряжением образуется за счет элементов цепи – емкости и индуктивности (на сопротивлении R сдвига фаз нет). Физическая причина возникновения сдвига фаз на этих элементах цепи – наличие двух электрических полей при

прохождении тока: одного поля на элементах цепи (конденсатора или катушку индуктивности) другого поля от внешнего напряжения.

Емкость и индуктивность создают в цепи сопротивления: емкостное $Z_c = \frac{1}{\omega C}$ и индуктивное $Z_c = \omega L$, где C – величина емкости, L – величина индуктивности. Эти сопротивления называли реактивными, так как, в отличие от сопротивления активного (сопротивление R), на них нет выделения теплоты – они создают только сдвиг фаз, но не диссипируют энергию в окружающее пространство в отличие от активного сопротивления, которое не приводит к сдвигу фаз, но диссипирует электрическую энергию в форме теплоты в окружающее пространство.

Сдвиг по фазе влияет на энергию, выделяющуюся в цепи; мгновенная мощность постоянного тока равна произведению силы тока на напряжение. В случае переменного тока мгновенная мощность $P = \frac{1}{2} J_0 U_0 \cos \varphi$ где J_0 и U_0 – амплитуды тока и напряжения, φ – сдвиг фаз.

Принято мощность переменного тока выражать с использованием действующих эффективных значений тока и напряжения, равных соответственно:

$$J_{\text{эфф}} = \frac{J_0}{\sqrt{2}} \quad U_{\text{эфф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad \text{В этом случае } P = J_{\text{эфф}} \cdot U_{\text{эфф}} \cdot \cos \varphi$$

На приборах, потребляющих промышленный ток, указывают именно действующие значения. Так, напряжение электрической сети, питающей различные бытовые конструкции, 220 В – это действующее значение, т.е. амплитуда данного напряжения 380 В.

§. 6. Уравнение Максвелла.

Итак, при движении металлического проводника по замкнутой цепи в магнитном поле возникает э.д.с. индукции.

$$\varepsilon = \oint_L E_e dl = - \frac{d}{dt} \oint B_n dS'$$

Контур интегрирования L совпадает с контуром цепи, а площадь S – площадь под контуром L , сила Лоренца, связанная с магнитным полем, создает э.д.с. индукции, связанную с электрическим полем. Если проводник оставить в фиксированном месте и сделать поле переменным, то полная производная $\frac{dB}{dt}$ перейдет в частную производную $\frac{\partial B}{\partial t}$ и уравнение примет вид $\oint_L E_e dl = - \oint_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS'$ которое можно интерпретировать так: изменение магнитного поля, проходящего через контур, приводит к возбуждению магнитного поля в контуре. Другими словами, электрическое поле может возбуждаться не только электрическими зарядами но и изменением магнитного поля. Как ранее указывалось, истинные уравнения поля должны быть уравнениями дифференциальными

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

Это уравнение означает, что в каждой точке, где имеет место изменение магнитного поля, возникает вихревое электрическое поле. При этом никаких проводников и других материальных объектов не надо. Поле может возникать и в проводниках и диэлектриках и в вакууме, т.е. в любом месте, где есть изменяющееся магнитное поле. Разница в том, что если магнитное поле возбуждается в замкнутом проводнике, то возникает электрический ток, а если в вакууме, то только переменное электрическое поле.

Но если переменное магнитное поле приводит к появлению электрического поля, то и переменное электрическое поле приводит к появлению магнитного поля.

Гипотезу о возбуждении магнитного поля переменным электрическим полем выдвинул Максвелл. При подаче на обкладки конденсатора переменного напряжения, между ними возникает переменное электрическое поле. Согласно гипотезе Максвелла, в смежных точках пространства возникает переменное магнитное поле. Поскольку между обкладками существует только диэлектрическая среда, характеризующаяся вектором

электрического смещения D , то появление переменного магнитного поля может быть обусловлено только изменением вектора \bar{D} со временем, т.е. $\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$.

Эту величину Максвелл назвал плотностью тока смещения $\bar{j}_{cm} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$

Таким образом, в цепи переменного напряжения в тех местах, где есть токи проводимости (провода контура), возникает магнитное поле за счет этих токов в тех местах, где нет токов проводимости (между обкладками конденсатора) магнитное поле возбуждается токами смещения. Общее выражение имеет вид: $\oint_L H_e dl = \int j_n dS + \int \frac{\partial D_n}{\partial t} dS$ или в дифференциальной

форме $rot \bar{H} = \bar{j}_{пров} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$

Для статических полей имеет место

$$div \bar{D} = \rho_{св}$$

$$div \bar{B} = 0$$

Для динамических полей

$$rot \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

$$rot \bar{H} = \bar{j}_{пров} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$$

Между векторами, входящими в уравнение существуют связи:

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \bar{E}; \bar{B} = \mu_0 \mu \bar{H}, \bar{j} = \frac{1}{\rho} (\bar{E}^{кул} + \bar{E}^{стор})$$

Их называют материальные уравнения.

Электромагнитное поле может возбуждаться в различных средах, на границах которых возможно скачкообразное изменение свойств среды, что отражается на уравнениях; конкретно, надо уравнение Максвелла дополнить граничными условиями: для нормальных и тангенциальных составляющих

$$B_{2n} - B_{1n} = 0 \quad E_{2t} - E_{1t} = 0$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma \quad H_{2t} - H_{1t} = 0$$

σ -плотность поверхностных зарядов

Последнее уравнение справедливо при условии равенства нулю поверхностных токов проводимости. Кроме этих граничных условий, надо учитывать стандартные граничные условия, т.е. заданные значения некоторых векторов поля на границах рассматриваемой области пространства. Форма этих граничных условий зависит от конкретных условий задачи. Также необходимо задать начальные условия (для $t=0$)

При соблюдении указанных условий система уравнений Максвелла будет полной системой, позволяющей определить параметры электромагнитного поля в заданных точках пространства и в любой момент времени. Эта система является системой аксиоматической, т.е. системой, из которой можно получить все свойства поля, и которая является фундаментом объяснения любого явления, связанного с электромагнитными полями. Физический смысл и графический образ уравнений Максвелла см. на рис. 70

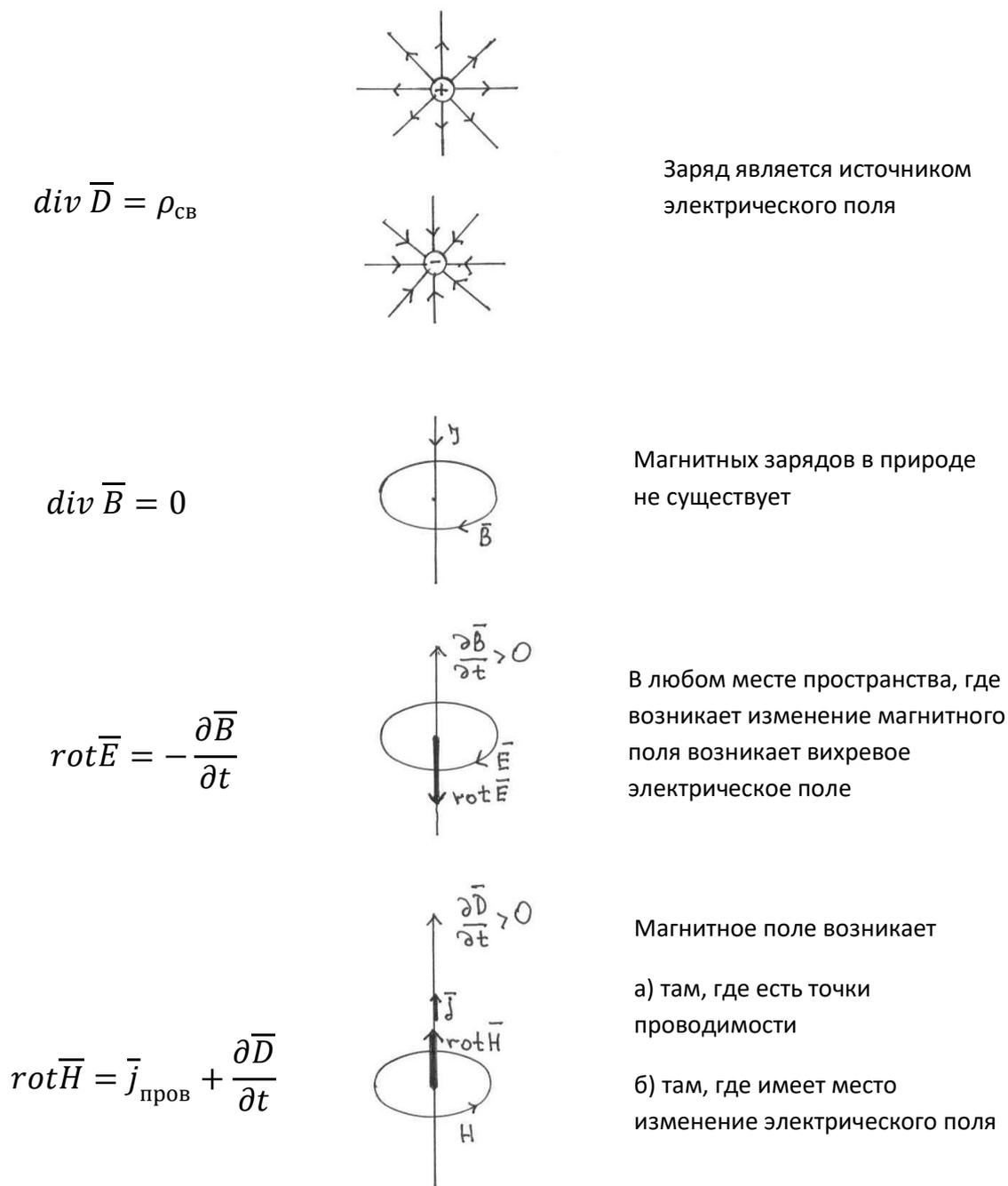


Рис. 70

Пусть имеется неограниченная непроводящая однородная среда, в которой диэлектрическая проницаемость (ϵ) и магнитная проницаемость (μ) постоянны, и свободные заряды отсутствуют ($\rho=0$). В данных условиях уравнения Максвелла имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \bar{D} &= 0 & \operatorname{div} \bar{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \bar{H} &= \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

Математические преобразования приводят к уравнениям:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \right) - \frac{\epsilon \mu}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) - \frac{\epsilon \mu}{c} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

Если поле меняется только вдоль одного направления, например, вдоль оси OX, то уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\epsilon \mu}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{\epsilon \mu}{c} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

Решение этих уравнений

$$\begin{aligned} E &= E_m \sin(\omega t - kx) \\ H &= H_m \sin(\omega t - kx) \end{aligned}$$

Это плоские волны распространяющиеся со скоростью

$$U = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \text{ где } C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}; K = \frac{2\pi}{\lambda} - \text{волновой вектор}$$

Графический образ электромагнитной волны показан на рис. 71. Волновой процесс всегда связан с переносом энергии. Мгновенное значение плотности энергии электромагнитного поля.

$$\omega_{\text{эл/м}} = \omega_{\text{эл}} + \omega_{\text{м}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \sqrt{\mu_0 \mu \epsilon_0 \epsilon} \cdot E \cdot H$$

Плотность потока энергии волны $\bar{U} = [\bar{E} \cdot \bar{H}] = \omega_{\text{эм}} \cdot \bar{v}$

– вектор Умова-Пойнтинга

Средняя за период плотность потока энергии (интенсивность) волны

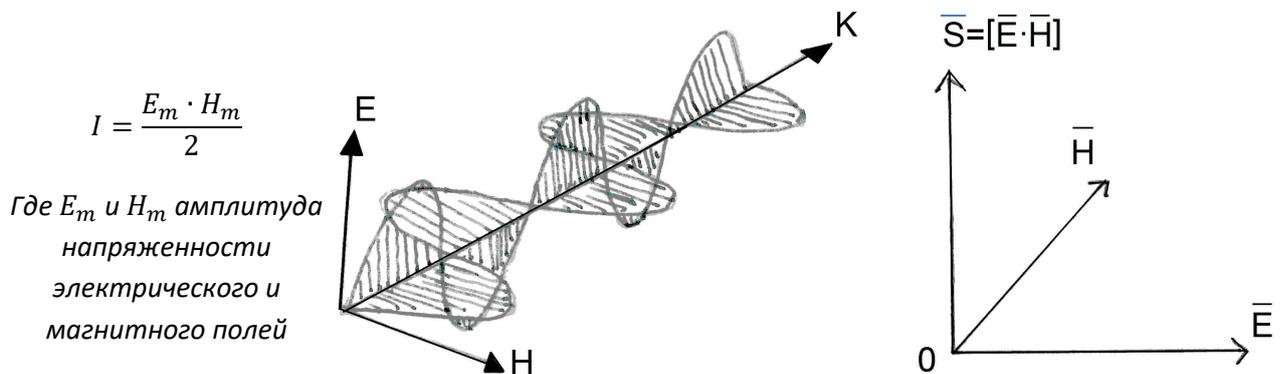


Рис. 71

Если взять два прямых проводника и поместить между ними источник синусоидального напряжения, то в проводниках возникнет переменный ток, т.е. возникнет синусоидальное движение зарядов около положения равновесия.

Когда напряжения нет, нет тока и заряды распределены по всему объему проводника равномерно. Когда возникает напряжение, то под действием возникшего электрического поля, происходит сдвиг (для положительного напряжения) зарядов: у верхнего проводника заряды отходят от границы, у нижнего – приходят. Таким образом, у верхней границы возникает отрицательный заряд, а у нижней – положительный. Между ними возникают силовые линии, концы которых закреплены на зарядах, а сами линии начинают распространяться в пространстве со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/сек. Одновременно появляются магнитные силовые линии. Когда синусоидальное напряжение проходит через ноль, заряды возвращаются в положение равновесия, проводник в этот момент нейтральный и силовым линиям не на чем закрепляться. И они смыкаются, образуя свободные замкнутые силовые электрические линии, окруженные магнитными силовыми линиями – свободное электромагнитное поле – самостоятельный объект, распространяющийся в пространстве со скоростью c . Пройдя через ноль синусоидальное напряжение меняет полярность, а возникшие силовые линии тоже изменяют направление образования свободных электромагнитных волн повторяются (рис. 72).

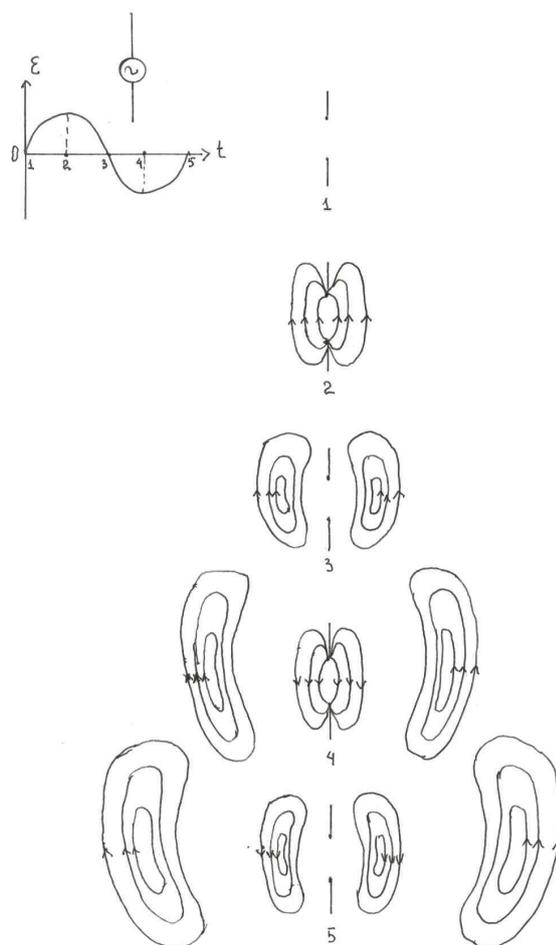


Рис. 72

Экспериментально была доказана конечность скорости распространения электромагнитных возмущений, что доказало несостоятельность теории дальнего действия. Итак, электрический заряд возбуждает электромагнитное поле, которое является носителем электромагнитной энергии и определенного количества движения (электромагнитного импульса).

Итак, электромагнитное поле является материальной средой, т.е. объективной реальностью, и характеризуется физическими параметрами (измеримыми величинами). Источниками электромагнитного поля могут быть любые переменные токи, переменные поля, ускоренное движение заряженных частиц. До открытия электромагнитных волн считали, что материя существует только в форме вещества. Поэтому массу считали мерой

материи. Оказалось, что понятие материи более широкое: так, электромагнитная материя не имеет массы.

§. 7. Электромагнитные волны

Электромагнитные волны классифицируют по длине (частоте). Спектр электромагнитных волн содержит несколько диапазонов, причем, волны каждого диапазона получают специфическим для этого диапазона источником.

Название диапазона	Интервал длин волн (А)	Источники излучения
Радиоволны	$10^{15}-10^{16}$	Генераторы радиочастот, СВЧ
Инфракрасное излучение	10^6-10^4	Излучение атомов при тепловых и электрических взаимодействиях
Видимое излучение	10^4	
Ультрафиолетовое излучение	10^3-10^2	Излучение атомов при воздействии ускоренных электронов
Рентгеновское излучение	10^2-10^{-1}	Атомные процессы при воздействии ускоренных заряженных частиц
Гамма - излучение	$10^{-1}-10^{-5}$	Ядерные процессы, радиоактивный распад, космические процессы

На характер распространения электромагнитных волн влияет среда, в которой происходит распространение волн. Из-за влияния среды электромагнитные волны могут испытывать преломление, отражение,

дисперсию, дифракцию, интерференцию, поляризацию и другие явления, свойственные волнам любой природы. Их можно непосредственно наблюдать для волн видимого диапазона, где они получили название оптических.

Глава VII. ОПТИКА.

§. 1. Энергетические и волновые величины в оптике.

Оптика – часть электродинамики, в которой изучаются электромагнитные явления в диапазоне электромагнитных волн, ограниченном, с одной стороны, рентгеновским лучом, с другой - микроволновым излучением. Этот диапазон назван оптическим, и в него входят ультрафиолетовая, видимая, инфракрасная части спектра электромагнитных волн.

Наиболее наглядной является область видимого диапазона (3800-7800), именно благодаря электромагнитным волнам видимого диапазона человек наблюдает окружающий его материальный мир.

Электромагнитные волны видимого диапазона называются световыми или просто светом. Человеческое зрение не реагирует на магнитную составляющую электромагнитной волны и не воспринимает напряженность электрического поля E электромагнитной волны, поскольку при частотах этих волн человек может воспринимать только среднее значение, а из-за гармоничности формы волны оно равно нулю. Глаз воспринимает такую функцию напряженности, которая отлична от нуля, а ей соответствует физическая величина, которая пропорциональна квадрату напряженности электрического поля. В оптике существует несколько таких величин, одна из них – сила света, является основной величиной в системе СИ. Единица силы света в СИ – Кандела (кд). Определяют ее с помощью эталона. Прежде чем им дать определение единицы силы света, рассмотрим особенности физических величин видимого диапазона.

Регистрация светового излучения проходит как с помощью приборов, так и с помощью глаз. Каждый прибор имеет технические характеристики, которые определяют диапазон частот, интенсивностей, температуры, давлений, в пределах которых можно вести измерения.

Показания физических приборов, принципы действия которых основаны на физических законах, не зависят от зрительных ощущений наблюдателя, и объективны, если прибор исправлен и выполнены все требования “Инструкции по эксплуатации”.

Величины, регистрируемые приборами, называют энергетическими.

Человеческий глаз также реагирует на световые величины, но ощущения, вызываемые светом, зависят от особенностей восприятия света глазом, т.е. от конструкции глаза как оптического прибора. А она такова, что глаз обладает разной чувствительностью по отношению к длине волны электромагнитного излучения. Максимальная чувствительность имеет место при $\lambda=555$ нм, а к краям видимого диапазона уменьшается. Величины, регистрируемые зрением, называют фотометрическими или световыми.

Таким образом, в видимом диапазоне оптического излучения существуют два типа величин, связанные между собой:

а) Энергетические фотометрические величины – их фундамент поток излучения, физический смысл которого – мощность, переносимая электромагнитным излучением, а сами величины описывают пространственное распределение потока (по площади или/и телесному углу). В математической модели они описываются производными от потока по площади и/или телесному углу.

б) Световые величины – аналогичны соответствующим энергетическим величинам с учетом спектральной чувствительности средне адаптированного глаза.

Рассмотрим подробнее эти величины, начнем с энергетических. Излучение электромагнитной энергии (w) происходит с поверхности ($d\sigma$) тел, в течение определенного интервала времени (t), в определенном направлении

(θ) , и распространяется в пределах определенного телесного угла ($d\Omega$) и зависит от частоты (ν) (рис. 73).

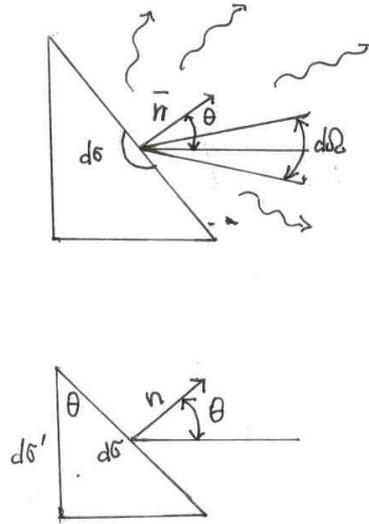


Рис. 73

Таким образом, общая энергия излучения w зависит от параметров σ , t , θ , Ω , ν

Единица измерения w – дж. Нормируя w по отдельным параметрам (от которых она зависит) и получают различные энергетические величины. При этом, в качестве нормирующих величин берут элементарные величины. Определения всех энергетических величин основаны на мощности излучения, нормированной по времени энергии: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ где Δt – элементарный интервал времени, в пределах которого энергия излучения постоянна. Единица измерения P -ватт (Вт) = $\frac{\text{дж}}{\text{сек}}$.

При расчетах (в математической модели) используют предельные значения $P = \frac{dW}{dt}$

Нормирование мощности на частоте (длине волны) дает физическую величину P_λ – спектральную плотность мощности измерения

$$P_\lambda = \frac{\Delta P}{\Delta \lambda} \quad (P_\lambda = \frac{dP}{d\lambda})$$

где ΔP – мощность, приходящая на интервал длин волн $\Delta \lambda$

Единица измерений P_λ – $\frac{\text{Вт}}{\text{м}}$.

Все энергетические и световые величины могут быть нормированы по частоте ($\Delta\nu$) и длине волн ($\Delta\lambda$). В этом случае они сохраняют свои названия, но добавляются термин спектральные.

Нормирование мощности на элемент телесного угла $\Delta\Omega$ дает величину, называемую энергетической силой излучения $I = \frac{\Delta P}{\Delta\Omega}$ ($I = \frac{dP}{d\Omega}$)

$$\text{Единица измерений } I = \frac{\text{Вт}}{\text{ср}} \text{ (ср – стерадиан)}$$

Если нормировать на элемент телесного угла спектральную плотность излучения P_λ , то получим величину – спектральную плотность энергетической силы излучения.

$$I_\lambda = \frac{\Delta P_\lambda}{\Delta\Omega} \text{ Единица измерений } I_\lambda = \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{ср}}$$

Ранее было сказано, что излучение с поверхности тела происходит по различным направлениям, характеризуемым углом θ между нормалью \vec{n} к элементу поверхности $\Delta\sigma$, направлением излучения. Берут $\Delta\sigma$ на поверхность, перпендикулярную направлению распространения излучения: $\Delta\sigma_\perp = \Delta\sigma \cdot \cos\theta$

Энергетическая сила излучения ΔI , нормированная на единицу площади плоскости $\Delta\sigma_\perp$ - физическая величина, называемая энергетической яркостью поверхности в точке элемента $\Delta\sigma$

$$L = \frac{\Delta I}{\Delta\sigma_\perp} = \frac{\Delta I}{\Delta S \cdot \cos\theta} = \frac{\Delta P}{\Delta\Omega \Delta\sigma \cdot \cos\theta}$$

Мощность излучения с элемента поверхности $\Delta\sigma$ по всем направлениям, отнесенная к площади этого элемента, называется энергетической светимостью $M = \frac{\Delta P}{\Delta\sigma}$.

$$\text{Единица измерения } \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Все рассмотренные величины относились к процессу излучения электромагнитных волн с поверхности тел. Однако излучение падает на поверхности, а значит должна быть величина, характеризующая процесс поглощения излучения. Такая величина носит название энергетическая

освещенность (E). Она равна отношению мощности излучения ΔP , падающего на элемент поверхности, к площади $\Delta\sigma$: $E = \frac{\Delta P}{\Delta\sigma}$

$$\text{Единица измерения } \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

П. 1. Световые фотометрические величины

Основной величиной в этом случае является сила света. Единица измерения силы света – 1 кандела – является основной единицей в СИ. Названия фотометрических величин обычно получают из названий энергетических величин заменой слова “излучение” на слово “свет”, отбрасыванием слова “энергетический” и задавая индекс V . Таким образом, для каждой фотометрической величины есть аналогичная энергетическая. Их свойства аналогичны.

Так, сила света, обозначаемая I_v (единица измерений кандела, кд); ее энергетический аналог – энергетическая сила излучения I .

Используя силу света, получают все другие световые величины.

Световой поток: $\Delta\Phi = I_v \cdot \Delta\Omega$ Единица измерений Люмен (ЛМ)

Аналог светового потока, мощность излучения (только обычно его обозначают не P_v , а Φ_v).

Яркость: $L_v = \frac{\Delta I_v}{\Delta\sigma_1}$ Единица измерений $\frac{\text{кд}}{\text{м}^2}$

Освещенность: $E_v = \frac{\Delta P_v}{\Delta\sigma}$ Единица измерений люкс (лк) $\frac{\text{ЛМ}}{\text{м}^2}$

Между фотометрическими и энергетическими величинами существует функциональная связь. Итак, если зафиксировать мощность излучения, то максимально ярким источник будет смотреться при длине волны $\lambda=555$ нм (зеленый свет).

Связь спектральной плотности светового потока и спектральной мощности P_λ при одинаковом зрительном ощущении на различных длин волн. Это связь количественно определяется величиной $V(\lambda) = \frac{\Phi_v(\lambda)}{P_\lambda}$ называемой спектральной световой эффективностью.

Среднестатистическая кривая $V(\lambda)$, полученная в результате измерений с большим числом людей с нормальным зрением.

Обычно пользуются относительной спектральной световой эффективностью $K(\lambda) = \frac{V(\lambda)}{v(555 \text{ нм})}$. Кривая $K(\lambda)$ показана на рис. 74.

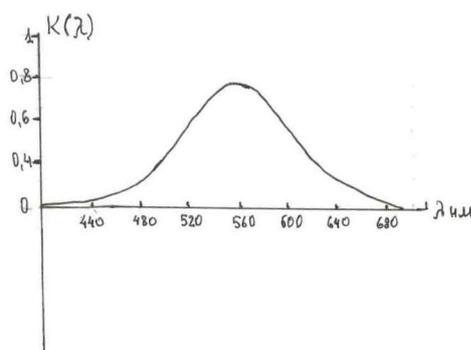


Рис. 74

Таким образом, связь спектральной плотности светового потока со спектральной мощностью излучения имеет вид

$$\Phi_v = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \Phi_v(\lambda) d\lambda = v(555 \text{ нм}) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K(\lambda) P_\lambda d\lambda$$

Применение этой формулы к излучению эталона для канделы дало:

Кандела – единица СИ силы света, определяется как сила света, испускаемого с площади $\frac{1}{6000000} \text{ м}^2$ сечения полного излучателя в перпендикулярном к этому сечению направлении при температуре излучателя, равной температуре затвердевания платины (2042к) и давлении 101325 Па.

§. 2. Оптические модели.

В оптике существуют три модели: геометрическая, волновая и корпускулярная.

Модель геометрической оптики используют представление о распространяющихся независимо друг от друга световых лучах,

преломляющихся и отражающихся на границах сред с разными оптическими свойствами и прямолинейных в оптически однородной среде (рис.75).

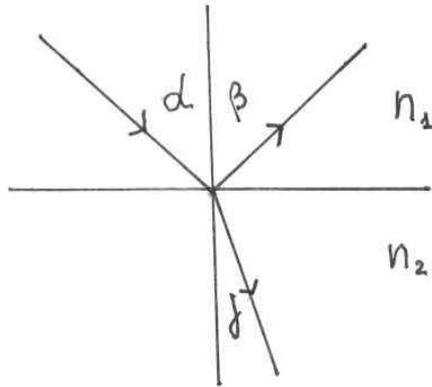


Рис. 75

Световой луч – линия, вдоль которой распространяется поток энергии, испущенный в определенном направлении источником света.

Область пространства, в которой распространится луч, называют средой.

Геометрическая оптика является частным случаем волновой оптики (по сути, переход от волновой к геометрической оптике состоит в переходе $\lambda \rightarrow 0$).

Для однородных сред, имеющих общие границы, существует феноменологический закон, который, по сути, представляет собой закон сохранения: $n \cdot \sin A = \text{Const}$

Падающий луч и нормаль к плоскости образует угол падения, т.е. $A = \alpha$. Отраженный луч и нормаль к плоскости образует угол отражения $A = \beta$. Преломленный луч и нормаль к плоскости образуют угол преломления $A = \gamma$. n_1 – показатель первой среды, n_2 – показатель преломления второй среды.

Таким образом, согласно закону $n_1 \sin \alpha = n_1 \sin \beta$ и $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma$ или $\alpha = \beta$ – угол падения равен углу отражения.

$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ называют относительным показателем преломления.

Другой закон сформулировал Ньютон: падающий, отраженный и преломленный лучи лежат в плоскости падения.

П. 1. Волновая модель

Математическим фундаментом модели волновой оптики является аксиоматика Максвелла. Используя аксиоматику, можно количественно описать любое оптическое явление. Чтобы теоретически рассчитать оптические величины, надо знать величину напряженности электрического поля электромагнитной волны E . Уравнения Максвелла дают точное значение E , но расчеты связаны с большими трудностями, возникающими при решении уравнений со сложными условиями. Поэтому аналитические решения возможны для небольшого числа относительно простых условий, а для остальных используют числовые или приближенные методы.

Первым приближенным методом расчета интенсивности (интенсивность пропорциональна квадрату напряженности E) света от точечного источника в любой точке области, окружающей этот источник, был принцип Гюйгенса-Френеля. Придуман он был Гюйгенсом и Френелем еще до получения Максвеллом его уравнений и был единственным методом до 1882 года, когда Кирхгоф, исходя из общих уравнений теории волн, обосновал его и получил более точную формулу для расчета интенсивности.

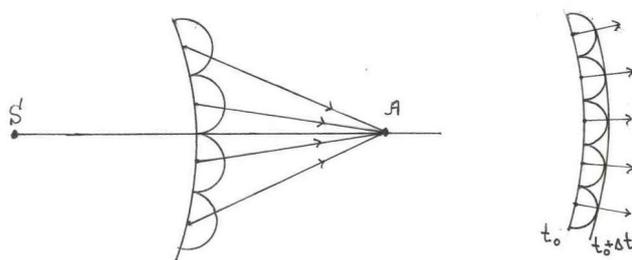
Суть принципа Гюйгенса – Френеля заключается в замене исходного точечного источника совокупностью вторичных источников, расположенных на волновой поверхности. Дело в том, что принцип суперпозиции позволяет представить произвольную монохроматическую волну в виде суперпозиции сферических монохроматических волн.

Отсюда следует, что реальная “монохроматическая волна” распространяется так, что поле волны в любой точке можно представить как результат суперпозиции вторичных волн, испускаемых точечными источниками, расположенными на поверхности любого волнового фронта и испускающими сферические волны той же фазы.

Принцип состоит по сути из двух: первый (который придумал Гюйгенс) позволяет находить фронт волны в любой момент времени и

гласит, что фронтом волны является огибающая фронтов вторичных волн (рис. 76В).

Второй (который придумал Френель) устанавливает когерентность вторичных источников и, как следствие, интенсивность света в произвольной точке пространства от точечного источника есть результат интерференции волн от вторичных источников, расположенных на произвольной волновой поверхности (рис. 76А).



А)

В)

Рис. 76

Технически, чтобы найти интенсивность света в произвольной точке A от точечного источника, надо найти напряженность электрического поля E в этой точке и взять квадрат этой величины.

Чтобы найти E , строится волновая поверхность в произвольном месте. На волновой поверхности располагают вторичные источники. От каждого вторичного источника находят напряженность электрического поля E_s создаваемого им в точке A , и затем суммируют их. При расчете используют дополнительно разработанные методы, например, метод зон Френеля.

Рассмотрим некоторые оптические явления

II. 2. Поляризация света.

Поляризация света – физическая характеристика оптического излучения, описывающая поперечную анизотропию световых волн, т.е. неэквивалентность различных направлений в плоскости, перпендикулярной

световому лучу. Гармоническая электромагнитная волна всегда поляризована, поскольку вектор напряженности электрического поля E колеблется в плоскости, которую называют плоскостью поляризации – плоскость проходит через вектор E и волновой вектор волны \vec{k} (рис. 77А).

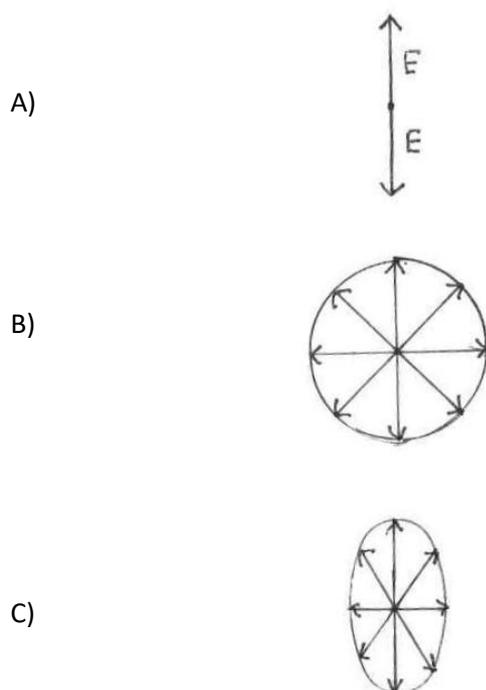


Рис. 77

Свет излучают атомы. Каждый акт излучения производит поляризованную волну, но ориентация плоскости поляризации волны случайна и моменты актов испускания отдельными атомами тоже случайны. Излучатель состоит из громадного числа излучаемых атомов и поэтому имеет место усреднение напряженности, и в результате $\langle \vec{E}_\alpha \rangle$ в любом направлении одинакова (рис. 77В).

Другими словами, анизотропии напряженности электрического поля в плоскости, перпендикулярной направлению луча, нет. Такой свет назвали естественным.

Если в плоскости, перпендикулярной направлению луча, имеет место анизотропия $\langle \vec{E}_\alpha \rangle$, то свет называют поляризованным. Если $\langle \vec{E}_\alpha \rangle$ в одной плоскости, то свет называют плоскополяризованным, если годограф вектора

напряженности в плоскости, перпендикулярной направлению луча, имеет форму эллипса, то свет называют эллиптически поляризованным.

П. 3. Интерференция света.

В солнечный день можно увидеть на поверхности лужи, в которую попал бензин, разноцветные отблески, форма которых остается относительно постоянной, если нет возмущений (попадания в лужу камня, палки, ..., сильных порывов ветра и дождя и т.д.). Такая картина – пример интерференционной картины – частный пример явления интерференции, общее определение которой: “регулярное чередование областей света разной интенсивности и цвета”. При использовании волновой модели интерференцию можно объяснить возникновением в результате сложения двух (или нескольких) световых волн, областей, в которых имеет место усиление или ослабление амплитуды, результирующей волны, квадрат которой пропорционален интенсивности света.

Таким образом, интерференция имеет место только при сложении нескольких волн и выполнением принципа суперпозиции. При этом волны, участвующие в формировании интерференционной картины, должны подчиняться определенным условиям.

Возьмем самый простой случай: две монохроматические волны одинаковой амплитуды, излучаемые точечными источниками, расположенными друг от друга на расстоянии d , при этом точка, в которой имеет место сложение волн, отстает от источника одной волны на x_1 , а от другой - на x_2 .

Для простоты будем считать, что расстояние между точками x_1 и x_2 - $\Delta x \gg d$. В этом случае можно считать, что волны имеют одно направление.

Таким образом, $E_1 = E_0 \sin(\omega_1 t - k_1 x_1)$ $E_2 = E_0 \sin(\omega_2 t - k_2 x_2)$

$$E = E_1 + E_2$$

$$= 2E_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t - \frac{k_2 x_2 - k_1 x_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t + \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2}{2}\right)$$

Интерференционная картина должна быть устойчивой, т.е. с течением времени сохранять форму.

Это означает, что суммарная напряженность E в каждой точке интерференционной картины должно оставаться постоянной в этой точке.

Это условие будет выполнено, если $\omega_1 = \omega_2$ и $k_1 = k_2$

$$\text{Тогда } E = 2E_0 \cos \frac{k\Delta X}{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{k}{2}(X_1 + X_2)\right)$$

Волны, для которых частоты одинаковы и разность координатных частей общей фазы постоянна, называют когерентными.

Обычно координатную часть общей фазы называют начальной. Общая фаза $\Phi = (\omega t + kx)$.

Условие равенства частот и постоянства разности начальных фаз эквивалентно одному условию: разность фаз постоянна, так как из этого условия сразу следуют вышеуказанные два условия.

Амплитуда результирующей волны имеет значения от $-2E$ до $+2E$ для разных точек.

$$\text{Значение } E \text{ максимально, если } \frac{k\Delta X}{2} = \pi n \text{ и равно нулю, если } \frac{k\Delta X}{2} = \frac{\pi}{2}(2n + 1) \dots n = 0, \mp 1, \mp 2, \dots$$

т.е. максимум имеет место при разности хода δ равному четному числу полуволин, минимум – нечетному числу полуволин

$$\text{Интенсивность света } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos \delta, \text{ где } I_1 = \frac{E_1^2}{2}; I_2 = \frac{E_2^2}{2}$$

Видно, что при интерференции не выполняется принцип суперпозиции для интенсивностей. Если когерентные волны имеют амплитуды E_1 и E_2 ($E_1 > E_2$), то имеет место интерференция на фоне бегущих волн амплитуды $(\bar{E}_1 - \bar{E}_2)$.

Однако когерентность необходимое, но не достаточное условие для интерференции. Надо, чтобы для когерентных волн имела место суперпозиция, то есть в направлении наблюдения интерференции существовали две напряженности электрического поля (рис. 78).



Рис. 78

П. 4. Дисперсия света.

Скорость электромагнитных волн зависит от частоты. Это явление называется дисперсией. Дисперсия наблюдается только при распространении немонахроматических волн. Немонахроматическая волна содержит волны различных частот, каждая из которых движется со своей скоростью.

Скорость волны в среде $V = \frac{c}{n}$ где n – абсолютный показатель преломления, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ – скорость волны в вакууме. $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$ где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, μ – магнитная проницаемость среды. Таким образом, различным скоростям соответствует различные показатели преломления, а это значит, что показатель преломления удобная физическая величина, характеризующая дисперсию света, и при изучении дисперсии находят зависимость показателя преломления от частоты или длины волны. Графическую зависимость $n = f(\omega)$ или $n = f(\lambda)$ называют дисперсионной кривой (рис. 79).

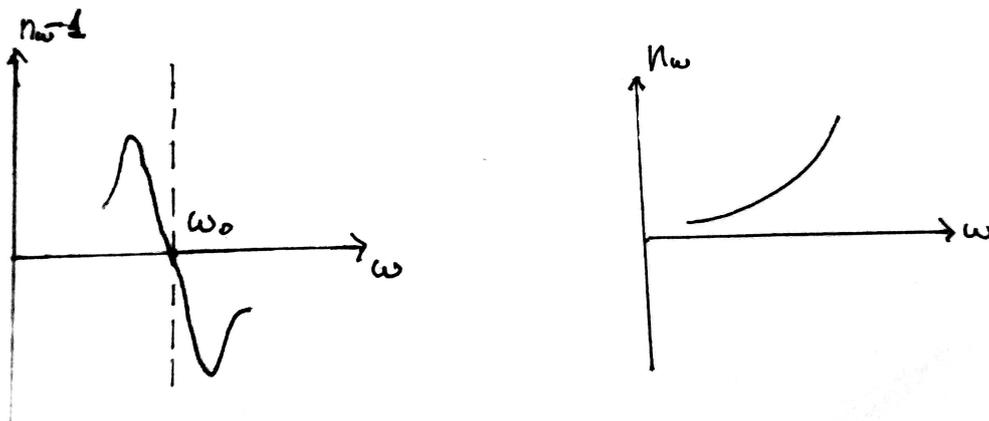


Рис. 79

Если коэффициент преломления увеличивается с частотой, то дисперсия называется нормальной. Нормальная дисперсия наблюдается во всей прозрачной области. На дисперсионной кривой существуют интервалы частот, в пределах которых с увеличением частоты коэффициент преломления уменьшается. Дисперсию в этих областях назвали аномальной дисперсией. Частота при которой $(n_{\omega} - 1) = 0$ называют резонансной. В области аномальной дисперсии наблюдают сильное поглощение света.

Поглощение света при прохождении его через диэлектрическую среду подчиняется закону Бугера: Интенсивность I прошедшего через среду толщиной l равна $I = I_0 \cdot e^{-\alpha l}$ где I_0 – интенсивность падающего на среду света, α - показатель поглощения.

В области аномальной дисперсии коэффициент поглощения сильно возрастает.

Теоретическое описание этого явления возможно только в рамках квантовой теории.

Так как коэффициент поглощения зависит от частоты, то для некогерентного света имеет место селективное поглощение вблизи резонансных частот, тех волн, чья частота совпадала с резонансной и, как результат, тело изменяет окраску. При этом процесс селективного поглощения может иметь место как на поверхности, так и внутри вещества. Есть часть волн, входящие в световую волну, которые имеют резонансные частоты в видимой области, поэтому они поглощаются и вещество оказывается окрашено в дополнительный цвет.

Дополнительные цвета – два таких цвета, которые при их смешивания (сложении) образуют цвет, воспринимаемый нормальным глазом как белый.

Чтобы получить два пучка дополнительного цвета, надо белый свет пропустить через среду, которая отражает часть спектра и пропускает другую.

Например, окраска фиолетовых чернил в сосуде возникает в результате того, что при прохождении белого света через толщу чернил поглощается желтая часть спектра.

П. 5. Дифракция света.

Если смотреть на включенную в сеть лампу через щель переменной ширины, сделанную в непрозрачном теле, то можно наблюдать, что при прохождении света сквозь щели, ширина которых (b) больше 0,5 мм, лампа имеет обычный вид, но при дальнейшем уменьшении ширины до $\sim 0,1$ мм изображение лампы растягивается поперек щели, причем если поворачивать тело вокруг оси, то растяжение изображения лампы будет при всех положениях экрана сохранять направление перпендикулярное к ширине щели.

При дальнейшем уменьшении ширины щели растяжение увеличивается, но яркость картины уменьшается до полного исчезновения. Таким образом, при больших размерах щели наблюдают прямолинейное распространение света, при малых – отклонение от прямолинейного распространения.

Явление отклонения от прямолинейного распространения света, или огибание светом препятствий, назвали дифракцией.

Рассмотрим прохождение плоской электромагнитной волны через щель (рис. 80).

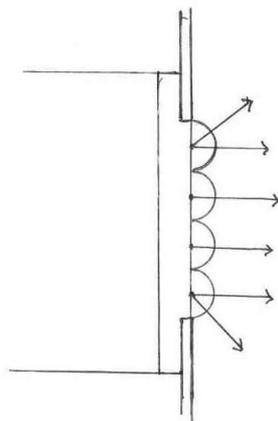


Рис. 80

При прохождении плоской электромагнитной волны через щель, ее фронт плоский. При выходе из щели фронт волны остается плоским по всей области, кроме областей у границ щели.

Световые лучи идут перпендикулярно волновой поверхности и потому на краях щели уходят за область щели, создавая эффект огибания.

Поскольку при любой ширине щели есть границы, которые огибают, то дифракция как явление существует всегда, а наблюдать ее можно, когда интенсивность огибающих волн сравнима с интенсивностью волн, идущих прямолинейно. Такая ситуация имеет место, если ширина щели сравнима с длиной волны. То есть, условие наблюдения дифракции $b \sim \lambda$.

II. 6. Рассеяние света.

При прохождении световых волн через среду имеет место генерация вторичных волн при попадании их на частицы среды (молекулы) и дифракция при огибании волнами частиц среды.

Характер рассеяния зависит от соотношения между длиной волны и размерами частиц. Если линейные размеры частиц меньше $\frac{1}{15}$ длины волны, то рассеяние называют рэлеевским. Если размеры частиц больше, то имеет место рассеяние МИ. Если через оптически однородную среду проходит звуковая волна, то она создает оптическую неоднородность, которая имеет гармонический характер. И является причиной дифракции света, который

при этом изменяет частоту. Явление изменения частоты света, испытывающего дифракцию на звуковой волне и, как результат, рассеяние света, получило название комбинационного рассеяния. Рэлеевское рассеяние описывается законом Рэля, который гласит, что интенсивность рассеяния обратно пропорционально четвертой степени длины волны.

Закон Рэля объясняет голубой цвет неба и красноватый цвет Солнца на восходе и на заходе. Проходимая лучами Солнца толща атмосферы при восходе и заходе, существенно больше, чем когда солнце в зените. В результате рассеяние имеет место и потому глаз, глядящей на него, видит голубую окраску, но оно не достаточно, чтобы Солнце изменило цвет, а вот на восходе и заходе толщи достаточно, чтобы Солнце приобрело красноватый цвет.

Вне атмосферы небо черное и только видны звезды, свет от которых прямо попадают в глаз.

Рассеяние Ми. Теория рассеяния Ми относится собственно только к сферическим частицам, однако термин “рассеяние Ми” используют и при описании рассеяния на несферических частицах. Интенсивность рассеяния Ми слабо зависит от длины волны, а для частиц, имеющих размеры больше длины волны, практически не зависит от длины волны.

Рассеяние Ми анизотропно, при этом характер анизотропии изменяется при изменении размеров частиц.

Примеры рассеяния Ми: серый цвет голубого в зените неба у горизонта, белесый оттенок атмосферы при ее задымлении, непрозрачность тумана, ослабление света от Солнца при заходе и на восходе.

Так как неоднородность среды есть неоднородное распределение молекул, составляющих среду, то дифракция на неоднородностях есть, по сути, дифракция на молекулах, которые под действием электромагнитного поля излучают; это излучение и является рассеянным.

Комбинационное рассеяние – рассеяние света, при котором происходит изменение частоты рассеиваемого света. Обычно для наблюдения комбинационного рассеяния используют очень сильные источники света (ртутные лампы, лазеры).

Комбинационное рассеяние происходит в среде, состоящей из молекул. В атоме излучение происходит за счет переходов электронов с одного уровня на другой, т.е. за счет движения электронов. Молекула является более сложным объектом, чем атом: кроме движения электронов, в молекуле имеет место колебательное движение ядер (вместе с электронами) около положения равновесия, и вращательного движения ядер как целого. Каждому движению – электронному, колебательному и вращательному соответствуют свои уровни энергии, между которыми могут быть переходы, сопровождающиеся излучением. Поэтому, когда электромагнитное излучение попадает на молекулярную среду, в результате в рассеянном свете могут присутствовать частоты, обусловленные тремя видами движения.

Количественный расчет возможен только с использованием квантовой теории. Расчеты и эксперимент показывают, что в спектрах рассеяния присутствуют частоты, которые являются комбинациями падающего света и частот колебательных и вращательных переходов рассеивающих молекул. Наиболее часто возникают переходы, связанные с колебательными уровнями энергии молекул. В этом случае в спектре присутствуют частоты – ω -падающего света $\omega+\Omega$ и $\omega-\Omega$, где Ω – собственная частота колебаний молекулы, $(\omega-\Omega)$ называют красный или стоксов спутник, $(\omega+\Omega)$ – фиолетовый или антистоксов спутник.

Глава VIII. ФИЗИКА МИКРОМИРА.

§. 1. Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц

Технические возможности к концу 19 века позволили изучать явления, происходящие с объектами малых размеров. Объекты малых размеров 10^{-8} см и меньше – назвали микрочастицами. К ним относятся атомы, молекулы, элементарные частица.

Были проделаны многочисленные эксперименты, которые показали, что для объяснения наблюдаемых явлений законы классической физики неприменимы.

Объектами классической физики были вещественные и полевые объекты.

Вещественные объекты, их назвали корпускулами, т.е. частицами, описываемые законами классической физики, имели свойства, описываемые непрерывными физическими величинами, двигались по определенным траекториям и были индивидуальны, даже если имели одинаковые свойства. Их поведение можно было описать уравнениями Ньютона или следствиями из них. Полевые объекты обладали волновыми свойствами и их поведение можно было описать уравнениями Максвелла или их следствиями.

Большие ансамбли систем частиц нельзя было описать Ньютоновской аксиоматикой, но для случаев случайного поведения элементов, составляющих системы, использовали методы статистической физики, и распределения Гиббса и их следствия.

При изучении результатов экспериментов с микрообъектами выяснилось следующее: микрочастицы могли обладать физическими свойствами, описываемыми дискретными физическими величинами.

У микрочастиц обнаружилось свойство, которого нет у классических частиц – собственный момент импульса – спин.

Сначала опыты по обнаружению спина проводились на электронах, но затем были осуществлены и на других микрочастицах: нейтронах, протонах и т.д.

Теоретический анализ поведения микрочастиц установил, что микрочастица обладает и корпускулярными и волновыми свойствами, что необъяснимо в рамках классической физики. Совокупность подобных свойств назвали корпускулярно-волновым дуализмом.

Обладание корпускулярно-волновым дуализмом означает, что в одних условиях частицы ведут себя как корпускулы, в других – обнаруживают волновые свойства, а иногда одновременно проявляют и корпускулярные и волновые свойства.

Впервые корпускулярно–волновой дуализм был обнаружен в опытах с электромагнитными волнами.

Желая объяснить экспериментальные данные по излучению абсолютно твердого тела, Планк отказался от постулата непрерывности физических величин и ввел понятие светового кванта, т.е. отдельного объекта. Совокупность таких объектов и образовывала электромагнитную волну. Таким образом, каждый квант как отдельный объект можно было считать частицей; ее назвали фотоном, а свет – потоком фотонов.

Каждому фотону приписали энергию $E = h\nu$ и импульс $P = \frac{E}{c} = \frac{h}{2\pi\lambda}$ в СИ, h – назвали постоянной Планка. По своему смыслу h - квант действия $h=6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж · сек.

Действие – физическая величина, имеющая размерность произведения энергии на время.

“Квант энергии” один и тот же для света определенной частоты. Так фотон желтого цвета [$\lambda = 5800\text{Å}$] имеет энергию $E \sim 3 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Чтобы освободиться от нулей, используют более удобную единицу энергии – электрон-вольт. $1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

В этих величинах вся область фотонов видимого света “уменьшается” в интервале (2-4) эв.

Зная энергию одного фотона, можно найти число фотонов в потоке, если полный поток энергии известен.

Солнечный свет представляет собой “дождь” порядка 10^{17} фотонов через площадку площадью 1см^2 в 1сек. Усреднение по фотонам и дает световую волну.

Каждый из фотонов в этом потоке попадает в случайные места площадки, но поскольку фотонов огромное число, то за короткое время (для глаз практически мгновенно) имеет место конечное распределение интенсивности и ее можно найти из уравнений Максвелла, таким образом, работает волновая модель.

Для малого количества фотонов уравнение Максвелла применять нельзя, здесь применяют законы случая.

Фотоны, формируя дифракционные полосы, попадают на экран случайно, т.е. их поведение связано с вероятностным законом.

При этом интенсивность света I полосы в данном месте зависит от числа упавших фотонов N , пропорционально вероятности попадания w , т.е. $I \sim N \sim w$. Интенсивность света $I \sim E^2$, а E подчиняется волновому уравнению. Поэтому можно допустить, что $w \sim \psi^2$, где ψ – подчиняется волновому уравнению.

И такое уравнение было найдено. Незвестной величиной в этом уравнении была функция ψ – которую назвали волновой, и квадрат которой был равен вероятности нахождения частиц в заданном месте пространства.* Но при этом сама функция не имела физического смысла, поскольку ее нельзя было измерить.

Это уравнение оказалось справедливым для любых микрочастиц, в том числе и электронов. Дело в том, что в 1924г. Луи де Бройль выдвинул идею о том, что и микрочастицы обладают корпускулярно-волновым дуализмом и им можно было приписать волну с длиной $\lambda = \frac{E}{h} = \frac{m_0 c^2}{h}$, где m_0 – масса покоя.

В 1927 году Девиссон и Джермер доказали это экспериментально, проводя опыт по дифракции электронов на золотой фольге.

Аксиомой физики микрообъектов оказалось математическое уравнение – уравнение Шредингера, содержащее математическую функцию, не имеющую физического смысла. Однако с помощью этого уравнения, вернее, с помощью решения этого уравнения – волновой математической функцией, можно описать количественно и объективно поведение любого реального микрообъекта, который в реальных условиях может носить волновой или корпускулярный характер.

Математический аппарат квантовой механики очень сложный, сложна и интерпретация полученных результатов. Ниже приведены некоторые общие следствия, полученные из решения уравнения Шредингера и физической интерпретации результатов.

Любая физическая система не может находиться в состояниях, в которых координаты ее центра инерции и импульс одновременно имеют точные значения, всегда есть неопределенность значений координаты x центра инерции – Δx , и неопределенность значений импульса p – Δp и такие, что $\Delta p \cdot \Delta x \geq h$. Принцип неопределенности имеет место и для некоторых других величин, например, для энергии E и времени t : $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$. Из этого принципа следует, что если система находится в стационарном состоянии, то

энергию можно измерить лишь с точностью, не превышающей $\frac{h}{\Delta t}$, где Δt – длительность времени измерения. Это соотношение справедливо и для систем в нестационарном состоянии. В этом случае ΔE – неопределенность энергии стационарного состояния замкнутой системы, а Δt – интервал времени, в течение которого ощутимо меняются средние значения физических величин в этой системе.

§. 3. Принцип тождественности частиц и его следствия

Все микрочастицы, обладающие одинаковыми физическими свойствами: массой, электрическим зарядом, спином, квантовыми числами (см. далее) тождественны. Например, все электроны материального мира тождественны. Такие частицы подчиняются принципу тождественности, который постулирует, что состояние системы частиц, получающиеся друг из друга перестановкой тождественных частиц нельзя различить ни в каком эксперименте, и они должны рассматриваться как одно состояние. Т.е. квантовые частица полностью лишены индивидуальности.

Эмпирически доказано, что в природе существует только два класса волновых функций для систем тождественных частиц: симметричные – при перестановке любой пары тождественных частиц их волновая функция не изменяется и антисимметричные – при аналогичной перестановке волновая функция изменяет знак. Существует теорема, согласно которой симметричные волновые функции описывают частица с целым спином (бозоны), а антисимметричные частицы с полуцелым спином (фермионы).

Обменное взаимодействие. Если один электрон имеет в момент времени t состояние n_1 , а другой электрон в этот же момент времени t состояние n_2 и волновые функции ψ_1 и ψ_2 этих электронов перекрываются, то математическое описание поведение такой системы дает формулу, которую наглядно можно интерпретировать так: электроны обмениваются

состояниями с периодом $\tau = \frac{\pi h}{2A}$, где A величина, отличная от нуля в области перекрытия волновых функций и имеющая размерность энергии. A называют обменный интеграл. Электроны, между которыми имеет место обменное взаимодействие, могут принадлежать как одному, так и разным атомам.

Из атома вылетает электрон и поглощается другим атомом, а из второго атома вылетает электрон и поглощается первым атомом.

В классике такую модель построить нельзя, поскольку для вылета электрона нужна энергия больше энергии связи, но в квантовой механике это возможно, поскольку электрон, участвующий в обмене не находится в состоянии с определенной энергией, а имеет неопределенность $\Delta E \sim \frac{h}{\Delta t}$. Таким образом, в течение времени обмена Δt система не имеет определенной энергии и импульса, а значит не подлежит измерительному контролю, и таким образом, подобная модель уместна.

Такой обмен, в котором непосредственный смысл имеет только начальное и конечное значения, а в процессе законы неизвестны, называют виртуальным.

Обменное взаимодействие играет в природе очень большую роль, поскольку является причиной многих физических явлений, среди которых гомеоплярная химическая связь, образование кристаллов, ферромагнетизм, ядерные силы и т.д.

Принцип Паули – Закон природы, утверждает, что две тождественные частицы с полуцелым спином (фермионы) не могут одновременно находиться в одном состоянии. Играет основную роль в понимании процессов заполнения электронных оболочек атома, фундамент объяснения атомных и молекулярных спектров и т.д.

§. 3. Атом.

Атом является объектом, свойства которого можно объяснить и определить количественно только средствами квантовой механики.

Самый простой моделью атома – атома водорода – является модель Бора. В этой модели атом состоит из тяжелого положительно заряженного ядра с зарядом $Q = e$ и легкого отрицательно заряженного электрона с зарядом $q = -e$, вращающегося вокруг ядра по определенным круговым стационарным орбитам.

Движение электрона подчиняется двум постулатам:

а) При движении по стационарным орбитам электрон обладает постоянными значениями энергии E_1, E_2, \dots и не излучает;

б) Испускание или поглощение атомом электромагнитного излучения происходит только при переходе электрона с одной орбиты на другую. Если при переходе атом сначала обладал энергией E_m , а потом E_n то частота ν_{nm} излучаемого (или поглощаемого) излучения определяется формулой перехода $E_n - E_m = h \cdot \nu_{nm}$

Объяснение такого поведения было найдено в рамках квантовых представлений.

Когда электрон движется вокруг ядра на расстоянии r , то как частица может быть описан уравнением

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q \cdot q}{r^2} \quad \text{или} \quad mv^2 = \frac{Q \cdot q}{4\pi r} \quad (1)$$

Движением электрона управляет волна вероятности и так как при движении электрон движется с постоянной скоростью v то $\lambda = \frac{h}{mv}$

Когда электрон движется по замкнутой орбите и не излучает энергии, то волна, управляющая движением электрона, должна быть стоячей, и по длине орбиты должна укладываться целое число длин волн, т.е. должно выполняться соотношение $n \cdot \lambda = 2\pi r$ или $\frac{h \cdot h}{m \cdot v}$ (2)

Наличие стоячей волны объясняет дискретность энергии, так как при переходе с одного уровня на другой происходит изменение числа периодов стоячей волны, а число периодов – целое число длин волн.

Из (1)(2), проводя арифметические операции, можно узнать скорости частицы и радиусы орбит.

Зная скорости и радиусы орбит можно вычислить полную внутреннюю энергию $E = -\frac{1}{2}m\left(\frac{Q \cdot q}{2h \cdot n}\right)$

Подставив числовые значения величин, получим $E_n = -\frac{2.17 \cdot 10^{-18}}{n^2}$ Дж. Так как $1 \text{ Дж} = 6.25 \cdot 10^{-18}$ эв, то $E = -\frac{13.6}{n^2}$ эв и совпадает с экспериментальными результатами, полученными с спектроскопистами в их опытах. Результат согласуется с измеренной энергией ионизации атома водорода. Зная E_n , можно вычислить части переходов, которые также совпали с экспериментальным.

Кроме энергии, движущиеся электроны в атоме характеризуются другими свойствами, имеющими квантовый характер.

Поскольку электрон вращается по замкнутой орбите, то он имеет орбитальный момент, квантованный.

Вычисления и опыт показали, что абсолютная величина возможных значений механического орбитального момента

$$|m_l| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \text{ где } l=0,1,\dots (n-1)$$

Момент как величина векторная имеет проекции на оси, при этом проекция орбитального механического момента на ось квантования z имеет вид $m_{lz} = m_l \cdot \hbar$

где m_l принимает значения от $l, (l-1), \dots 0, \dots -(l-1), -l$

Как уже указывалось, электрон обладает чисто квантовым свойством - спином и связанным с ним спиновым механическим моментом

$$m_{sz} = m_s \cdot \hbar \text{ где } m_s = \pm \frac{1}{2}$$

Как видно, в выражениях присутствуют конкретные числа n, l, m, s' - константы.

Зная эти числа, сразу можно узнать и физические величины. Поэтому принято характеризовать состояние атома только квантовыми числами.

Каждое квантовое число имеет название

n – главное квантовое число;

m_l – орбитальное квантовое число;

m_{lz} – магнитное орбитальное число;

m_s – магнитное спиновое квантовое число.

Квантовое число проекций орбитального момента называют магнитным, так как движение электрона по замкнутой орбите эквивалентно прохождению электрического тока по замкнутому контуру, что приводит к возникновению магнитного момента.

Поэтому орбитальному механическому моменту m_e соответствует орбитальный магнитный момент с абсолютным значением $|\mu_e| = \frac{|e|\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)}$, а для возможных проекций орбитального магнитного момента $\mu^{ez} = \frac{|e|\hbar}{2mc} m_e h$ величину $\frac{|e|\hbar}{2m \cdot c} = \mu_B$ назвали магнетон Бора.

Отметим также что спину, как собственному моменты вращения электрона, соответствует спиновой магнитный момент $\mu_s = \frac{e \cdot h}{mc} S$.

Кроме квантовых чисел в физические свойства входят:

заряд электрона $e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ к, масса электрона $0.9 \cdot 10^{-30}$ кг

заряд протона $+e$, масса ядра $\approx 4 \cdot 10^3$ масс электронов, входящих в атом,

размеры атома $\sim 10^{-8}$ см

В новой модели нет никаких орбит. Вместо орбит, каждому значению E_i соответствует своя волновая функция $\psi_i(x, y, z)$. Квадрат функций ψ_i описывает распределение вероятности электрона для i -го состояния.

Наглядный образ распределения вероятности для различных состояний водорода можно представить в виде облаков, окружающих ядро. В этих

облаках их плотность соответствует плотности вероятности нахождения электрона в каждом месте пространства. Таким образом, в новой модели атом рассматривают как ядро, окутанное облаками вероятностей.

§. 5. Ядро

Атомное ядро является многочастичной квантовой системой с сильным взаимодействием, а значит, для получения теоретических количественных результатов требует сложнейшего математического описания. Дело в том, что количество частиц (протонов и нейтронов), составляющих ядро, недостаточно, чтобы использовать статистические методы, а для описания ядра как системы частиц с учетом каждой, не хватает экспериментальных исследований, то они также требуют сложнейших установок и далеко не все могут измерить, например, провести измерения фундаментальных констант, используемых в теории.

Поэтому современные модели ядер являются полутеоретическими, полуэмпирическими; они позволяют понять отдельные закономерности в структуре ядер, но не дают их точного количественного описания.

Атомное ядро определяют как центральную массивную часть атома, состоящую из нуклонов. Нуклон - общее название частиц – протона и нейтрона. Протон имеет положительный электрический заряд, равный $+1,6 \cdot 10^{-19}$ к, нейтрон не имеет электрического заряда, масса протона $m_p = 1836.15 \cdot m_e$, масса нейтрона $m_n = 1838.68m_e$, где m_e - масса электрона.

Размеры ядра составляет $(10^{-14}-10^{-15})$ м .

Общее число нуклонов назвали массовым числом A , число протонов равно заряду ядра Z , число нейтронов $N=A-Z$

Существуют ядра изотопы – они имеют одинаковый заряд Z , но разные A и N , существуют ядра изобары: они имеют одинаковые A и разные Z и N . На короткое время ($10^{-23}-10^{-24}$ сек) в ядрах появляются частицы мезоны, в том

числе π -мезоны. Они являются переносчиками взаимодействия нуклонов (см. далее) и обеспечивают стабильность ядер.

Взаимодействие характеризуют энергией связи. Энергию связи ядра $\mathcal{E}_{\text{св}}$ определяют как энергию, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны $\mathcal{E}_{\text{св}} = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M)c^2$, где m_p, m_n, M - массы протона, нейтрона и ядра.

Средней или удельной энергией связи называют энергию, приходящуюся на один нуклон: $E_{\text{уд}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{св}}}{A}$, удельная энергия связи слабо меняется при изменении A и для большинства ядер составляет 6-8 мэВ. Видно, что эта энергия по порядку $\sim 10^6$ превосходит энергию электростатического взаимодействия частиц между электроном и протоном в атоме которая для атома водорода составляет (9,67 эВ). (см. ранее).

Как квантовая система, атомное ядро может находиться только в определенных дискретных состояниях, отличающихся энергией и другими сохраняющимися по времени величинами. Главными квантовыми характеристиками ядерных состояний являются спин I (измеряется в единицах \hbar) – и равен целому числу для ядер с четным A и полуцелому для ядер с нечетным A . Спин равен сумме спинов составляющих его нуклонов.

Четность состояние $P = \pm 1$ указывает на изменение знака волновой функции ядра при зеркальном отражении пространства.

Каждый нуклон находится в ядре, в определенном квантовом состоянии, характеризуемом энергией, спином j , его проекцией m на одну из координатных осей и орбитальным моментом $l = j \pm \frac{1}{2}$; четность состояния нуклона $p = (-1)^l$. Энергия уровня не зависит от проекции орбитального момента на выделенное направление. Поэтому, в соответствии с Паули-принципом, на каждом уровне энергии с моментом j, l может находиться $(2j+1)$ тождественных нуклонов, образующих “оболочку” (j, l) .

Полный орбитальный момент заполненной оболочки равен нулю. Всякий раз, когда количество протонов и нейтронов в ядре достигает числа,

отвечающего заполнению очередной оболочки, происходит скачкообразное изменение некоторых характеризующих ядро величин (в частности, энергии связи). Это приводит к новой периодичности, аналогичной периодичности для атомов. Однако оболочечная структура ядер проявляется значительно слабее, чем у атомов.

В целом, объяснение свойств ядер на основе общих принципов является одной из нерешенных фундаментальных проблем современной ядерной физики.

II. 1. Элементарные частицы

«... Частицы возникают из других частиц и могут быть превращены в другие частицы, они образуются просто из кинетической энергии таких частиц и могут снова исчезнуть, так что из них возникнут другие частицы... Все элементарные частицы «сделаны» из одной и той же субстанции, из одного и того же материала, который мы теперь можем назвать энергией или универсальной материей».

В.Гейзенберг

Вопрос определения термина «элементарная частица» до сих пор не решён. Термин «элементарный» означает первичное и неразложимое, но большинство элементарных частиц являются составными системами. Они все могут существовать самостоятельно, т.е. вне атомов и ядер и поэтому их иногда называют субъядерными частицами. Сегодня известно более 350 таких частиц и число их растёт.

Поскольку все экспериментально обнаруженные частицы имеют очень малые размеры и массы ($l \approx 10^{-23}$ см и меньше, $m \approx 1.6 \cdot 10^{-27}$ г) законы, определяющие их поведение, являются квантовыми.

Элементарные частицы - те «кирпичики», из которых построен атом. Такими кирпичиками являются протон, нейтрон и электрон. И всё! Больше

никаких частиц в атоме нет. Вес другие частицы заново рождаются в ядерных реакциях.

Формальное описание таких процессов сложно, но можно использовать следующую аналогию: топор и металлическая болванка не содержат никаких искр, но они рождаются каждый раз при ударе топора о болванку. Так рождаются и частицы в ядерных реакциях. В частицах масса связана с энергией, и движущаяся частица имеет большую энергию и значит массу, чем неподвижная. За счет этой массы и образуются новые частицы, а поскольку вес величины, характеризующие частицы, квантовые, то рождённые частицы имеют индивидуальные характеристики, и не являются хаотическими кусками с непрерывно распределёнными параметрами. Важно только, чтобы энергии было достаточно для рождения новых частиц.

Однако элементарные частицы устроены так, что даже находясь в свободном состоянии (т.е. будучи изолированными друг от друга и не участвующими в реакции) они непрерывно испускают на очень короткое время, а потом поглощают другие элементарные частицы. Здесь можно тоже привести аналоговый образ: жонглер с шариками. Жонглер, играя с шариками, подбрасывает их на короткое время, а потом ловит и эта операция повторяется многократно. Если он это делает медленно, то видны отдельные шарики, если быстро - то возникает впечатление, что их целое облако. Так и с элементарными частицами; например, протон испускает и поглощает элементарную частицу мезон, чем создаёт вокруг себя мезонное облако. Отдельный акт испускания мезона длится очень короткое время, но поскольку имеет место многократное повторение, то и имеет место пространственное размазывание заряда и массы частицы.

Сам мезон как элементарная частица тоже испускает и поглощает другие элементарные частицы, а значит, окружает себя облаком частиц. Законы испускания и поглощения частиц таковы, что на короткое время мезон может испустить два мезона, т.е. части частицы окажутся больше целой частицы. Сегодня установлено, что все элементарные частицы имеют

вокруг себя мигающие облака и содержат внутри себя различные типы легких и тяжелых частиц.

Итак, «неделимый» атом состоит из протонов, нейтронов и электронов и не содержит в своём составе никаких других частиц, а элементарные частицы, входящие в него, содержат различные другие элементарные частицы. При этом частицы непрерывно испускают и поглощают эти частицы, создавая мигающие облака. Чем легче испущенная частица, тем дальше убежит она от центра, прежде чем будет поглощена обратно, а вот тяжёлые - убегут недалеко. Поэтому внутренняя (центральная) часть любой элементарной частоты (её называют «кern», что означает «сердцевина») более массивная и плотная, чем периферийная. Облака вокруг частиц, состоящие из рождающихся и быстро исчезающих частиц, называют «шубами». Вес частицы одеты в шубы, даже фотон и нейтрино. Эти шубы состоят из электронов и позитронов, но их рождения и поглощения происходят очень редко.

С помощью частиц, содержащихся в облаках, происходит и взаимодействие частиц, а сами частицы называют переносчиками взаимодействия. Опять используем аналоговый образ: два бегущих баскетболиста, обменивающихся мячом и как результат обмена, оказываются связанными друг с другом. В этом образе баскетболисты выполняют роль взаимодействующих частиц, а мяч - роль переносчика взаимодействия.

Сегодня считают, что существуют четыре вида взаимодействия. Взаимодействия отличаются интенсивностью и имеют своих переносчиков.

«Силу» различных классов взаимодействий элементарных частиц характеризуют, используя безразмерный параметр, названный константой связи.

Константа связи (К) по величине для сильного взаимодействия $K_c = \frac{q^2}{\hbar c} \approx 14$, для электромагнитного $K_{a/v} = \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$, для слабого $\frac{G\hbar M^2 c}{\hbar^3} \approx 10^{-5}$ и для гравитационного $\frac{GM^2}{\hbar c} \approx 3.5 \cdot 10^{-12}$. Здесь q - константа сильного

взаимодействия, e - элементарный электрический заряд (константа электромагнитного взаимодействия), $G\hbar$ - фермиевская константа слабого взаимодействия, G гравитационная постоянная, M - масса нуклона.

Сильное взаимодействие - короткодействующее (его радиус $\sim 10^{-13}$ см). В стабильном веществе обеспечивает связь между нуклонами в ядре. Переносчики взаимодействия - некоторые адроны (например, пи-мезон).

Электромагнитное взаимодействие является дальнодействующим и может приводить как к притяжению, так и к отталкиванию. К электромагнитному взаимодействию относится большинство сил, наблюдаемых в макроскопических явлениях: упругости, трения, поверхностного натяжения и других. Переносчик взаимодействия - фотон.

Слабое взаимодействие является настолько короткодействующим, что его радиус точно до сих пор не измерен. Ожидаемая величина радиуса слабого взаимодействия $2 \cdot 10^{-16}$ см (что на три порядка меньше радиуса сильного взаимодействия). Переносчики взаимодействия - промежуточные векторные бозоны W^{\pm}, Z^0 .

Гравитационное взаимодействие - самое слабое из всех известных взаимодействий, дальнодействующее. Из-за своей «слабости» в процессах элементарных частиц обычно не учитывается. В макроскопических процессах характеризуется гравитационной постоянной $G \sim 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ н} \cdot \text{М} \cdot \text{кг}^{-2}$. Переносчик взаимодействия - гравитон, нейтральная частица с нулевой массой покоя и со спином 2 (в единицах \hbar).

Их всех переносчиков взаимодействий экспериментально подтверждено существование пи-мезонов, фотонов и промежуточных векторных бозонов. Гравитоны сегодня — «бумажные» частицы.

Согласно современным представлениям, существуют и частицы, которые взаимодействуют напрямую, т.е. без посредников-переносчиков. Их взаимодействие можно представить аналоговой моделью: два биллиардных шара, которые напрямую толкают друг друга при столкновениях. Эти

частицы получили название «хиггсоны». И находятся они непосредственно в вакууме. Физический вакуум - это пространство, заполненное массой рождающихся и быстро аннигилирующих частиц, т.е. определённое состояние материи. Издали оно выглядит пустым, но при большом увеличении виден «смог» микрочастиц (бурлящие «воронки», микровзрывы,...).

Характер взаимодействия хиггсонов и наличие «смога» определяют свойства вакуума, в том числе и его энергию, т.е. вакуум как материальная среда может находиться в различных состояниях. Так, увеличение числа хиггсонов приводит к понижению энергии вакуума и освободившаяся энергия выделяется в виде массы и теплоты. В результате пространство заполняется веществом.

Есть элементарные частицы, которые участвуют во всех четырёх взаимодействиях; они получили общее название адроны. Есть элементарные частицы, которые участвуют только в электромагнитном, слабом и гравитационном взаимодействиях; они получили название лептоны. К адронам относятся барионы - «тяжёлые» частицы с массой не меньше массы протона, и мезоны — нестабильные элементарные частицы, имеющие значения массы промежуточные между массами протона и электрона. К мезонам также причисляют так называемые бозонные резонансы — частицы с очень малым временем жизни; массы некоторых из бозонных резонансов превышают массу протона. К лептонам относятся электрон, мюон, нейтрино, тяжёлый лептон и соответствующие им античастицы.

Каждая частица, кроме присущих ей взаимодействий, описывается набором дискретных значений физических величин, общими для всех являются масса m , время жизни τ , спин J , электрический заряд Q . Наборы дискретных значений этих величин называют квантовыми числами элементарных частиц. Как физические величины эти числа имеют единицы измерений. Так электрические заряды Q для частиц имеют значения $0, \pm 1, \pm 2,$

но как физическая величина заряд выражен в единицах заряда электрона $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ к.

Элементарные частицы обладают ещё рядом квантовых чисел, которые назвали «внутренними». Внутренние числа (положительные и отрицательные) введены в качестве характеристик элементарных частиц для объяснения наблюдаемых экспериментальных фактов. Каждое такое число имеет своё название и обозначение: В - барионный заряд, L -лептонный заряд, S - странность, С - «очарование», D - «красота». Эти названия не имеют ничего общего с обычными смысловыми значениями слов «заряд», «странность», «очарование», «красота». Так, при всех взаимодействиях барионов сохраняется разность между числом барионов и антибарионов в системе.¹ Этот факт формализуется следующим образом: барионам приписывается число 1, а антибарионам -1. Тогда разность барионов и антибарионов трактуется как барионный заряд системы и формально записывается как сумма зарядов и этот заряд системы сохраняется.

Аналогично вводят лептонный заряд и тогда, как и в случае барионов, закон сохранения числа лептонов сводится к закону сохранения лептонного заряда.

При столкновениях некоторых частиц (например, нуклонов) наблюдаются только парные рождения некоторых других частиц (К-мезона и гиперона). Такое поведение удалось объяснить, приписав рождённым частицам в качестве свойств равные по величине и противоположные по знаку значения целого числа и допустив, что это число будет сохраняться в сильных взаимодействиях. Число получило название - квантовое число «странность».

Процессы взаимодействия некоторых адронов удалось описать, приписав им в качестве свойства число, сохраняющееся в сильном и электромагнитном взаимодействиях и изменяющееся на единицу при распаде этих адронов в слабых взаимодействиях. Число получило название «очарование».

Для некоторых тяжёлых адронов наблюдалась подавленность их распадов на более лёгкие частицы. Для объяснения наблюдаемого эффекта этим адронам было приписано в качестве характеристики число, сохраняющееся в сильном и электромагнитном взаимодействиях, но не сохраняющееся в слабых взаимодействиях. Число получило название «красота». Для классификации частиц надо было придумать какой-нибудь принцип. Оказалось, что для адронов можно было придумать следующий принцип: разбиение на группы, в каждую из которых входили частицы с примерно одинаковыми массами и одинаковыми внутренними характеристиками (спин, B , S , C , D), кроме электрического заряда. Сильное взаимодействие для всех частиц в группе одинаково, поскольку оно не зависит от величины электрического заряда. Такие группы были названы изотопическими мультиплетами. Простейший изотопический мультиплет - система двух элементарных частиц - протона и нейтрона (дублет). С математической точки зрения объединение частиц в мультиплеты определяет наличие у них симметрии, связанной с группой определённых операций симметрии унитарных преобразований $S^1U(r)$. Унитарное преобразование — линейное преобразование с комплексными коэффициентами, сохраняющее сумму квадратов преобразуемых элементов).

Затем были выделены более широкие объединения частиц с близкими свойствами, чем изотопические мультиплеты. Они были названы унитарными мультиплетами. Концепция симметрии как фактора, определяющего существование различных групп и семейств элементарных частиц, стала ведущей в теории элементарных частиц.

В процессе поиска удобной классификации адронов были придуманы гипотетические структурные элементы, названные «кварки». Кварки, как структурные элементы элементарных частиц, обладали свойствами, присущими элементарным частицам, т.е. общая характеристика кварка включала всю совокупность квантовых чисел элементарной частицы (электрический заряд, спин, странность, очарование и т.д.).

Эта общая характеристика (d, u, s, c, b) получила название аромат. Кварки, обладавшие разными d, u, s,... обладали разным ароматом. При этом квантовые числа, относящиеся к зарядам (барионному и электрическому) были дробными. Оказалось, что в рамках квантовой модели все барионы а, можно было сформировать из комбинации кварка и антикварка (античастица имеет все свойства, характерные для частицы, но другой знак заряда), а мезоны - из «слипшихся» кварка и антикварка. В целом различными комбинациями кварков можно было сформировать всё многообразие адронов.

Однако для перевода кварковой модели в физическую надо было экспериментально подтвердить физическое существование кварков как реальных компонент частиц. Начались поиски кварков. Многочисленные эксперименты, проведённые на земле, под землёй, в воде, в атмосфере, в космических лучах и т.д. положительных результатов не дали, и для сохранения кварковой модели как физической надо было придумать причину, из-за которой невозможно наблюдать кварки в свободном состоянии. И была придумана глюонная теория взаимодействия кварков, согласно которой сила притяжения между кварками увеличивается с увеличением расстояния между ними.

Наглядный образ: шарики, связанные резинкой.

Была придумана и частица, ответственная за такое поведение — глюон. Был придуман параметр, которому приписывалась ответственность за такое взаимодействие кварков и глюонов. Параметр получил название цвет. Параметр цвет является квантовым числом, которое в рамках интерпретации математического аппарата может служить мерой некоторой сохраняющейся величины. Из характера взаимодействия кварков и глюонов следовало, что свободные кварки могут находиться только в центре элементарной частицы.

Другими словами: в экспериментах свободные кварки не могут быть обнаружены.

Литература

1. К.А. Путилов «Курс физики» т.1, Москва, 1954г.
2. К.А. Путилов «Курс физики» т.2, Москва, 1962г.
3. С.П. Стрелков «Механика», Москва, 1975г.
4. Б.И. Спасский «Физика для философов», Москва, 1989г.
5. В.Г. Левич «Курс теоретической физики», Москва, 1989г.
6. А.Н. Матвеев «Оптика», Москва, 1985г.
7. И.Е. Тамм «Основы теории электричества», Москва, 1989г.
8. В.И. Неделько, А.Г. Хунджуа «Физика» Москва, 2011г.
9. Физический Энциклопедический словарь, Москва, 1983г.
10. В.Г. Барашенков «Вселенная в электроде», Москва, 1988г.
11. А.И. Липкин «Модели современной физики», Москва, 1999г.
12. В.И. Неделько «Курс физики для студентов отделения: «Общая биология» Биологического факультета МГУ», 1,2,3.....части